Modelagem de Opções

no Excel

CAPÍTULO 01 – NOÇÕES FUNDAMENTAIS DO MERCADO DE OPÇÕES[1]

1. INTRODUÇÃO AOS CONCEITOS

Conhecer a essência de uma transação é fundamental para verificar se um procedimento contábil retrata os seus nas demonstrações financeiras da empresa que pratica ou a praticou.

Nas três últimas décadas, os títulos derivativos – que significam títulos cujos preços dependem dos preços de outros títulos ou ativos – tornaram-se uns dos mais importantes segmentos dos mercados financeiros. Eles são usados para especular e proteger (hedge), mas o principal uso é criar carteiras (*portfólios*) com características que são adequadas a uma grande variedade de necessidades e gostos de milhões de participantes dos mercados financeiros.

Geralmente são classificados como derivativos os *contratos a termo*, *contratos futuros*, *operações de swaps*, *contratos climáticos* e as *opções*. Os mercados derivativos permitem que os investidores apliquem seus recursos, especulem com seus preços, realizem proteções (*hedge*) contra riscos e façam arbitragem.

Aqui serão fornecidas num âmbito geral as informações fundamentais sobre um dos tipos de mercado de derivativos, o *mercado de opções*.

As *opções* constituem uma das classes mais importantes de títulos derivativos, e é reconhecido agora que muitos problemas da vida real têm "características semelhantes às opções". Neste texto, desenvolveremos vários modelos para estimar os Preços e as Gregas para as opções. Demonstraremos também algumas de suas propriedades e desenvolveremos um modelo para um portfólio de ações e opções que pode ser usado para estudar várias estratégias de negociação de opção.

Em 1973, quando a *Chicago Board Options Exchange* (CBOE) foi estabelecida, poucos observadores poderiam ter adivinhado o sucesso que ela seria. Hoje, a CBOE negocia a cada ano opções de compra e venda de mais de 15 bilhões de ações de 1.200 empresas. Na BM&F BOVESPA, começaram a serem negociadas a partir de 1979.

Afinal, o que é uma *opção*?

Diversas transações do nosso cotidiano utilizam contratos semelhantes aos de opções. Por exemplo, digamos que você tem um saldo bancário, resultante de suas economias no valor de R$ 250.000,00 e aparece uma oportunidade de comprar um apartamento, aqueles dos seus sonhos, por R$ 350.000,00. O dinheiro não deu, mas o gerente de sua conta bancária lhe prometeu um empréstimo para cobrir a diferença com condições bem aceitáveis por você. Porém a liberação deste empréstimo não é imediata.

Você procura o proprietário do imóvel que deseja adquirir e propõe pagar o montante de R$ 350.000,00 daqui a 1 mês, e para garantir o negócio você oferece um sinal de compra do imóvel no valor de de R$ 3.500,00.

Aceitando a proposta, o vendedor do imóvel, caso encontre outro comprador, não poderá vender enquanto durar o compromisso. Desta forma você "amarrou" o negócio.

[1] A diferença do mercado de opções e mercado futuro é que neste os ajustes são diários. Os dois mercados são exemplos de MERCADOS DERIVATIVOS.

Caso você desista do negócio por encontrar outro imóvel mais barato em iguais condições, ou, o financiamento da diferença de R$ 100.000,00 não sair, você perderá os R$ 3.500,00 dado em garantia. Dessa forma, você tem em mãos a opção de comprar ou não o apartamento, portanto, o direito de compra. Já o vendedor tem a obrigação de vender pelo preço combinado de R$ 350.000,00, caso você o procure para exercer o seu direito.

Lembre-se que para possuir o direito de comprar o imóvel você pagou um prêmio de R$ 3.500,00 como garantia.

Digamos que você acabou adquirindo o imóvel e, imediatamente, procurou uma empresa seguradora para colocar o seu novo apartamento no seguro.

Num contrato de seguro, acontece algo parecido, o segurado (ou titular) tem o direito de ser ressarcido caso haja um sinistro, mas não tem nenhuma obrigação futura. O vendedor do seguro tem a obrigação de pagar o comprador do seguro, se o sinistro ocorre e assim que lhe for solicitado (exercido). Para isso o segurado paga um prêmio. Novamente aqui você tem a opção de exercer ou não o seu direito de **vender**.

Outro exemplo, seria o *leasing* carregando a opção de compra embutida. Ao final do contrato, o tomador do leasing poderá adquirir o bem por um preço predeterminado, caso julgue conveniente.

Quando o governo Collor definiu as regras para a privatização de empresas públicas, foi dado a todo o detentor das chamadas "moedas podres" uma opção: utilizar esses papéis na compra de empresas públicas. A reação do mercado foi imediata, e esses papéis tiveram seu preço de negociação aumentado no mercado secundário, pois logo se percebeu que essa opção, atrelada aos títulos públicos, tinha valor, como de fato tem.

1.1-Aspectos práticos do funcionamento do mercado de opções

Uma **opção** é um derivativo[2] que proporciona a seu titular a oportunidade de comprar ou vender um *ativo-objeto*[3] a um *preço determinado*, numa *data estipulada*, ou mesmo antes dela.

O preço determinado no contrato é conhecido como **preço de exercício** (ou *strike price*) e é representado pela letra K[4].

A data estipulada é chamada de *prazo de vencimento* ou *duração* e, geralmente, representada pela letra T.

Existem três modalidades básicas de opções: direitos, *warrants*, opções de compra e venda. Por ora, mostraremos como determinar o **lucro bruto** (*payoff*) na data de exercício das operações com **opções** de compra e venda, derivadas de **ações**, mas, como dissemos, o conceito pode também ser aplicado a qualquer conjunto de *ativo-objeto* e seu *derivativo.*

No Brasil, os mercados de opções são operados e regulados igualmente pelas bolsas de futuros e de valores (BM&FBOVESPA), podendo, ainda, esses contratos de opções serem operados no mercado de balcão (com fornecedores, bancos, ou até mesmo, funcionários).

[2] Por exemplo, na **opção** de compra de ações da Vale do Rio Doce o valor de contrato deriva do valor da ação da empresa Vale. Da mesma forma, um contrato futuro de taxas de juros – contrato futuro DI, é também um derivativo, pois o valor de mercado do contrato é determinado (deriva) pelo comportamento das taxas de juros (taxa DI).

[3] Também chamado de ativo subjacente que pode ser ações, títulos de longo prazo, moedas e ativos reais imobilizados e intangíveis.

[4] Às vezes usamos também a letra X.

Como qualquer transação financeira, tem um vendedor que no mercado de opções é chamado de lançador, e um comprador, chamado de titular da opção. Esses são, portanto, os dois agentes participantes do contrato de opções.

Não há uma *obrigação do exercício* da opção, somente um direito, ficando a critério do titular do contrato a decisão de negociar o ativo-objeto. Nesse sentido,

> uma **opção** é um direito, e não uma obrigação, de um investidor **adquirir** ou **vender** um *ativo-objeto* a um *preço X* (chamado *preço de exercício*), previamente estabelecido[5], durante certo *intervalo de tempo T*.

Lembre-se que no mercado de opções, não são negociados os ativos-objetos, mas **direitos** de compra ou de venda dele, com preços (*prêmios*) e prazos de exercício predeterminados**.**

Os ativos-objetos (ou subjacentes) das opções na BM&FBOVESPA podem ser:

- Ações de empresas
- Ouro disponível
- Taxa de câmbio de reais para dólar comercial
- Índices de futuros (Ibovespa e DI) e
- Diversas commodities (boi gordo, café arábica, milho e soja)

1.2 - Tipologia de opções e os Agentes Participantes do Contrato

Opção de Compra (*call*):

- O *titular* tem o **direito** de adquirir uma quantidade do ativo objeto da transação (subjacente) a um preço pré-estabelecido, num momento específico[6].
- O *lançador* é quem, por meio de um corretor, vende a opção, assumindo a **obrigação** de vender o ativo-objeto a que se refere esta opção pelo preço contratado, se e quando o titular exercer a sua opção.

Por exemplo, se você comprar uma **opção** *call* de 3-meses sobre a ação da *Petrobrás* (ativo-objeto) com o preço de exercício K de $30, pagando um preço (prêmio) de $3, você (titular) da opção, terá o direito de comprar do vendedor da opção (lançador) uma ação da *Petrobrás* pelo preço de exercício de $30 no dia do vencimento da opção (ou a qualquer momento durante o período de 3-meses), independentemente do preço **S** da ação (preço futuro) naquele momento.

Como dissemos você não precisa exercer uma **opção de compra** (*call*); esta será lucrativa apenas se o *preço por ação* S naquele momento exceder o *preço X de exercício*. Caso contrário, a **opção** não será exercida e provará não ter valor (virará pó, como é dito no mercado).

[5] As transações devem obedecer as condições estabelecidas pela Bolsa, p. ex, pela BOVESPA, cujas informações encontram-se no site HTTP://www.bovespa.com.br/Principal.asp e em *Busca* procure por *Mercado de opções.*
[6] Geralmente entre um mês e um ano.

ilustração

Suponhamos que as ações da IBM estejam à venda <u>acima</u> do *preço de exercício X = $ 100*, digamos S = $ 120, pouco antes do vencimento da **opção de compra**. Você escolherá <u>*exercer*</u> sua opção em pagar $ 100 para comprar as estas ações que valem $ 120 e, com isso, "matará" a opção de compra. Seu rendimento <u>bruto</u> (*payoff*) depois desse exercício será igual à diferença entre o S = $ 120 que você poderá ganhar com as ações e o X = $ 100 pagos por elas. Desse <u>rendimento bruto</u> de $ 20, você deve abater C = $ 5, que você pagou (<u>prêmio</u>) pela opção de compra, para apurar o seu <u>rendimento líquido</u> de $15.

Resumindo, o valor bruto de uma **opção de compra** (*call*) no vencimento[7] é o seguinte:

Preço da ação no vencimento	Valor da opção de compra no vencimento[8]
Maior que o preço de exercício	Preço de exercício: (S – X)
Menor que o preço de exercício	Zero

Resultado = Máximo(S-X;0)

Exemplo – Opções de compra sobre a ABC

No dia 21 de maio de 2012, uma opção de compra sobre a ABC com data de vencimento em janeiro de 2013 e um *preço de exercício X = $ 30* por ação foi vendida por um *prêmio C = $ 2*. Se você tivesse comprado a opção nessa data, teria tido o direito de comprar ações da ABC por $ 30 a qualquer hora até que a opção vencesse em janeiro. No dia 21 de maio, as ações da ABC foram vendidas por S = $ 24,75. O exercício imediato da compra teria resultado em rendimentos brutos[9] de $ 24,75 - $ 30 = -$ 5,25. Obviamente ninguém que tivesse pago $ 2 pela opção, no dia 21 de maio, tinha a intenção de exercê-la imediatamente. Um comprador da opção estava apostando em um aumento no preço das ações, o que faria com que a opção se tornasse um investimento lucrativo. Por exemplo, se a ABC vendesse suas ações em janeiro por $ 35, o rendimento do exercício da compra teria sido:

Rendimento bruto (*pay off*) = preço das ações – preço de exercício = $ 35 - $ 30 = $ 5.

E o <u>lucro líquido</u> sobre a opção teria sido:

Lucro Líquido = rendimento bruto – investimento na <u>opção</u> (prêmio) = $ 5 - $ 2 = $ 3

Em seis meses, você teria obtido um retorno de $3/$2 = 1,5 ou 150%.

Opção de Venda (*put*):

- O *titular* tem o **direito** (mas não a obrigação) de <u>vender</u> uma quantidade do ativo objeto da transação (subjacente) a um preço pré-estabelecido, num momento específico.
- O *lançador* tem a **obrigação** de comprar o ativo objeto a que se refere esta opção pelo preço contratado, se e quando o *titular* exercer a sua opção de venda.

Resumindo:

Lançador[10]	**Titular**
Fica obrigado	Exerce ou não o direito
Recebe o prêmio	Paga o prêmio

[7] O *valor intrínseco* da opção é o **lucro bruto** ou **payoff** da opção na data de exercício, se a opção for exercida. Este valor não pode ser negativo.
[8] É também chamado de Valor Intrínseco e não deve ser confundido com o rendimento líquido auferido pelo titular. Precisamos descontar o prêmio.
[9] Pay Off ou valor intrínseco.
[10] É também conhecido como *writter* ou subscritor.

Diferentemente do **mercado a termo** (*forward*), em que as duas partes têm direitos e obrigações, no **mercado de opções** somente o *titular* tem direitos e somente o *lançador* tem obrigações. Por esse motivo, o titular paga um **PRÊMIO** ao lançador para ter o direito à opção de comprar ou de vender.

Por exemplo, suponha comprar uma **opção de venda** da XYZ pelo prêmio de \$ 5, com data de vencimento em janeiro de 2011 e *preço de exercício X* = \$ 30. Suponhamos que a XYZ esteja vendendo por \$20 antes da opção de venda expirar. Então, se você possui uma **opção de venda**, pode comprar uma ação por \$20 e exercer seu direito de vendê-la por \$ 30. Essa opção de venda valerá \$ 30 - \$ 20 = \$ 10 (bruto ou *pay off*). Como você pagou um prêmio de \$ 5 pela opção de venda, seu *lucro líquido* será de \$ 5. Se, no entanto, o preço das ações estiver acima de \$ 30 na data de vencimento, você deixará que a opção de venda expire sem valor algum (vire pó!). Sua perda será igual aos \$ 5 que gastou com a compra da opção de venda.

No geral, o valor de uma **opção de venda** (*put*) no vencimento é o seguinte:

Preço da ação no vencimento	Valor da opção de venda no vencimento
Maior que o preço de exercício	Zero
Menor que o preço de exercício	Preço de exercício – preço spot das ações

Resultado = Máximo(X-S;0)

A tabela a seguir mostra o valor na data de vencimento das opções de **compra** e **venda** sobre as ações da XYZ com o preço de exercício de \$ 30 como uma função do preço das ações naquela data

Valor da XYZ	\$ 20	\$ 25	\$ 30	\$ 35	\$ 40	\$ 45
Opção de compra (*call*)	0	0	0	\$ 5	\$ 10	\$ 15
Opção de venda (*put*)	\$ 10	\$ 5	\$ 0	0	0	0

Você pode ver que quando o preço das ações está acima do *preço de exercício X = \$ 30*, o valor da opção de compra aumenta dólar por dólar com o preço da ação, e que uma vez que o preço da ação esteja abaixo do *preço de exercício X = \$ 30*, a opção de venda aumenta \$ 1para cada queda de \$1 no preço da ação.

Na **Figura 1.1** mostram-se os gráficos com os **valores de cada opção** na data de expiração em função do **preço "spot" da ação** (*ativo-objeto*) na data do vencimento (ou expiração).

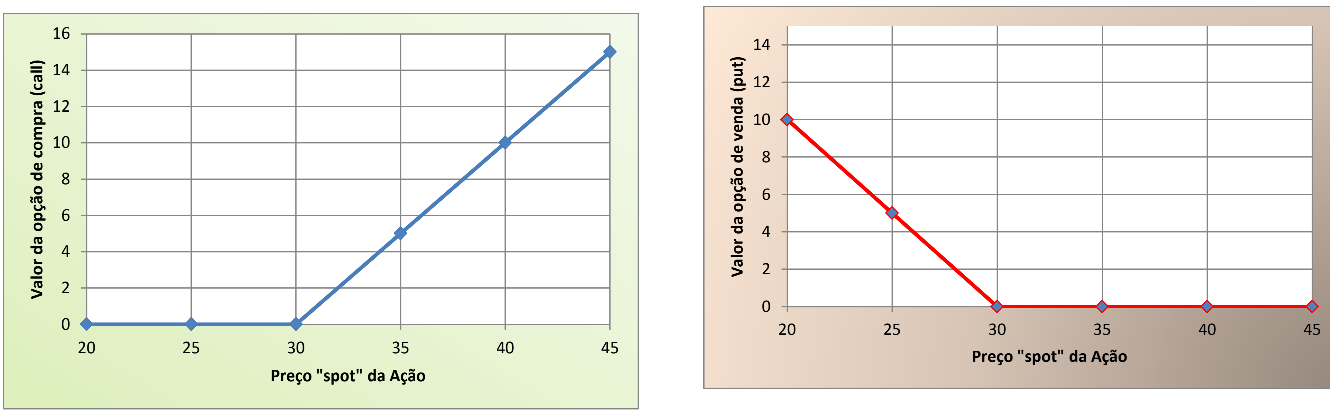


Figura 1.1 – Valores das opções de compra (*call*) e venda (*put*) sobre as ações da XYZ na data do vencimento da opção (preço de exercício X = \$ 30).

Veja que, para qualquer vencimento específico, as **opções de compra** valem mais quando o *preço de exercício* é mais baixo, enquanto as **opções de venda** valem mais quando o preço de exercício mais alto. Veja a tabela e os gráficos[11] a seguir onde variamos o Preço de Exercício – X.

[11] Ver planilha PLAN4 na pasta *Modelagem de Opções no Excel.xlsm*.

Ainda mais, o valor intrínseco (payoff) da opção de compra (*call*) pode crescer indefinidamente, de acordo com o mercado *spot*. Já, o valor intrínseco (*payoff*) de uma opção de venda (*put*) tem o crescimento limitado, pois nunca o preço *spot* de uma ação (ativo-subjacente) ficará inferior a zero.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Opções de Compra (Call) e Venda (Put) sobre as Ações da XYZ - Variando o Preço de Exercício X									
2	**Preço da Ação no Vencimento - S**	20								
3	**Preço de Exercício - X**	30								
4	**Valor da Opção de Compra (Call)**	0	<--=MÁXIMO(B2-B3;0)							
5	**Valor da Opção de Venda (Put)**	10	<--=MÁXIMO(B3-B2;0)							
6										
7			**Tabela de Dados**							
8				0	10					
9			0	20	0					
10			5	15	0					
11			10	10	0					
12			15	5	0					
13			20	0	0					
14		Preço de Exercício - X	25	0	5					
15			30	0	10					
16			35	0	15					
17			40	0	20					
18			45	0	25					
19			50	0	30					

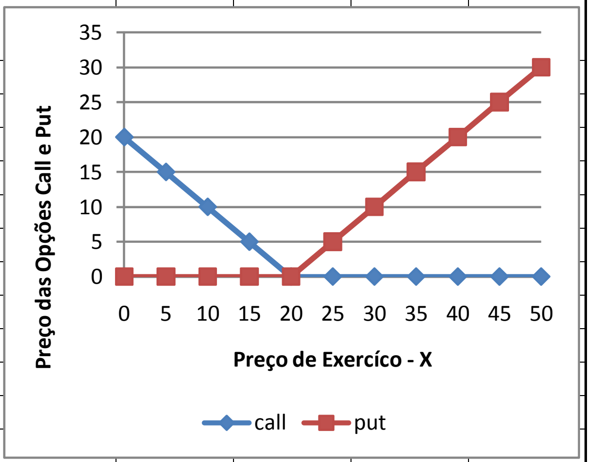


Figura 1.2 – Preço das Opções *call* e put em função do Preço de Exercício X**.**

Isto faz muito sentido: é preferível ter o direito de comprar a um preço mais baixo e o direito de vender a um preço mais alto[12].

A lógica por trás da compra de uma **opção de venda** é exatamente o oposto da lógica associada ao uso de **opções de compra.**

Resumindo alguns conceitos:

- Preço de exercício (*strike price*) - é o preço preestabelecido para compra ou venda do ativo-objeto. É representado pelas letras E, X, ou K.
- Vencimento – representado pela letra T, é o momento que cessam os direitos do titular exercer a sua opção.
- Preço de Mercado (*spot price*) - é o preço no mercado para a compra ou venda do ativo-objeto, na data do exercício. É representado pela letra S.
- Valor Intrínseco – É a diferença entre o preço de mercado S e o preço de exercício X. É representado por VI. Assim, VI = S – X.
- Fechamento de posição – operação em que o titular vende suas opções, ou em que o lançador recompra suas opções.

[12] Os compradores de **opções de venda** comumente também possuem ações e desejam proteger (hedge) um lucro obtido desde a sua compra inicial.

Exercícios

1. Preencha as lacunas usando os termos apropriados da seguinte lista: *compra, exercício, venda*.

   Uma opção de _______________ dá a seu proprietário a oportunidade de comprar ações a um preço especificado, o qual é geralmente chamado de preço de _________________. Uma opção de ______________ dá a seu proprietário a oportunidade de vender as ações a um preço de ________________ especificado.

2. Quais serão os **rendimentos** e os **lucros líquidos** (i.é, o líquido do *prêmio* da opção) para um investidor que compra por[13] $ 2,625 as **opções de compra** da empresa Alfa com vencimento em janeiro, com um *preço de exercício* de $ 30, se o *preço das ações no vencimento* for de $ 18? E se for de $ 45?
3. Qual seria a resposta do exercício 2 para um investidor que comprasse por $ 5 as **opções de venda** da empresa Alfa com vencimento em janeiro com um *preço de exercício* de $ 27,50?
4. Suponha que Manoel Pedro pague $ 250 por uma **opção de compra** de um lote de 100 ações da *Gavião Peixoto Inc*., uma fabricante de componentes para aeronaves no Estado de São Paulo. A opção tem prazo de três meses e seu *preço de exercício* é X = $ 50 por ação.
   a. Por quanto deve subir o preço de cada ação para cobrir o custo da operação (ignorando quaisquer taxas de corretagem ou dividendos)?
   b. Se o preço de cada ação subisse a S = $ 60 durante o período, qual seria o lucro líquido de Manoel Pedro? E qual o seu *retorno sobre o investimento* inicial na compra da **opção de compra**?
   c. O que aconteceria A Manoel Pedro se o preço da ação não tivesse subido acima de $ 50? E se tivesse subida acima de $ 50, mas ficado abaixo de $ 52,50
5. Suponha que Dante Gobi pague $ 325 por uma **opção de venda** de um lote de 100 ações da *Buffet Mazzi Inc*., uma fabricante de pães e *buffet* para festas. A opção tem prazo de seis meses e seu *preço de exercício* é X = $ 40 por ação. Dante comprou a opção de venda com a expectativa de que o preço da ação cairia em razão do lançamento de uma nova linha de produtos pelo Buffet Schettini principal concorrente da Mazzi. Pagando $ 325, Dante tem a garantia de poder vender o lote de 100 ações subjacentes da empresa Mazzi a $ 40 (preço de exercício) cada uma a qualquer momento nos próximos seis meses[14].

   a. Por quanto deve subir o preço de cada ação para cobrir o custo da operação (ignorando quaisquer taxas de corretagem ou dividendos)?

   b. Se o preço de cada ação subisse a S = $ 60 durante o período, qual seria o lucro líquido de Manoel Pedro? E qual o seu *retorno sobre o investimento* inicial na compra da **opção de compra**?

   c. O que aconteceria A Manoel Pedro se o preço da ação não tivesse subido acima de $ 50? E se tivesse subida acima de $ 50, mas ficado abaixo de $ 52,50

6. Considerando cada uma das opções envolvendo um lote de 100 ações apresentadas na tabela a seguir, use o preço da ação subjacente no vencimento e as demais informações para determinar o volume de lucro ou prejuízo que um investidor teria, ignorando corretagens.

Opção	Tipo de Opção	Custo da Opção	Preço de Exercício por ação	Preço da ação-objeto na data do vencimento
A	Compra	$ 200	$ 50	$ 55
B	Compra	350	42	45
C	Venda	500	60	50
D	Venda	300	35	40
E	Compra	450	28	26

Resp:

A: $ 300

B: -$ 50

C: $ 500

[13] O *The Wall Street Journal* publica os valores em frações múltiplas de 1/8. O prêmio aqui é então $2 5/8.
[14] Considerando ações do tipo Americano.

7. Carolina Senmedo está pensando em comprar um lote de 100 ações da Caninha Capivara Inc., a $ 62 a unidade. Como ela leu que a empresa provavelmente receberá grandes encomendas do exterior em breve, espera que o *preço da ação* suba para $ 70. Como alternativa, Carolina está pensando em adquirir uma **opção de compra** de 100 ações da Capivara com *preço de exercício* de $ 60. A opção, que tem prazo T de 90 dias, custa C = $ 600. Ignore corretagens e dividendos.
   a. Qual será o lucro de Carolina na compra de ações se seu preço subir para $ 70 e ela resolver vendê-las? Resp: $ 800
   b. Quanto, Carolina ganhará na compra de opções se o preço da *ação-objeto* subir para $ 70? Resp: $ 400
   c. Qual deve ser o preço (S) da *ação-objeto* para que Carolina <u>não</u> tenha lucro e nem prejuízo na compra da **opção**? Resp: $ 66 preço de equilíbrio.
   d. Compare e discuta os lucros e os riscos relativos associados às duas estratégias. Resp: $\text{Lucro}_{\text{ações +opções}}$ = $ 1.200

8. Eduardo Peroschi, gestor do fundo de pensão da Para Que Todos Tenham Vida Corporation, está pensando em adquirir uma **opção de venda** porque espera uma queda do preço da ação da Brahma, Inc. A **opção de venda** de 100 ações da Brahma a qualquer momento, durante os próximos 90 dias (T), ao *preço de exercício* X = $ 45, pode ser comprada por $ 380 (o lote de 100 ações). A ação da empresa está cotada atualmente a $ 46.
   a. Ignorando quaisquer corretagens ou dividendos, que lucro ou prejuízo Edu terá se comprar a opção e o preço mais baixo atingido pela ação da Brahma, durante o prazo de 90 dias, for de $ 46, $ 44, $ 40 e $ 35? Resp: @$ 46: - $ 100 e @$ 40: $ 120
   b. Que efeito teria uma alta do preço da Brahma de $ 46 para $ 55 no fim do prazo de 90 dias sobre a compra feita por Edu?
   c. Em vista dos resultados obtidos, discuta os possíveis riscos e retornos do uso de opções de venda para tentar lucrar com a expectativa de queda do preço da ação.

9. Suponhamos que você tenha uma ação e uma opção de venda sobre essa ação (ativo-objeto) com um preço de exercício de $100. Qual será o valor de sua carteira quando a opção vencer se:
   a. O preço das ações estiver abaixo de $ 100? Resp: o preço de exercício da opção de venda
   b. O preço das ações estiver acima de $ 100? Resp: O valor das ações

10. Uma empresa apresenta para **opções** cotadas na CBOE com vencimento no mês de *outubro*:

call $ 23/8 e *put* $ 23/16. OBS: É desta forma apresentados os valores nas cotações

Use esses dados para calcular o rendimento bruto e o lucro (ou prejuízo) líquido (descontado o *prêmio*) para os investimentos em cada uma das seguintes opções, supondo que o preço das ações (*ativo-objeto*) na data da expiração (S) seja de $ 30:

   a. Opção de compra (*call*) com *preço de exercício* de $ 25. Resp: $ 5 e $ 25/8
   b. Opção de venda (*put*) com *preço de exercício* de $ 25. Resp: $ 0 e -$ 23/16
   c. Opção de compra (*call*) com *preço de exercício* de $ 30. Resp: $ 0 e -$ 7/8
   d. Opção de venda (*put*) com *preço de exercício* de $ 30. Resp: $ 0 e $ -55/8
   e. Opção de compra (*call*) com *preço de exercício* de $ 35. Resp: $ 0 e -$ 1/4
   f. Opção de venda (*put*) com *preço de exercício* de $ 35. Resp: $ 5 e -$ 55/8

11. Qual é o limite inferior para o preço de uma opção de compra? E qual é o limite superior? Resp: O limite para uma opção de compra são: inferior é [Max(S-X;0)] e o superior é o preço preço da ações.

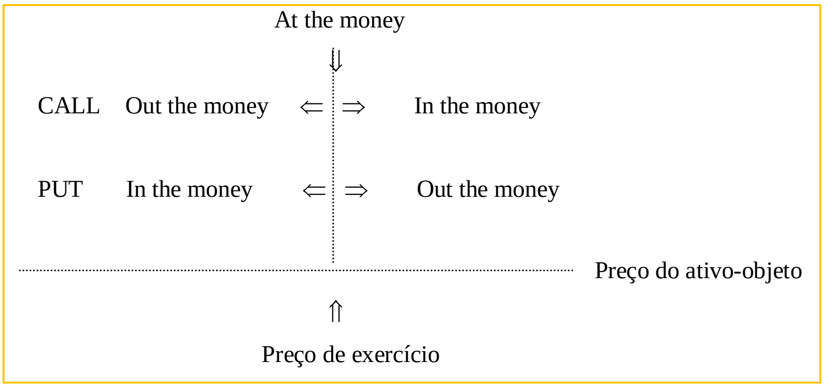
1.3- Classificações de opções quanto ao preço de exercício X

Em um determinado momento, as séries de opções também são **classificadas** conforme o *preço de exercício* (X) e o *preço do ativo-objeto* (S):

Quanto ao preço de exercício

- Opção *in the money (ITM)* ou *dentro do dinheiro*. Na *call* quando o preço do ativo-objeto **S** é maior do que o preço de exercício **X**, ou seja, S > X. Na *put* quando o preço do ativo-objeto S é menor do que o preço de exercício X, ou seja, S < X. Estas duas opções estão *dentro do dinheiro* porque seu exercício resulta em lucro positivo.
- Opção *at the Money (ATM)* ou *no dinheiro*. Quando o preço do ativo-objeto **S** é igual ao que o preço de exercício **X**, na *call* e na *put*, S = X. Estas duas opções estão *no dinheiro* porque seu exercício não resulta em lucro e nem em prejuízo.
- Opção *out of the Money (OTM)* ou *fora do dinheiro*. Na *call* quando o preço do ativo-objeto **S** é menor do que o preço de exercício **X**, ou seja, S< X. Na *put* quando o preço do ativo-objeto S é maior do que o preço de exercício X, ou seja, S > X. Estas duas opções estão *fora do dinheiro* porque seu exercício resulta em lucro negativo, ou prejuízo. Como na prática não será exercida nenhuma dessas duas opções, seus valores intrínsecos serão zero.

Uma opção será exercida na data de exercício (ou de expiração) se a soma algébrica do preço do ativo-objeto S, o preço de exercício X e o prêmio resultar em lucro para o titular da opção. O titular da *call* exercerá a *call* se na data de exercício o preço do ativo-objeto for maior que a soma algébrica do preço de exercício mais o prêmio. De forma equivalente, se, na data de exercício da *put*, o preço do ativo-objeto for menor que a soma do preço de exercício menos o prêmio, o titular da *put* exercerá a opção.



Os investidores sabem que na data de expiração o valor da opção é zero e que, teoricamente, a opção não tem valor se o preço da ação estiver abaixo do preço de exercício. O que produz o valor de uma opção? A resposta é: a relação entre o valor de uma opção, seu preço de exercício e o preço da ação. Essa relação está mostrada na Figura 1.3 abaixo[15].

[15] Ver Plan 14 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

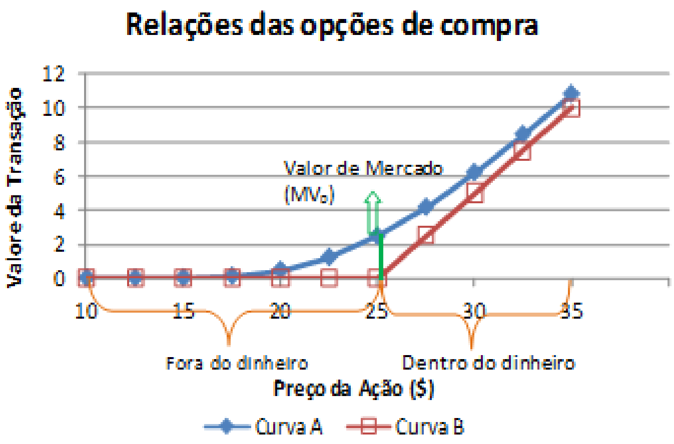


Figura 1.3 – Relações das opções de compra *call*.

Para entender essas relações, devemos distinguir o valor teórico mínimo de uma opção do seu valor de mercado. O valor mínimo é igual a S – X. Portanto, uma vez que S < X, a opção teoricamente não tem valor porque ninguém vai exercê-la. Se o preço da ação permanecer abaixo do preço de exercício, sem possibilidade de exercê-la (razão pela qual foi comprada inicialmente), então, ela não tem valor. Ela não oferece possibilidade de pagamento integral. Como mostrado na figura acima, à esquerda de X = 25, opção está "fora do dinheiro". Tão logo o preço da ação supere o preço de exercício (S > X), a probabilidade de exercer a opção aumenta, e quanto mais o preço aumenta, maiores as probabilidades de ser exercida a opção. Investidores e subscritores de ações sabem disso e é por isso que o valor da opção adquire um valor positivo. Nesse caso (S > X), a opção é referenciada como "dentro do dinheiro". Por que o preço mínimo continua a subir? A resposta é: uma ação com preço muito alto torna o exercício uma certeza virtual, e as chances de tornar-se sem valor são remotas ou (S < X).

O preço mínimo de uma opção difere do preço de mercado. Normalmente, o preço de mercado é maior que o preço mínimo, isto é, a área entre a curva A e a curva B. Os investidores estão dispostos a pagar um prêmio acima do preço mínimo (VT_0) porque esperam que o preço da ação suba além do preço de exercício. Observe, entretanto, que a curva A inclina-se em direção à curva B, à medida que o preço da ação continua subir. Essa é a reação natural, em parte porque ninguém pagará um prêmio por uma opção se as chances de aumentos posteriores no preço da ação desaparecer. É exatamente isso o que ocorre no mercado. Em algum ponto, a ação torna-se sobre-avaliada e a probabilidade de seu preço continuar aumentando reduz-se a zero. Nesse ponto, o valor de mercado e o preço mínimo serão iguais, e qualquer aumento posterior no preço da ação produzirá um aumento mínimo no valor da opção.

O fator mais importante na determinação do valor de uma opção é o risco da ação, medido pelo beta (ou desvio padrão). Consequentemente, as opções de ações com betas elevados recebem prêmios maiores que as ações de betas menores. Isso ocorre principalmente porque os investidores visualizam que o preço de uma ação de beta elevado está sujeito a oscilações maiores que o preço das ações com betas menores. Os investidores que compram opções de compra (*call*), por exemplo, assim o fazem porque esperam que o preço das ações de beta alto altere-se nitidamente para cima de seu preço de opção. Isso tem uma probabilidade maior de ocorrer com uma ação de beta alto do que com uma de beta baixo. Os vendedores de opções estão cientes dessa situação e protegem-se cobrando altos prêmios e fixando preços de exercício de opção mais altos.

Num contrato de opções, são especificadas as seguintes informações:

- *Quantidade de opções*: número de opções a que o titular tem direito a exercer.
- *Ativo-objeto*: o que o titular irá adquirir se exercer a opção.
- *Quantidade de ativo-objeto*: número de ativo-objeto a que cada opção dá direito.
- *Preço de exercício*: preço que deve ser pago se houver o exercício da opção.
- *Prazo de vigência*: data final para o exercício de opção.

Exemplo – Ação ou Opção *Call*?

Suponhamos que uma ação esteja cotada a $2,50/ação e que a opção de compra (*call*) possa ser adquirida por um prêmio de $ 0,25/ação, sendo os lotes de 50.000 ações. Um investidor comprou (titular) estas opções e as vendeu (lançador) no mês seguinte quando o preço da ação atingiu $ 3,00 e o prêmio subiu $ 0,40/ação. Avalie o resultado da operação.

SOLUÇÃO

Ação				**Opção**		
Venda	50.000 x 3,00	150.000,00		Venda	50.000 x 0,40	20.000
Compra	50.000 x 2,50	125.000,00		Compra	50.000 x 0,25	12.500
Resultado Bruto		25.000		Resultado Bruto		7.500
Rentabilidade	(25.000/125.000)x100 = 20%			Rentabilidade	(7.500/12.500) x 100 = 60%	

Exemplo – Ação ou Opção *Put*?

Suponhamos que uma ação esteja cotada a $7,50/ação e que a opção de venda (*put*) possa ser adquirida por um prêmio de $ 0,70/ação, sendo os lotes de 100.000 ações. Um investidor comprou (titular) estas opções e as vendeu (lançador) no mês seguinte quando o preço da ação caiu para $ 6,00 e o prêmio subiu $ 1,20/ação. Avalie o resultado da operação.

SOLUÇÃO

Ação				**Opção**		
Venda	100.000 x 3,00	750.000,00		Venda	100.000 x 1,20	120.000
Compra	100.000 x 6,00	600.000,00		Compra	100.000 x 0,70	70.000
Resultado Bruto		150.000		Resultado Bruto		50.000
Rentabilidade	(150.000/750.000) x 100 = 20%			Rentabilidade	(50.000/70.000) x 100 = 71,40%	

Exercendo o seu direito, teria um lucro nas ações de 150.000 e nas opções de 50.000. O que você prefere?

1.4 – Modalidades de Opções

Há duas modalidades de opções negociadas em nosso país: as opções europeias e as opções americanas.

- **Opções Europeias –** são opções que somente podem ser exercidas na data de vencimento.
- **Opções Americanas –** são as opções que podem ser negociadas em qualquer tempo até a data de vencimento.

1.5 – Códigos de Negociação das Opções

Para negociar opções nos mercados Bovespa e BM&F, o investidor deve conhecer os códigos de negociação ou, ao menos, saber como os mesmos são formados.

Na Bovespa, as opções de ações têm o código formado por 4 letras representando a ação-objeto (tipo de opção: call ou put), outra letra representando o vencimento (classe) e dois números representando o preço de exercício (série).

Exemplo: PETRI34 – opção de compra da Petrobrás.

I – (9ª letra do alfabeto) – significa Setembro

34 – nº de série da opção (preço de exercício X)

As opções da Petrobrás, junto com a Vale, possuem o maior destaque na Bovespa

Na BM&F, as opções de têm o código formado por 3 letras representando o ativo-objeto, outra letra representando o vencimento, dois algarismos representando o ano, C ou P, representando opção de compra ou de venda, e seis algarismos representando o preços de exercício (incluídos os centavos nos dois últimos).

Exemplo: DOLZ15C185000 – opção de compra da sobre o contrato de dólar.

Z15– significa Dezembro de 2015

185000 – nº de série da opção (preço de exercício X = R$ 1.850,00)

Esta opção é a de maior destaque na BM&F.

Exemplo: ICFU16P15200 – opção de venda da sobre o contrato futuro de café arábica.

U16– significa Setembro de 2016

15200 – nº de série da opção (preço de exercício X = R$ 152,00)

No mercado Bovespa, a data de vencimento das opções acontece sempre na terceira segunda-feira de cada mês. Neste dia, a bolsa de valores também estabelece um horário limite para negociação das opções.

No mercado BM&F, a data de vencimento das opções acontece sempre na quarta-feira mais próxima do décimo-quinto dias de cada mês. Quando a quarta-feira mais próxima do dia 15 dor feriado, ou não houver pregão de negociação, a data de vencimento será o dia útil subsequente.

Mês de vencimento	Série da Call	Série da Put		Mês de vencimento	Série da Call	Série da Put
Janeiro	A	M		Julho	G	S
Fevereiro	B	N		Agosto	H	T
Março	C	O		Setembro	I	U
Abril	D	P		Outubro	J	V
Maio	E	Q		Novembro	K	W
Junho	F	R		Dezembro	L	X

Se o lançador possuir as ações, estará em uma posição **coberta**. Se o lançador não possuir as ações, estará em uma posição a **descoberto** e, nesse caso, terá que depositar garantias.

O pagamento da compra de opções ocorre em **D+3**.

Exemplo – Especulando com Opções

Suponha que uma ação esteja cotada a R$ 30,00, mas o investidor acredita que ela valerá R$ 36,00. Considere que ela tenha R$ 30.000,00 para aplicar e lhe foram apresentadas duas alternativas:

- Comprar as ações
- Utilizar o mercado de opções.

SOLUÇÃO

Comprando as ações:	**Utilizando as opções:**
• Compraria 1.000 ações	• Prêmio da opção = R$ 1,50
• Gastaria R$ 30.000,00	• Preço de exercício X = 32,00
• Expectativa de atingir R$ 36.000,0	• Gastaria R$ 30.000,00 na compra de 20.000 opções

Cenário I – A ação sobe para R$ 36,00	**Cenário II – A ação cai para R$ 28,00**
Resultado com a compra das ações = 1.000 x (R$ 36 – R$ 30) = + R$ 6.000,00	Resultado com a compra das ações = 1.000 x (R$ 28 – R$ 30) = - R$ 2.000,00
Resultado com as opções	Resultado com as opções
Exerce a opção: 20.000 x (36 – 32) = +R$ 80.000,00	Não exerce a opção
Compra da Opção: -R$ 30.000	Compra da Opção: -R$ 30.000
Resultado: + R$ 50.000,00	Resultado: - R$ 30.000,00

O resultado coma as ações ficou entre +6.000 e -2.000, já com as opções ficou entre +50.000 e -30.000. Elas alavancam o ganho mais do que as ações, mas são mais arriscadas! Não invista todo o capital em opções. Use-as para hedge!

CAPÍTULO 02 – ANALISANDO OPÇÕES NO EXCEL[16]

Vamos agora colocar tudo o que aprendemos numa planilha Excel e explorar a sua versatilidade para esta análise.

Comecemos com as **opções de compra (*call*)**.

2.1 - Comprando Opção de Compra (*Call*)

Como vimos até aqui, o titular de uma opção de compra (ou *call*) tem o **direito**, mas não a obrigação, de comprar o ativo do qual a opção deriva por certo preço (preço de exercício), numa certa data, obedecidas as condições estabelecidas pela Bolsa. Ao mesmo tempo, o lançador que vende a *call*, recebe um prêmio **p** do titular e, perante a Bolsa, assume a **obrigação** de fornecer as ações ao preço de exercício estabelecido. Vimos também que as opções podem ser *Europeias*, quando devem ser exercidas na data de vencimento (ou, exercício, ou ainda, expiração), ou *Americanas*, que podem ser exercidas a qualquer data durante o período **T** da opção.

Lembremos também que a fórmula para o **lucro líquido** na data de exercício da estratégia de compra de uma *call* é:

$$\boxed{\mathbf{LL = Máximo(S\text{-}X;0) – p}}$$

A função *Máximo* estabelece que o resultado da primeira parcela do **LL**, será sempre um valor igual ou maior que zero.

Exemplo – Lucro Líquido da compra de Opções *Call* no Excel

Uma *call* com preço de exercício de $ 120 foi comprada por $ 5. Calcule o **LL** dessa *call* e, numa planilha[17], simule este lucro líquido **LL** num intervalo de valores “spot” da ação-objeto de $0 a $150.

[16] Extraído do livro Modelagem Financeira com Excel e VBA de J.C. Lapponi
[17] Ver Plan 6 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	**Preço da Ação - S**	130							
3	**Preço de Exercício - X**	120							
4	**Prêmio - C**	5							
5	**Lucro Líq (LL)**	5	<--=MÁXIMO(B2-B3;0)-B4						
6									
7		**Tabela de Dados**							
8			5						
9		0	-5						
10		10	-5						
11		20	-5						
12		30	-5						
13		40	-5						
14		50	-5						
15		60	-5						
16		70	-5						
17		80	-5						
18		90	-5						
19		100	-5						
20		110	-5						
21		120	-5						
22		130	5						
23		140	15						
24		150	25						
25									

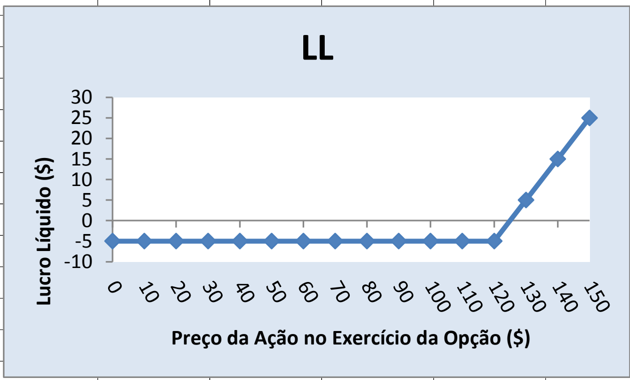


Figura 2.1[18]

2.2 Vendendo Opção de Compra – *Call*

Pela venda da *call* de uma ação com *preço de exercício* **X** foi recebido o *prêmio* **p**. A expectativa do lançador da *call* é que, até a data de exercício, o *preço spot* ***S*** da ação seja menor do que o seu *preço de exercício X*, pois, nesse caso, a opção não será exercida. Na data de exercício, o lançador da *call* terá duas situações de lucro seguintes:

- Se o *preço spot S* da ação for menor que o *preço de exercício* da *call*, **S < X**, o lançador da ação não será exercido, e seu **lucro líquido** será igual ao *prêmio* **p**, ou
$$LL = p.$$
- Entretanto, se **S >X**, aumentarão as chances de ser exercido e ter de vender as ações pelo valor **X**. O prejuízo do lançador da *call* começará quando o *preço S* da ação for maior que a soma do *preço de exercício* e do *prêmio*, S > X + p. O lucro negativo **LL** será:
$$LL = p – (S – X)$$

A fórmula do **lucro líquido LL** na data de exercício da estratégia de venda de uma *call* é

$$\boxed{\mathbf{LL = p – Máximo\ (S – X;0)}}$$

Ou

$$\boxed{\mathbf{LL = -\ (Máximo\ (S – X;0) – p)}}$$

A parte entre parênteses nesta última fórmula é idêntica à do LL de compra da *call*.

[18] Ver no Apêndice 01, como construir Tabelas de Dados no Excel.

Exemplo – Lucro Líquido da venda de Opções *Call* no Excel

Uma *call* com preço de exercício **S** = $ 120 foi vendida por $ 5. Calcule para o **lançador** o LL dessa *call* e, numa planilha[19], simule este lucro líquido **LL** do lançador num intervalo de valores da ação-objeto de $0 a $150.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	**Preço da Ação - S**	130							
3	**Preço de Exercício - X**	120							
4	**Prêmio - C**	5							
5	**Lucro Líq (LL)**	-5	<--=-(MÁXIMO(B2-B3;0)-B4)						
6									
7		**Tabela de Dados**							
8			-5						
9		0	5						
10		10	5						
11		20	5						
12		30	5						
13		40	5						
14		50	5						
15		60	5						
16		70	5						
17		80	5						
18		90	5						
19		100	5						
20		110	5						
21		120	5						
22		130	-5						
23		140	-15						
24		150	-25						
25									

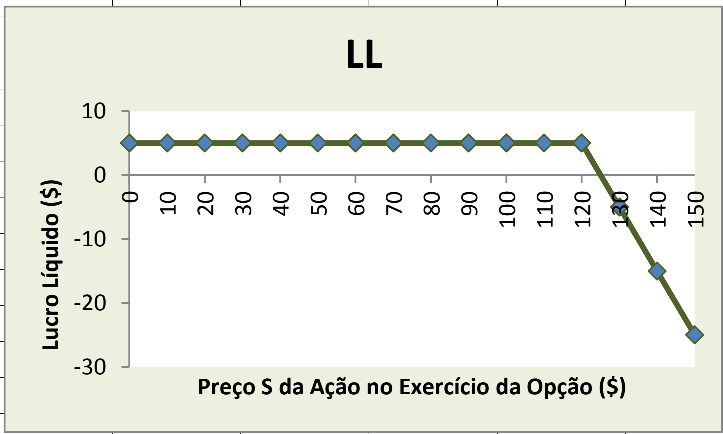


Figura 2.2

2.3 Construindo fórmula de planilha e função definida pelo usuário para o cálculo do LL de compra ou de venda de uma *call* no Excel

fórmula de planilha

A expressão do LL da compra da *call*:

$$LL = \text{Máximo}(S - X;0) - C$$

E a expressão do LL da venda da *call*:

$$LL = -(\text{Máximo}(S - X;0) - C)$$

Podem ser agrupadas numa única expressão de **LL** de compra ou venda de uma *call*, onde introduzimos uma variável **Z** que define o tipo de operação (compra ou venda):

$$LL = SE(Z = \text{compra};1;-1)*(\text{Máximo}(S - X;0) - C)$$

Interpretando: Se Z = compra for verdadeira, então retorna o valor [Máximo(S – X;0) – C] para a expressão **LL**; caso contrário (quando for venda), retorna [-(Máximo(S – X;0) – C)].

[19] Ver Plan 7 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

Com esta fórmula podemos encontrar o LL na planilha Excel como mostrado a seguir[20]:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	**Preço da Ação - S**	130					
3	**Preço de Exercício - X**	120					
4	**Prêmio - C**	5					
5	**Transação - Z**	compra					
6	**Lucro Líq (LL)**	5	<--=SE(Z="compra";1;-1)*(MÁXIMO(B2-B3;0)-B4)				

Nomeamos a célula B5 como Z.

Função - definida pelo usuário

Vamos agora construir uma função definida pelo usuário que daremos o nome de **LL*call*** para retornar o lucro líquido da compra ou da venda de uma *call*. Para isso, no VBE do Excel introduzimos os seguintes códigos:

```
Public Function LLcall(Transação As String, Prêmio As Double, X As Double, S As
Double) As Variant
If LCase (Transação) = "compra" Then
    LLcall = -Prêmio + Application.Max(S-X,0)
ElseIf LCase(Transação) = "venda" Then
    LLcall = Prêmio - Application.Max(S-X,0)
Else
    LLcal = "N/A"
End If
End Function
```

A **sintaxe** desta função é:

LL*call*(Transação;Prêmio;X;S)

No argumento *Transação* se informa o tipo de transação, *compra* ou *venda*, entre duas aspas duplas. O argumento *Prêmio* é o preço **p** de compra da *call*, o argumento X é o *preço de exercício*, e o argumento S é o *preço da ação* na data de exercício.

Nos códigos observe `Application.Max()`, este objeto é empregado para que as funções de planilha do Excel não disponíveis no VBA possam ser utilizadas no VBA. Uma forma mais completa deste objeto é `Application.WorksheetFunction.Max`. O objeto `Application` chama a função de planilha MÁXIMO (em português), MAX (em inglês) e Max dentro do VBA.

Exemplo – Usando a função definida pelo usuário LL*call* para calcular o Lucro Líquido de Opções *Call* no Excel

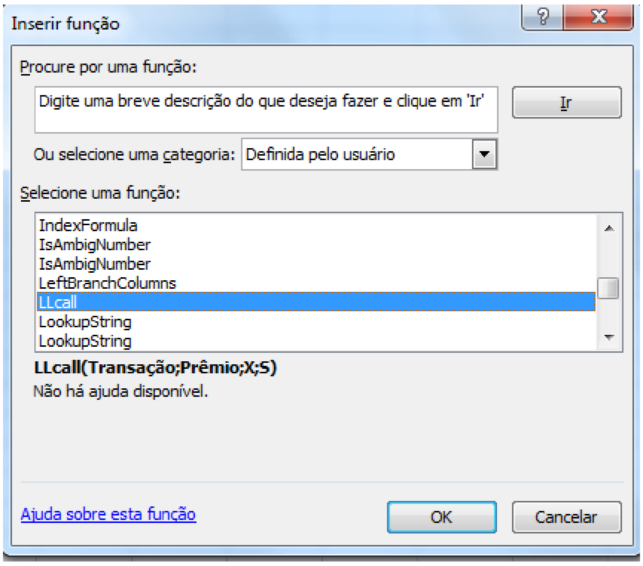
Uma *call* com preço de exercício $ 80 foi comprada pelo preço de $ 6. Calcule o lucro dessa operação se, na data de exercício, a cotação do ativo for $ 96.

Solução

Entremos numa célula de planilha com a fórmula: =LL*call*("compra";6;80;96) e o valor retornado pelo cálculo da função é $ 10.

Usando o assistente de função (wizard), clicamos na célula a ser inserido o valor do LL da opção *call* e a seguir no ícone Inserir função, na barra de fórmulas do Excel e aparecerá janela Inserir função:

[20] Ver Plan 8 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*



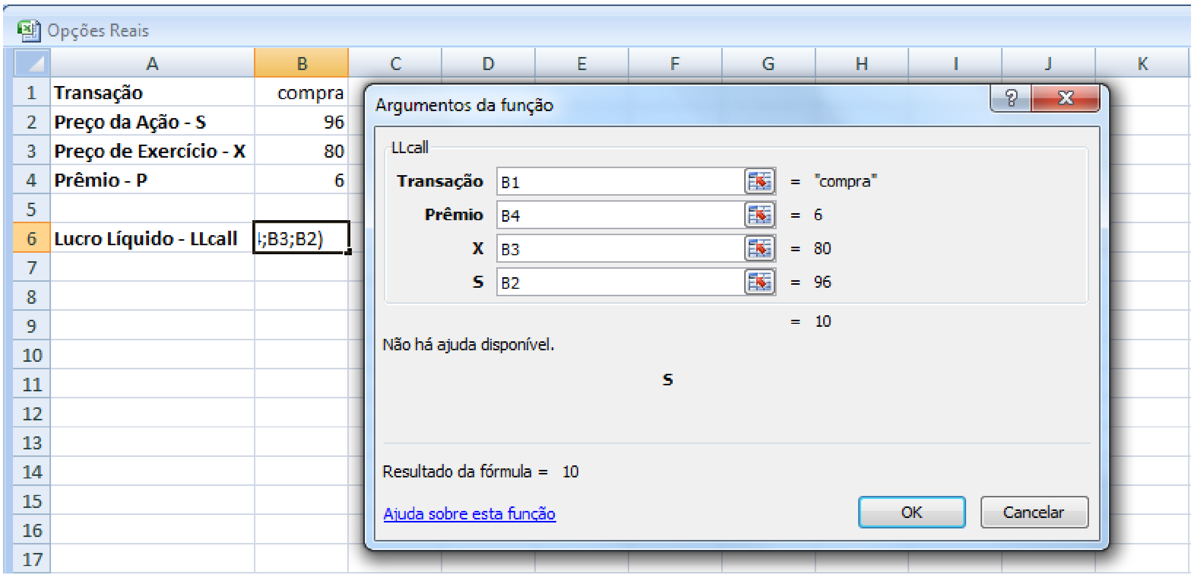
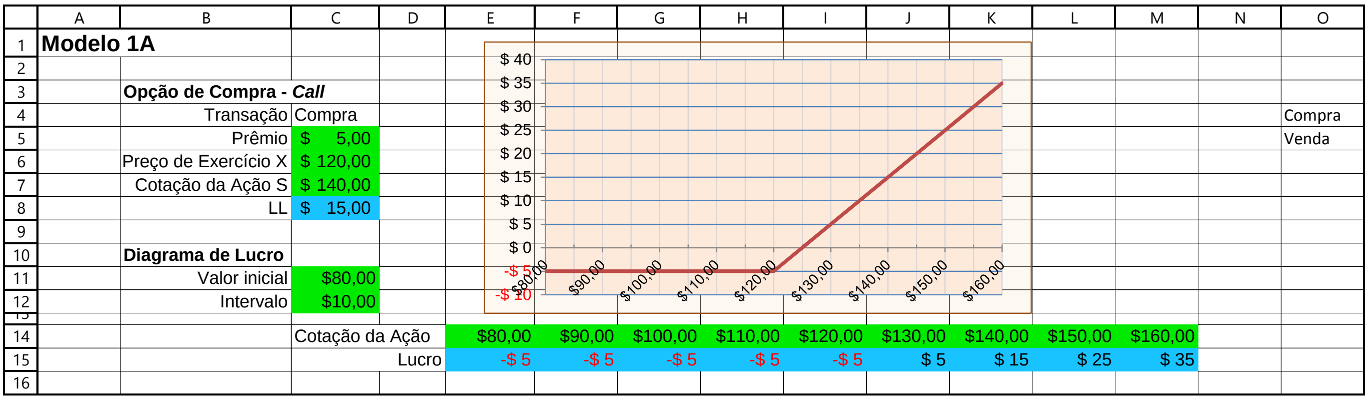


Figura 2.3

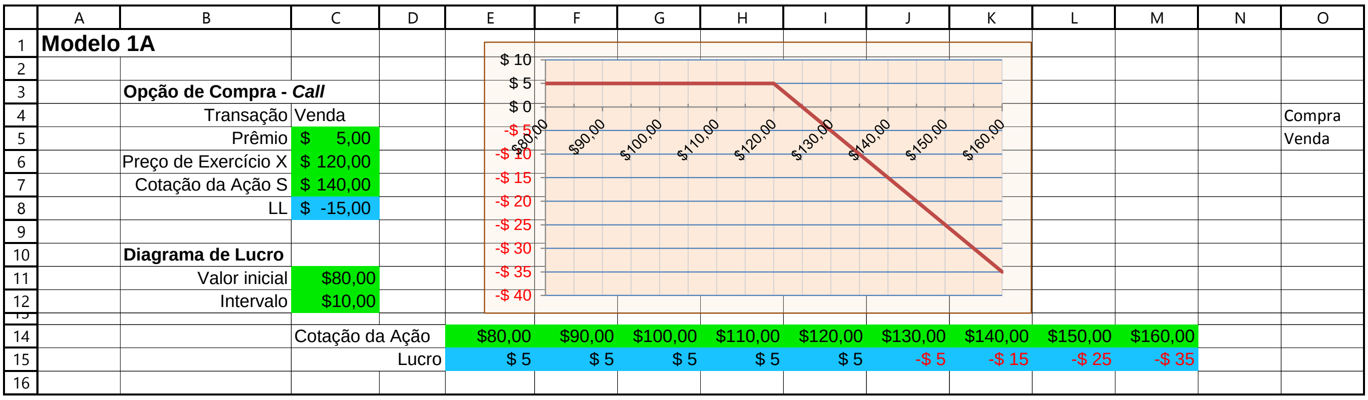
2.4 MODELO 1A-1

Esta nova função **LL*call*** é útil para construir a tabela e o gráfico do lucro líquido de compra ou de venda de uma *call*, utilizando somente os recursos da planilha Excel[21]. Os dados são informados nas células verdes e os resultados aparecerão nas células azuis do modelo.

[21] Ver Plan9 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Modelo 1A														
2															
3		Opção de Compra - *Call*													
4		Transação	Compra												Compra
5		Prêmio	$ 5,00												Venda
6		Preço de Exercício X	$ 120,00												
7		Cotação da Ação S	$ 140,00												
8		LL	$ 15,00												
9															
10		Diagrama de Lucro													
11		Valor inicial	$80,00												
12		Intervalo	$10,00												
14			Cotação da Ação		$80,00	$90,00	$100,00	$110,00	$120,00	$130,00	$140,00	$150,00	$160,00		
15				Lucro	-$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5	$ 5	$ 15	$ 25	$ 35		
16															

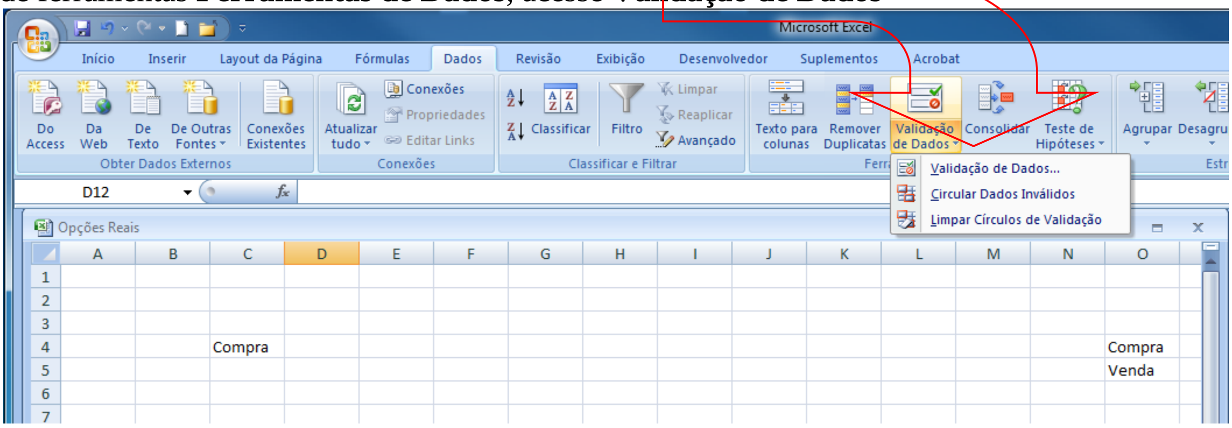


	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Modelo 1A														
2															
3		Opção de Compra - *Call*													
4		Transação	Venda												Compra
5		Prêmio	$ 5,00												Venda
6		Preço de Exercício X	$ 120,00												
7		Cotação da Ação S	$ 140,00												
8		LL	$ -15,00												
9															
10		Diagrama de Lucro													
11		Valor inicial	$80,00												
12		Intervalo	$10,00												
14			Cotação da Ação		$80,00	$90,00	$100,00	$110,00	$120,00	$130,00	$140,00	$150,00	$160,00		
15				Lucro	$ 5	$ 5	$ 5	$ 5	$ 5	-$ 5	-$ 15	-$ 25	-$ 35		
16															

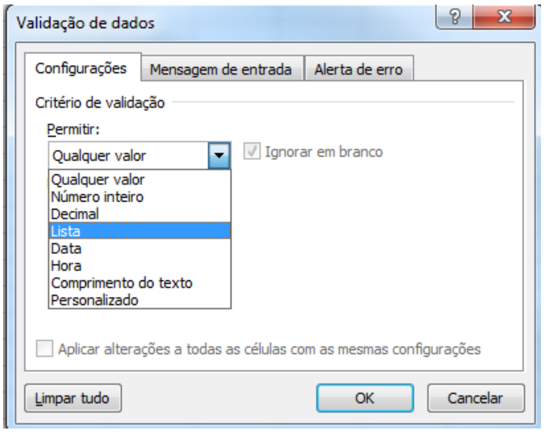
Figura 2.4

Detalhamento

- Na célula C4 é informado o tipo de operação: *Compra* ou *Venda*. Para facilitar esse registro, a célula C4 foi validada como **Lista** referida ao intervalo O4:O5. Para isso, na guia **Dados**, no grupo de ferramentas **Ferramentas de Dados**, acesse **Validação de Dados**



Selecione no menu suspenso **Validação de Dados...**, e obtenha a janela:



Selecionando **Lista**, a janela ficará assim:

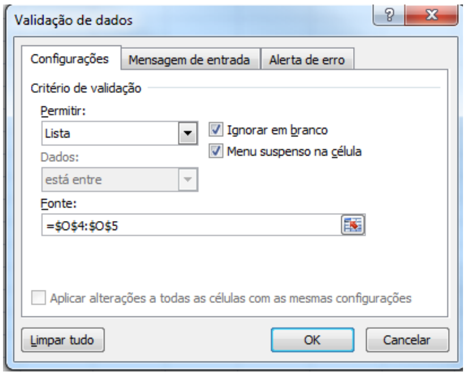


Figura 2.5

Preencha a caixa **Fonte:** com o intervalo $O$4:$O$5.

- Na célula C5 é informado o prêmio da *call*, na célula C6 é informado seu preço de exercício, e na célula C7 a cotação do ativo-objeto, como mostrado acima:
- O cálculo do Lucro Líquido é realizado na célula C8 com a fórmula: =SE(C4="Compra";1;-1)*(-C5+MÁXIMO(0;C7-C6)).

Para construir o gráfico, proceda como segue:

- O intervalo B10:C12 foi preparado para o usuário definir o Valor inicial do eixo das abcissas (preço inicial da ação) e o Intervalo de variação dos nove preços da ação.
- No intervalo C14:M15 foi construída a tabela do diagrama de lucro em função dos nove possíveis preços da ação na data de avaliação.
  - Na célula E13 foi registrada a fórmula: =C11, e na célula F13, a fórmula: = E14 + $C$12. Depois essa fórmula foi copiada até a célula M14.
  - Na célula E14 foi registrada a fórmula: =**LLcall**($C$4;$C$5;$C$6; E$14) que depois foi copiada até a célula M15.

Os resultados dessa tabela foram utilizados para construir o diagrama tipo linha do **lucro líquido** *LL* da *compra* ou da *venda* de uma *call*, cujo procedimento é conhecido.

2.5 Comprando Opção de Venda – *Put*

O titular de uma opção de venda ou *put* tem o **direito**, mas não a obrigação, de vender o ativo do qual a opção deriva por certo preço (preço de exercício), numa certa data, obedecidas as condições estabelecidas pela Bolsa. Ao mesmo tempo, o lançador vende a *put*, recebe um prêmio C do titular e, perante a Bolsa, assume a **obrigação** de comprar as ações ao preço de exercício estabelecido. Trataremos aqui das opções *Europeias*, quando devem ser exercidas na data de vencimento (ou, exercício, ou ainda, expiração).

- Se o *preço S* da ação for menor que o *preço de exercício* da *put*, S < X, há vantagem de exercer o direito de venda da ação pelo valor X, pois o titular da opção poderá comprar essa ação no mercado por um preço menor do que X e vendê-la por X ao lançador. De outra maneira, o titular da *put* terá lucro se o preço da ação for menor que a diferença entre o preço de exercício X e o prêmio P pago pela *put*, ou S < X – P, e seu **lucro líquido** será

$$LL = (X-S) - P.$$

- Entretanto, se S $\geq$ X, não haverá vantagem em exercer o direito de venda da ação pelo valor X e o seu lucro **líquido** (neste caso, **prejuízo)** será igual ao *prêmio* P

$$LL = -P$$

Lembremos também que a fórmula para o lucro líquido na data de exercício da estratégia de compra de uma *put* é:

$$\boxed{\textbf{LL = Máximo(X-S;0) – P}}$$

A função *Máximo* estabelece que o resultado da primeira parcela, será sempre um valor positivo igual ou maior que zero.

Exemplo – Lucro Líquido da compra de Opções Put no Excel

Uma *put* com *preço de exercício* de \$ 120 foi **comprada** por \$ 5. Calcule o **LL** dessa *put* e, numa planilha[22], simule este lucro líquido LL num intervalo de valores S da *ação-objeto* de \$0 a \$150.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	**Preço da Ação - S**	130								
3	**Preço de Exercício - X**	120								
4	**Prêmio - P**	5								
5	**Lucro Líq (LL)**	-5	<--=MÁXIMO(B3-B2;0)-B4							
6										
7		**Tabela de Dados**								
8			-5							
9		0	115							
10		10	105							
11		20	95							
12		30	85							
13		40	75							
14		50	65							
15		60	55							
16		70	45							
17		80	35							
18		90	25							
19		100	15							
20		110	5							
21		120	-5							
22		130	-5							
23		140	-5							
24		150	-5							

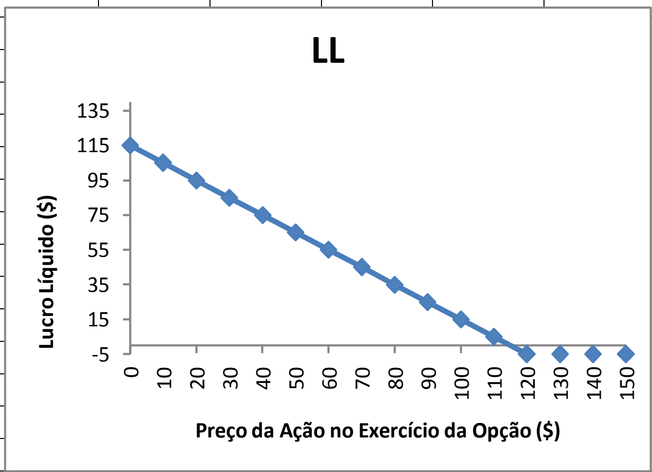
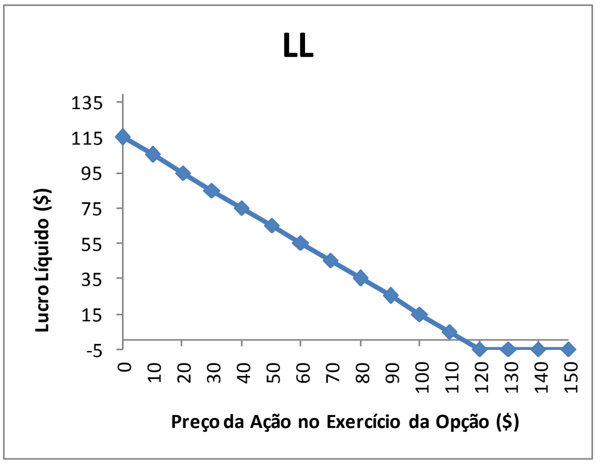


Figura 2.6

Analisando os diagramas do LL de compra de uma *call* e de uma *put*, podemos constatar que a compra de uma *call* não apresenta nenhum limite quanto ao lucro, entretanto, o LL de uma *put* fica limitado a: $LL_{máximo} = X - P$.

[22] Ver Plan11 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

Put *Call*



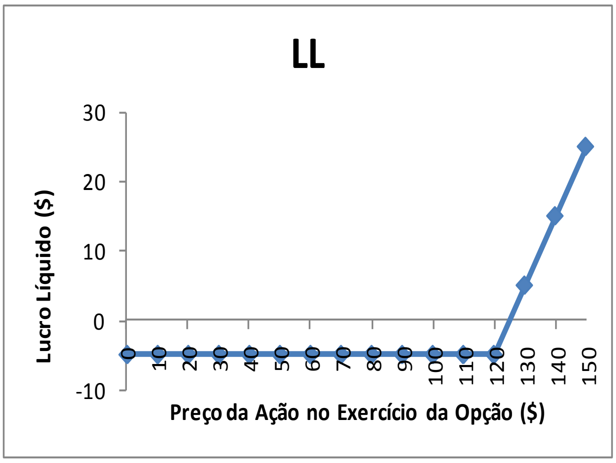


Figura 2.7

2.6 - Vendendo de Opção de Venda – *Put*

Pela venda da *put* de uma ação com *preço de exercício* X foi recebido o *prêmio* C. A expectativa do lançador da *put* é que, até a data de exercício, o *preço S* da ação seja maior do que o seu *preço de exercício X*, pois, nesse caso, a opção não será exercida. Na data de exercício, o lançador da *call* terá duas situações de lucro seguintes:

- Se o *preço S* da ação for menor que o *preço de exercício* da *put*, S < X, o lançador da ação poderá ser exercido, e seu lucro será

$$LL = P + (S – X)$$

- Entretanto, se S >X, o lançador não será exercido, e seu lucro será:

$$LL = P$$

A fórmula do lucro líquido LL na data de exercício da estratégia de venda de uma *put* é

$$\boxed{\mathbf{LL = P – Máximo\ (X – S;0)}}$$

Ou

$$\boxed{\mathbf{LL = -\ (\ Máximo\ (X – S;0) – P)}}$$

A parte entre parênteses nesta última fórmula é idêntica à do LL de compra da *put*.

Exemplo – Lucro Líquido da venda de Opções Put no Excel

Uma *put* com preço de exercício de $ 120 foi vendida com o prêmio de $ 5. Calcule para o **lançador** o LL dessa *put* e, numa planilha[23], simule este lucro líquido LL do lançador num intervalo de valores da *ação-objeto* de $0 a $150.

[23] Ver Plan12 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	**Preço da Ação - S**	130							
3	**Preço de Exercício - X**	120							
4	**Prêmio - P**	5							
5	**Lucro Líq (LL)**	5	<--=-(MÁXIMO(B3-B2;0)-B4)						
6									
7		**Tabela de Dados**							
8			5						
9		0	-115						
10		10	-105						
11		20	-95						
12		30	-85						
13		40	-75						
14		50	-65						
15		60	-55						
16		70	-45						
17		80	-35						
18		90	-25						
19		100	-15						
20		110	-5						
21		120	5						
22		130	5						
23		140	5						
24		150	5						

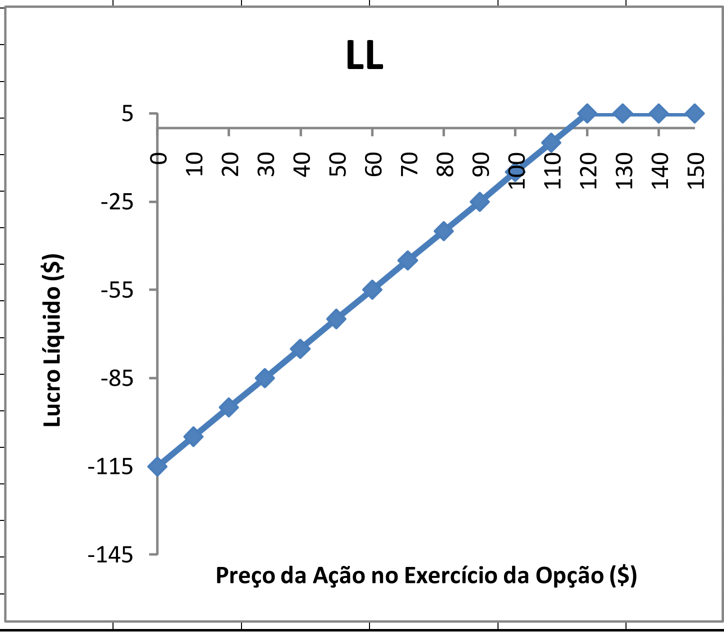


Figura 2.8

Note que o prejuízo da venda de uma *put* fica limitado a P – X, enquanto a venda de uma *call* não apresenta limite ao prejuízo.

2.7 Construindo fórmula de planilha e função definida pelo usuário para o cálculo do LL de compra ou de venda de uma *put* no Excel

fórmula de planilha

A expressão do LL da compra da *put*:

LL = Máximo (X – S;0) – P

E a expressão do LL da venda da *put*:

LL =-(Máximo (X – S;0) – P)

Podem ser agrupadas numa única expressão de LL de compra ou venda de uma *put*, onde introduzimos uma variável Z que define o tipo de operação (compra ou venda):

LL = SE(Z = compra;1;-1)*(Máximo (X – S;0) – P)

Interpretando: Se Z = *compra* for verdadeira, então retorna o valor [Máximo (X – S;0) – P] para a expressão LL; caso contrário (quando for *venda*), retorna [-(Máximo (X – S;0) – P)].

Com esta fórmula podemos encontrar o LL na planilha Excel como mostrado a seguir:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	**Preço da Ação - S**	130					
3	**Preço de Exercício - X**	120					
4	**Prêmio - C**	5					
5	**Transação - Z**	compra					
6	**Lucro Líq (LL)**	-5	<--=SE(Z="compra";1;-1)*(MÁXIMO(B3-B2;0)-B4)				

Figura 2.9

Nomeamos a célula B5 como Z.

função definida pelo usuário

> Vamos agora construir uma função definida pelo usuário que daremos o nome de **LLput** para retornar o lucro líquido da compra ou da venda de uma *put*. Para isso, no VBE do Excel introduzimos os seguintes códigos:

```
Public Function LLput(Transação As String, Prêmio As Double, X As Double, S As
Double) As Variant
If LCase (Transação) = "compra" Then
    LLput = -Prêmio + Application.Max(X-S,0)
ElseIf LCase(Transação) = "venda" Then
    LLput = Prêmio – Application.Max(X-S,0)
Else
    LLput = "N/A"
End If
End Function
```

A sintaxe desta função é:

LLput(Transação;Prêmio;X;S)

No argumento *Transação* se informa o tipo de transação, *compra* ou *venda*, entre duas aspas duplas. O argumento *Prêmio* é o preço P de compra da *put*, o argumento X é o *preço de exercício*, e o argumento S é o *preço da ação* na data de exercício.

Exemplo – Usando a função definida pelo usuário LLput para calcular o Lucro Líquido de Opções Put no Excel

Uma *put* com preço de exercício \$ 80 foi comprada pelo preço de \$ 5. Calcule o lucro dessa operação se, na data de exercício, a cotação do ativo-objeto for \$ 70.

Solução:

Entremos numa célula de planilha com a fórmula: **=LLput("compra";5;80;70)** que dará um resultado igual a \$ 5.

Usando o assistente de função (*wizard*), clicamos na célula a ser inserido o valor do LL da opção *put* e a seguir siga os passos anteriores da opção de compra *call*. Selecionando agora **LLput** e introduzindo os argumentos, ficamos:

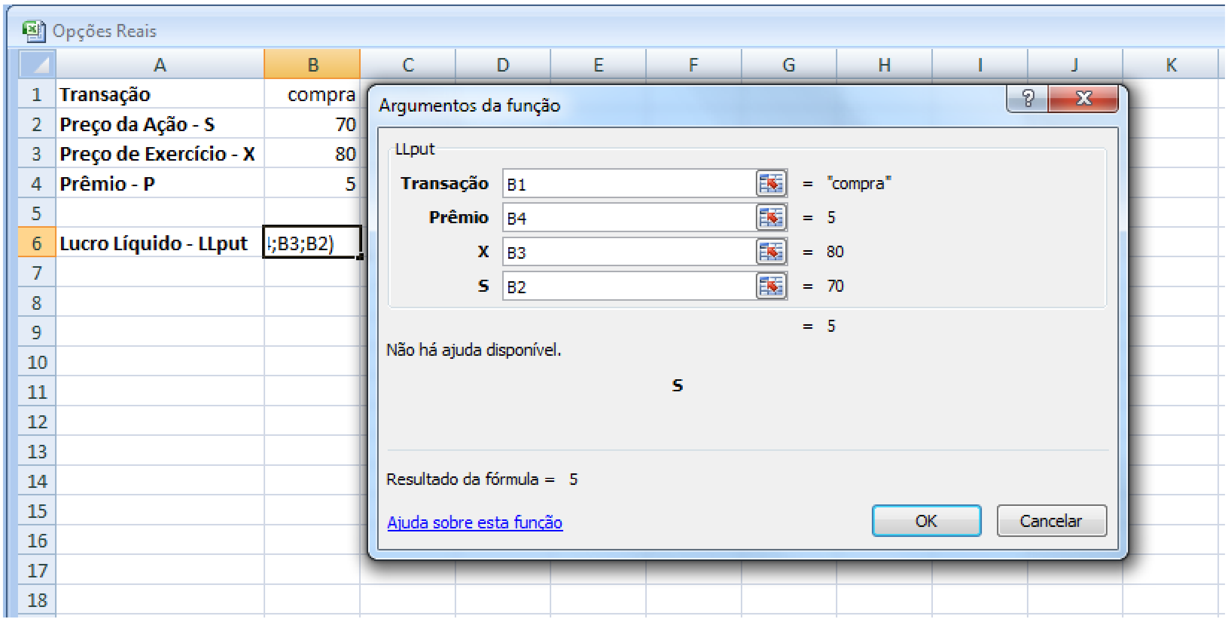


Figura 2.10

2.8 - MODELO 1A-2

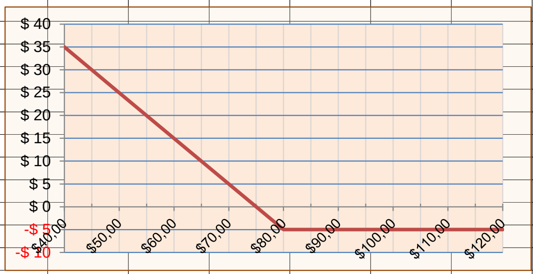
O layout do **Modelo 1A-2** é o do Projeto 1A-1, exceto as fórmulas do lucro.

- Na célula C8, é calculado o <u>Lucro Líquido</u> com a fórmula: =SE(C4="Compra";1;-1)*(-C5+MÁXIMO(0;C6-C7)).
- Na célula E15 foi registrada a fórmula: =LLput($C$4;$C$5;$C$6;E$14). Depois essa fórmula foi copiada até a célula M15.

A Figura 2.11 abaixo[24] mostra o gráfico do Lucro Líquido da operação de compra e de venda de uma *put*.

[24] Ver Plan12 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	**Modelo 1A-2**														
2															
3		**Opção de Venda - *Put***													
4		Transação	Compra												Compra
5		Prêmio	$ 5,00												Venda
6		Preço de Exercício X	$ 80,00												
7		Cotação da Ação S	$ 70,00												
8		LL	$ 5,00												
9															
10		**Diagrama de Lucro**													
11		Valor inicial	$40,00												
12		Intervalo	$10,00												
13															
14			Cotação da Ação		$40,00	$50,00	$60,00	$70,00	$80,00	$90,00	$100,00	$110,00	$120,00		
15				Lucro	$ 35	$ 25	$ 15	$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5		
16															



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	**Modelo 1A-2**														
2															
3		**Opção de Venda - *Put***													
4		Transação	Venda												Compra
5		Prêmio	$ 5,00												Venda
6		Preço de Exercício X	$ 80,00												
7		Cotação da Ação S	$ 70,00												
8		LL	$ -5,00												
9															
10		**Diagrama de Lucro**													
11		Valor inicial	$40,00												
12		Intervalo	$10,00												
13															
14			Cotação da Ação		$40,00	$50,00	$60,00	$70,00	$80,00	$90,00	$100,00	$110,00	$120,00		
15				Lucro	-$ 35	-$ 25	-$ 15	-$ 5	$ 5	$ 5	$ 5	$ 5	$ 5		
16															

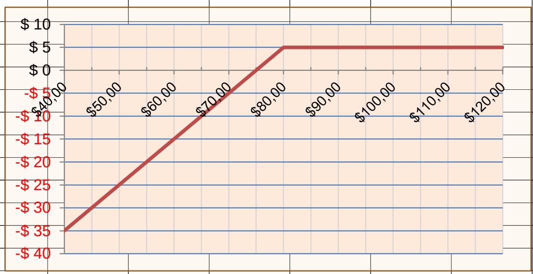


Figura 2.11

2.9 Construindo fórmula de planilha e função definida pelo usuário para o cálculo do LL de compra ou de venda de uma *OPÇÃO*[25] no Excel.

fórmula de planilha

A nova função LLopção retorna o Lucro Líquido de uma opção na data de exercício, e sua sintaxe é:

LLopção(Tipo;Transação;Prêmio;X;S)

Significado dos argumentos:

- Em Tipo, informe o tipo da opção, *Call* ou *Put*, podendo ser realizado com letras maiúsculas ou minúsculas ou ambas combinadas.
- Em Operação, informe o tipo de operação, Compra ou Venda.
- Prêmio é o valor de compra da *call* ou da *put*.
- X é o valor do preço de exercício da opção.
- S é o valor do preço da ação[26]-objeto na data do exercício.

Como esta nova função LLopção retorna os resultados das duas novas funções *LLcall* e *LLput*, o primeiro código pode ser realizado agrupando os dois códigos anteriores controlados com uma instrução SE para endereçar o cálculo de acordo com o argumento Tipo informado.

[25] Seja ela *call* ou *put*.

[26] Ou outro ativo

função definida pelo usuário

O código VBA desta nova função está registrado abaixo:

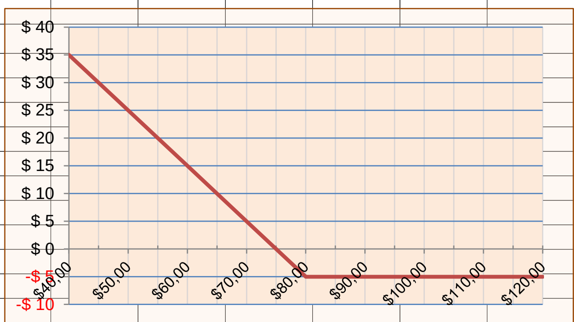
```
Public Function LLopção(Tipo As String, Transação As String, Prêmio As Double, X As Double, S As Double) As Variant

Tipo = LCase(Tipo)

Transação = UCase(Operação)

If Tipo = "call" And Transação = "COMPRA" Or Tipo = "call" And Transação = "VENDA" Or Tipo = "put" And Transação = "COMPRA" Or Tipo = "call" And Transação = "Venda" Then

    LLopção = IIf(UCase(Transação) = "COMPRA", 1, -1) * ((-Prêmio + Application.Max(0, IIf(LCase(Tipo) = "call", 1, -1) * (S - X))))

Else

    LLopção = "N/A"

End If

End Function
```

Vejam que introduzimos agora a função **IIf**.

2.10 MODELO 1A-3

Vamos agora construir um modelo[27] para o Lucro Líquido de uma *call* e de uma *put*, usando o layout do modelo 1A-1 e modelo 1A- 2. Abaixo seguem os gráficos do Lucro Líquido da operação **compra** de uma *call* e de uma *put*.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	**1A-3**													
2														
3	**Opção de Compra - *Call***													
4	Tipo de opção	Put												Call
5	Transação	Compra												Put
6	Prêmio	$ 5,00												
7	Preço de Exercício X	$ 80,00												Compra
8	Cotação da Ação S	$ 70,00												Venda
9	LL	$ 5,00												
10														
11	**Diagrama de Lucro**													
12	Valor inicial	$40,00												
13	Intervalo	$10,00												
14														
15		Cotação da Ação		$40,00	$50,00	$60,00	$70,00	$80,00	$90,00	$100,00	$110,00	$120,00		
16			Lucro	$ 35	$ 25	$ 15	$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5		
17														



[27] Ver Plan14 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	**Modelo 1A-3**														
2															
3		**Opção de Compra - *Call***													
4		Tipo de opção	Call												Call
5		Transação	Compra												Put
6		Prêmio	$ 5,00												
7		Preço de Exercício X	$ 80,00												Compra
8		Cotação da Ação S	$ 70,00												Venda
9		LL	$ -5,00												
10															
11		**Diagrama de Lucro**													
12		Valor inicial	$40,00												
13		Intervalo	$10,00												
14															
15			Cotação da Ação		$40,00	$50,00	$60,00	$70,00	$80,00	$90,00	$100,00	$110,00	$120,00		
16				Lucro	-$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5	-$ 5	$ 5	$ 15	$ 25	$ 35		
17															

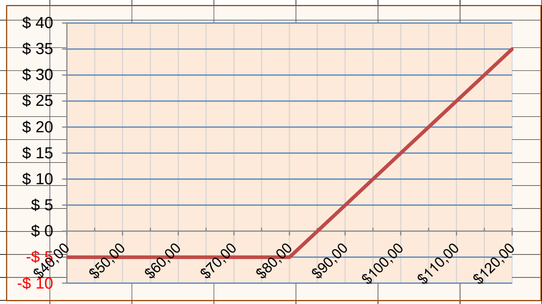


Figura 2.12

2.11 - MODELO 1B

Este modelo[28] envolve implementação das equações *Payoff* de Opções no Vencimento" discutidas anteriormente. Calcularemos apenas contratos de <u>um</u> tipo de título (ou *call*, ou *put*, ou ações). A planilha para este modelo está mostrada na Figura 2.13:

	A	B	C	D	E	F
1	**Payoffs e Lucros no Vencimento para Posições de Opções e Ações**					1
2						-1
3	***Payoff* das posições *call* no vencimento**			**Lucro das posições de ações**		
4	Preço de Exercício	R$ 30,00		Preço de compra/lote	R$ 25,00	
5	Prêmio/lote	R$ 1,30		Número de lotes comprados (vendidos)	R$ 5,00	
6	Número de contratos comprados (vendidos)	2		Ações/lotes	100	
7	Lotes/contratos	100		Preço na data futura	R$ 40,00	
8	Preço da ação no vencimento das opções	R$ 40,00				
9				Lucro (prejuízo)	R$ 7.500,00	
10	*Payoff*	R$ 2.000,00				
11	Lucro(prejuízo)	R$ 1.740,00		**Payoff das posições de opções no vencimento**		
12				Indicador do tipo de opção, Call = 1, Put = -1	-1	
13				Preço de Exercício	R$ 30,00	
14	***Payoff* das posições *put* no vencimento**			Prêmio/lote	R$ 5,80	
15				Número de contratos comprados (vendidos)	3	
16	Preço de exercício	R$ 30,00		Lotes/contratos	100	
17	Prêmio/lote	R$ 5,80		Preço da ação no vencimento da opção	R$ 40,00	
18	Número de contratos comprados (vendidos)	3				
19	Lotes/contratos	100		*Payoff*	R$ 0,00	
20	Preço da ação no vencimento das opções	R$ 40,00		Lucro (prejuízo)	(R$ 1.740,00)	
21						
22	*Payoff*	R$ 0,00				
23	Lucro(prejuízo)	(R$ 1.740,00)				

Figura 2.13 – Modelo 1B: *Payoffs* e Lucros no vencimento para posições de Opções de Ações

Construindo o Modelo

1. Configurar a planilha: Crie uma planilha com rótulos para as entradas como mostrado e entre com os valores de entrada.

2. Crie a fórmula para *payoff* das calls: Você tem que calcular o preço terminal da ação menos o preço de exercício *call*. Se este for positivo, então o *payoff* é igual ao preço terminal da ação menos o preço de exercício. Se a diferença for negativa, então o *payoff* é zero.

Então o *payoff* é o maior entre o zero e a diferença entre preço terminal da ação e o preço de exercício. Em B10 entrar com =MÁXIMO(0;B8-B4)*B6*B7 para implementar isto. A função MÁXIMO pega o maior dos argumentos fornecidos. Note que o sinal da posição — positivo se você comprou as *calls* e negativo se você vendeu as *calls* — automaticamente produz o *payoff* com o sinal correto.

[28] Ver Plan10 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

3. Crie fórmula para lucro sobre as *calls*: O lucro sobre a posição *call* é igual ao *payoff* menos o prêmio pago para as *calls*. Em B11 entre com =B10-B5*B6*B7 para calcular o lucro das *calls*.

4. Crie fórmula para *payoff* sobre as *puts*: Os *payoff das puts* se o preço da ação ficar abaixo do preço de exercício — o oposto das *calls*. Em B22 entre com =MÁXIMO(0;B16-B20)*B18*B19 para calcular *put payoff*.

5. Crie fórmula para lucro sobre as *puts*: Em B23 entrar com =B22-B17*B18*B19.

6. Crie fórmula para lucro sobre ações: O lucro sobre ações é preço terminal da ação menos o preço que você pagou. Em E9 entre com =(E7-E4)*E5*E6.

7. Configure validação de dados para TipoOpção: Para garantir que o usuário não pode entrar com nada diferente de 1 ou -1 em E12, selecione E12, depois então selecione a guia Dados ⇨ grupo Ferramentas de Dados ⇨ Validação de Dados para trazer para frente a caixa de diálogo Validação de Dados. Clique na guia Configurações. Para Permitir:, escolha Lista, e na caixa para Fonte: entre com 1, -1. Certifique-se que nem a Ignorar em branco nem Menu suspenso na célula estejam selecionados. Na guia Alerta de erro, digite uma mensagem apropriada na caixa de Mensagem de erro. (Esta mensagem mostra se o usuário tentou entrar com alguma outra coisa diferente do que você tenha especificado anteriormente). Clique OK para completar.

8. Crie uma fórmula única para *payoff* das *puts* e das *calls*: Nomeie E12 TipoOpção selecionando a célula e depois então digitando o nome na caixa de nome (na extremidade esquerda da barra de fórmula). Em E19 entre com =MÁXIMO(0;TipoOpção*(E17-E13))*E15*E16. (Se você não entender a fórmula, veja a discussão anterior na seção "*Payoff* de opções no vencimento").

9. Crie fórmula para o lucro das *puts* e *calls*: Em E20 entrar com =E19-E14*E15*E16.

Testando o Modelo

Para testar o modelo, entre com posições positiva e negativa e preços terminais acima e abaixo do preço de exercícios e verifique as saídas do modelo versus os resultados calculados manualmente.

2.12 MODELO 2

O Problema

Desenvolver um modelo para calcular os lucros projetados de um portfólio de até 10 posições em ações, *calls*, e *puts* no momento do vencimento das opções para um intervalo de preços terminais de ações (isto é, preços de ações quando as opções vencerem). Todas as posições são sobre a mesma ação e todas as opções vencem ao mesmo tempo. Para cada posição, o usuário deverá ser capaz de entrar com o tipo de posição (ação, *put*, ou *call*), preço de exercício ou preço de compra da ação, tamanho da posição, e prêmio pago (se opção). Crie um diagrama para mostrar os lucros projetados do portfólio (valores) para um intervalo de preços terminais de ações.

Modelando a Estratégia

A planilha para este modelo está mostrada na Figura 2.14. Use o método do último modelo para calcular os *payoffs* para cada posição para cada preço terminal dependendo do tipo da posição. Então, para cada preço terminal, some os *payoffs* de todas as posições e subtraia o prêmio total pago para calcular o lucro do portfólio

Para aquele preço terminal[29].

[29] Ver Plan 15 da pasta Modelagem de Opções no Excel.xlsm

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		Lucro de um Portfólio de Ações e Opções no Vencimento da Opção													
2															
3	Instruções para entradas de dados														
4	Tipo da Posição		Entrar com C, P ou S					C	P	S					
5	Preço deExercício		Para ações entrar com o preço de compra												
6	Tamanho da Posição		Entrar com o número de contratos ou lotes												
7	Prêmio		Para posição de Ações deixar em branco												
8															
9															
10	Tipo	Preço de	Tamanho da	Prêmio/											
11	Posição	Exercício	Posição	Lote											
12															
13	C	R$ 40,00	3	R$ 4,80											
14	C	R$ 50,00	-3	R$ 1,70											
15	C	R$ 45,00	0	R$ 1,00											
16	C	R$ 40,00	0	R$ -											
17	P	R$ 30,00	0	R$ -											
18	P	R$ 45,00	0	R$ -											
19	P	R$ 35,00	0	R$ -											
20	P	R$ 40,00	0	R$ -											
21	S	R$ 35,00	0	R$ -											
22	S	R$ 40,00	0	R$ -											
23															
24	Lotes de ações ou contratos			100											
25	Preço terminal mais baixo			30											
26	Tamanho do passo do preço terminal			1											
27															
28															
29															
30															
31					Tipo de Posição	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	0	0
32		Preço	Lucro do		Preço de Exercício	R$ 40,00	R$ 50,00	R$ 45,00	R$ 40,00	R$ 30,00	R$ 45,00	R$ 35,00	R$ 40,00	R$ 35,00	R$ 40,00
33		Terminal	Portfólio		Tamanho da Posição	3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0
34															
35		R$ 30,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
36		R$ 31,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
37		R$ 32,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
38		R$ 33,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
39		R$ 34,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
40		R$ 35,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
41		R$ 36,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
42		R$ 37,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
43		R$ 38,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
44		R$ 39,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
45		R$ 40,00	(R$ 930,00)			R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
46		R$ 41,00	(R$ 630,00)			R$ 300,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
47		R$ 42,00	(R$ 330,00)			R$ 600,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
48		R$ 43,00	(R$ 30,00)			R$ 900,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
49		R$ 44,00	R$ 270,00			R$ 1.200,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
50		R$ 45,00	R$ 570,00			R$ 1.500,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
51		R$ 46,00	R$ 870,00			R$ 1.800,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
52		R$ 47,00	R$ 1.170,00			R$ 2.100,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
53		R$ 48,00	R$ 1.470,00			R$ 2.400,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
54		R$ 49,00	R$ 1.770,00			R$ 2.700,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
55		R$ 50,00	R$ 2.070,00			R$ 3.000,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
56		R$ 51,00	R$ 2.070,00			R$ 3.300,00	(R$ 300,00)	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
57		R$ 52,00	R$ 2.070,00			R$ 3.600,00	(R$ 600,00)	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
58		R$ 53,00	R$ 2.070,00			R$ 3.900,00	(R$ 900,00)	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
59		R$ 54,00	R$ 2.070,00			R$ 4.200,00	(R$ 1.200,00)	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
60		R$ 55,00	R$ 2.070,00			R$ 4.500,00	(R$ 1.500,00)	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
61		R$ 56,00	R$ 2.070,00			R$ 4.800,00	(R$ 1.800,00)	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
62		R$ 57,00	R$ 2.070,00			R$ 5.100,00	(R$ 2.100,00)	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
63		R$ 58,00	R$ 2.070,00			R$ 5.400,00	(R$ 2.400,00)	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00
64		R$ 59,00	R$ 2.070,00			R$ 5.700,00	(R$ 2.700,00)	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00

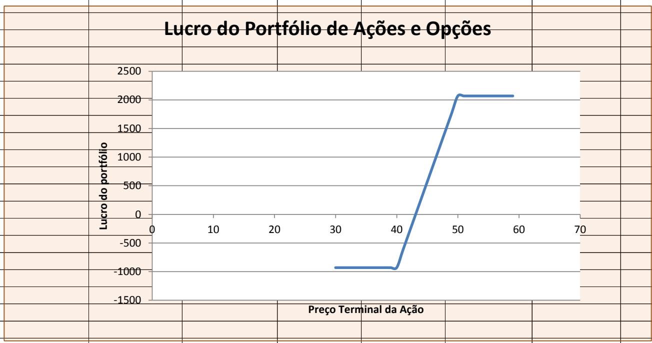


Figura 2.14

Construindo o Modelo

1. Configure a area de entrada de dados e validação de dados: Configure a área de entrada de dados como mostrado e nomeie D24 como TamanhoC. Em A13, configure a validação de dados para garantir que o usuário possa entrar somente com com C, P, ou S. Copie isto pelo A14:A22 usando a opção validação no Colar Especial.

2. Crie coluna de preços terminais: Em vez de usar preços terminais fixos, queremos deixar o usuário especificá-los indicando em D25 o preço terminal mais baixo que ele queira ver e em D26 o tamanho do passo no qual o preço terminal deverá crescer. Em B35 entrar com =$D$25 e em B36 entrar com =B35+$D$26. Depois então copie a fórmula de B36 no intervalo B37:B64.

3. Crie vínculos para células de entrada: É possível criar uma fórmula que você possa copiar nela todas as células relevantes para calcular o *payoff* para cada posição para todos os preços terminais de ações, precisamos duplicar os dados de entrada para o tipo de posição, preço de exercício, e tamanho da posição no intervalo F31:O33. Também, como veremos, tornar a fórmula do *payoff* mais curta, será conveniente ter os tipos de posição como1 para C, -1 para P e 0 para S. Em F31, entrar com =SE($A13="C";1;SE($A13="P";-1;0)), em F32 entrar com =$B13, e em F33 entrar com =$C13. Copie estas fórmulas pelo G31:O33 e modifique-as uma de cada vez para amarrá-las às células corretas em A14:C22. (Como um desafio, tente encontrar uma maneira mais simples de criar os valores para F31:O33.)

4. Crie a fórmula *payoff*: Você pode usar a função MÁXIMO para calcular o *payoff* para as posições opção como antes, onde em cada linha o preço terminal da ação está na coluna B. Entretanto, para melhorar as suas habilidades (e para uso posterior), use uma declaração SE aninhada aqui. Em F35 entre com =SE(F$31*($B35-F$32)>0;F$31*($B35-F$32)*F$33*TamanhoC;0). Aqui, a função SE verifica se a opção é *in-the-money* para o corespondente preço terminal da ação. Se ela para VERDADEIRO, então o *payoff* é calculado e entrado. Por outro lado, ou se isto é para uma posição ação, o *payoff* é zero. Estude a função SE para garantir que você entendeu como ela funciona para as *puts* e as *calls* usando o tipo de posição em F31. Analise também o uso das referências mistas de célula. O objetivo é criar uma fórmula que funcione corretamente quando copiada para todas as outras células. Para o tamanho do contrato, usamos o nome TamanhoC que criamos, mas você poderá também usar a referência absoluta de célula $D$24 nas fórmulas.

Para adicionar o *payoff* para as posições ação, na fórmula acima em F35 adicione +SE(F$31=0;($B35-F$32)*F$33*TamanhoC;0). Isto entrará com um *payoff* somente se ela para uma posição ação. Por outro lado esta será igual a zero.

Copie fórmula encerrada no resto do intervalo F35:O64.

5. Crie lucro fórmula: O lucro do portfólio para cada preço terminal da ação é a soma dos *payoff*s para todas as 10 posições menos o total prêmio pago para as posições de opção. Você poderá calcular este último para cada posição numa coluna próxima à área de entrada de dados, calcule sua soma, e use isto aqui.

Para desenvolver sua habilidade, de qualquer forma, tente usar uma fórmula matricial. Digite em C35 a fórmula =SOMA(F35:O35)-SOMA($C$13:C$22*$D$13:$D$22*TamanhoC) e pressione Ctrl+Shift+Enter em vez de apenas Enter porque esta é uma fórmula matricial. Você notará que o Excel coloca um par de chaves ({}) ao redor da fórmula para indicar que esta é uma fórmula matricial. A primeira parte da fórmula simplesmente soma os *payoff*s para todas as 10 posições das 10 colunas.

Na segunda parte, o Excel multiplica C13 por D13 e o tamanho do contrato, C14 por D14 e o tamanho do contrato, e assim por diante. Ele então soma todos os resultados porque os resultados estão dentro da função SOMA.

6. Crie um diagrama: Selecione B35:C64 e use o Assistente de Gráficos (Chart Wizard) para criar o diagrama embutido. (Para tipo de Diagrama use a Dispersão XY com linhas suaves). Formate apropriadamente e rotule o diagrama.

Testando o Modelo

Para testar o modelo, primeiro verifique que os preços terminais em B35:B64 estão apropriadamente refletindo o preço terminal mais baixo e o tamanho do passo do preço terminal.

A seguir, entrar com um conjunto de dados de entrada para todas 10 posições e certifique que os valores em F31:O33 estão refletindo-os corretamente. Mude alguns dos dados de entrada para ver que os valores em F31:O33 estão variando da maneira que deverão.

Agora crie apenas uma posição *call* em A13:D13 de tamanho 1 e entrar com zeros para todos os outros tamanhos de posição. Observe que F35:F64 como também C35:C64 para certificar que ambos o *payoff*s e os lucros estejam corretos. (Verifique-os usando cálculos manuais.)

Tente o mesmo para uma *put* e uma posição de ação. Se todas as posições funcionarem individualmente, então crie 3 posições e certifique que o lucro total esteja sendo calculado apropriadamente.

Usos do Modelo

Este modelo é ideal para se entender o *payoffs* e lucros das *puts* e *calls* individuais como também explorar várias estratégias de negociação de opção. Para ver os *payoffs* e lucros das *puts* e *calls* individuais, crie simples posições e estude o diagrama.

Para estudar qualquer estratégia de negociação, crie um portfólio de ações e opções refletindo nelas e estude o modelo de saída e o diagrama. Por exemplo, uma *call* em alta envolve comprar uma ou mais *calls* de acordo com o preço de exercício e vender um número igual de *calls* a um preço de exercício superior. Para ver as características do lucro de uma difusão em alta de uma *call*, entrar com C, $40, 3, e $4,80 em A13:D13 e C, $50, -3, e $1,70 em A14:D14. Certifique-se de que todos os outros tamanhos de posição são zeros. Entrar com $30 em D25 e $1 em D26 (para focalizar sobre o relevante intervalo de preço terminal).

Note que a preços terminais de ações de $40 e inferiores, você terá uma perda de $930 porque todas as *calls* vencerão sem valor e você perderá o prêmio líquido que você pagou. À preços terminais de ações de $50 ou mais, você terá um lucro de $2.070. Você empatará a um preço terminal da ação em cerca de $43. Acima disto, seu lucro crescerá firmemente até o máximo valor no preço terminal da ação de $50.

Lembre-se que para ver resultados realísticos, você precisa entrar com prêmios de opção realísticos; você não pode apenas faze-los subir. Você pode ou usar dados reais para uma particular ação e opções sobre ela (de jornais, máquinas de cotações, etc.) ou prêmios de opção teóricos de um modelo de precificação de opção como o modelo BSM que desenvolveremos posteriormente. Lembre-se também que neste modelo você sempre tem que usar opções sobre a mesma ação e com a mesma data de vencimento.

Limitações do Modelo

Como limitações importantes do modelo, temos:

- O modelo pode manipular diferentes posições de entradas e em diferentes momentos. Entretanto, para o modelo funcionar, todas as posições de opção devem vencer ao mesmo tempo, porque o modelo pode calcular o *payoff* de uma posição de opção somente no momento do vencimento. Ele não pode mostrar os *payoffs* e os lucros em qualquer instante anterior. (Criaremos um modelo diferente para isto posteriormente).

- Neste tipo de modelo, você quer criar fórmulas que funcionarão apropriadamente quando você copiá-las para um número maior de células; tais como, você deve na maioria das vezes usar referências de células (com a combinação correta das referências relativas, mistas, e absolutas) ao invés de nomes de células. Isto torna as fórmulas difíceis para se ler e verificar, e cria bastante espaço para se cometer erros. Certifique-se de testar seus modelos perfeitamente.

- O modelo pode manipular posições de somente uma ação e as opções sobre ela. Criando um modelo realístico para um portfólio com posições em diferentes ações e opções sobre elas ficam bem mais complicado.

CAPÍTULO 03 – ESTRATÉGIAS COM OPÇÕES

O investidor, ao se decidir pela **compra** de uma *call* (opção de compra), espera que as cotações da ação-objeto se elevem no futuro e que o prêmio da opção se valorize. Já o lançador de *call* (opções de compra) acredita que os preços da ação-objeto ficarão estáveis ou que cairão no futuro. O investidor que **compra** uma *put* (opção de venda), por sua vez, aposta que o preço à vista da ação-objeto cairá e, consequentemente, que o prêmio da opção *put* valorizar-se-á, ao passo que o lançador de uma *put* (opção de venda) aposta na alta do preço da ação-objeto. Se o mercado subir ou se mantiver estável, o lançador terá assegurado o prêmio que recebeu ao vender a opção. O mercado, portanto, é movido por expectativas: em função das expectativas quanto à evolução futura dos preços das ações no mercado à vista, o investidor formula suas estratégias com opções.

Resumindo

	movimento da ação-objeto	tipo de opção a comprar
Investidor acredita	Alta	*call*
	Baixa	*put*
Lançador acredita	Alta	*put*
	Baixa	*call*

Enfocaremos, a partir de agora, apenas as **estratégias** que os investidores podem estruturar com opções *call* (de compra) de ações. O objetivo desta seção de estudo é mostrar a você como os investidores combinam opções *call* (de compra) quando decidem correr maior ou menor grau de risco. Você verá que cada estratégia possui um nível de risco; algumas ocasionam perdas ilimitadas, caso a estratégia dê errado. Outras apresentam um ganho ilimitado. Em outras, a dimensão da perda, ou do ganho, é limitada.

3.1 – Trava de Alta (vertical spread) com opções *call* (de compra)

Esta é uma operação bastante simples dentre as várias estratégias que o investidor pode estruturar. Na operação, são *compradas* e *vendidas* opções *call* sobre ações de *séries* diferentes. A operação consiste em **comprar** uma *call* de preço de exercício mais baixo e **vender** uma *call* de preço de exercício mais alto. O investidor estrutura uma trava de alta quando aposta que o preço da ação-objeto no mercado à vista **subirá**, e estará, na data de vencimento das opções, igual ou pouco acima do preço de exercício X mais alto. Se a expectativa se confirmar ($S \geq X_{\text{mais alto}}$), o investidor ganha a **diferença** entre os dois preços de exercício. Se o preço da ação-objeto cair e ficar igual ou menor que o preço de exercício mais baixo ($S \leq X_{\text{mais baixo}}$), as duas opções não serão exercidas e o investidor perde o investimento feito no início da operação.

RESUMINDO

$X_{\text{mais baixo}}$	$X_{\text{mais alto}}$
Compra call (titular)	Vende call (lançador)
Pagha prêmio	Recebe prêmio
Expectativa: $S > X_{\text{mais alto}}$	

Quando se acredita que o S subirá! Quer ganhar mas se contenta com renda fixa.

Exemplo – Opções de compra (*call*) da VALE PNA

No pregão da BOVESPA, de 17/02/09, a ação VALE PNA estava cotada a R$ 20,00 por lote de mil. Nessa data, um investidor aposta que, em 16/03/09, data de vencimento de opções, as ações da VALE PNA estarão cotadas a

R$ 22,00 ou a um valor pouco acima. No dia 17/02/2009 a opção VALEC20 tinha um preço de exercício de R$ 20,00 e estava sendo negociada ao preço, ou ao prêmio, de R$ 9,43. Nesta mesma data a opção VALEC22 tinha um preço de exercício de R$ 22,00 e um prêmio de R$ 7,57.

SOLUÇÃO

A partir dessas expectativas, o investidor estrutura uma trava de alta: **compra** a opção VALEC20 e paga o prêmio de R$ 9,43; ao mesmo tempo, **vende** a opção VALEC22 e recebe o prêmio de R$ 7,57.

Portanto, nessa operação, o desembolso líquido do investidor (valor do investimento exigido) foi R$ (7,57 – 9,43) = R$ 1,86. Se as ações VALE PNA no mercado à vista subirem e chegarem a R$ 22,00, ou a um valor um pouco acima, o investidor **exercerá** (o direito) a opção VALEC20 e será **exercido** na opção VALEC22, portanto, ele ganhará a diferença entre os preços de exercício R$ (22,00– 20,00) = R$ 2,00. Como investiu R$ 1,86, o ganho líquido será de R$ 0,14. Todavia se, em 16/03/09, no mercado à vista as ações VALE PNA caírem para R$ 20,00 ou menos, as opções não serão exercidas (viram pó, na linguagem popular do mercado) e o investidor perderá o investimento de R$ 1,86 que fez na operação.

Resumidamente, temos a seguinte situação, em que:

X = preço de exercício da opção de compra;

p = prêmio da opção de compra.

Dados em 17/02/2009

Vale PNA: R$ 22,00 Opção de compra VALEC20, X= 20,00, p = 9,43

Opção de compra VALEC22, X = 22,00, p = 7,57

Trava de alta em 17/02/2009

Compra VALEC20 (9,43)

Vende VALEC22 7,57

Desembolso efetivo (1,86)

Possibilidade de ganho:

$$\frac{\text{ganho}}{\text{Investimento Líquido}} = \frac{0{,}14}{1{,}86} = 0{,}753 \text{ ou } 7{,}53\%$$

VALE PNA à vista (R$)	Valor da Opção VALEC20	Valor da Opção VALEC22	Resultado
19,80	0,00	0,00	(1,86)
20,00	0,00	0,00	(1,86)
21,86	1,86	0,00	1,86 – 1,86 = 0,00
22,00	2,00	0,00	2,00 – 1,86 = 0,14
24,00	4,00	2,00	4,00 – 2,00 – 1,86 = 0,14

Tabela – Simulação dos resultados possíveis em 16/03/2009

Abaixo a planilha correspondente[30]

[30] Ver Plan16 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3	**Trava Alta de call - *AçãoVALE PNA***										
4	Tipo de opção	Call									
5		VALEC20	VALEC22								
6	Transação	Compra	Venda	Desembolso							
7	Prêmio	$ -9,43	$7,57	$ -1,86							
8	Preço de Exercício X	$ 20,00	$22,00								
9	Cotação da Ação S	$ 22,00	$22,00								
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16			Cotação da Ação	$0,00	$20,00	$21,86	$22,00	$24,00			
17			Valor da VALEC20	$ 0,00	$ 0,00	$ 1,86	$ 2,00	$ 4,00			
18			Valor da VALEC22	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 2,00			
19			Resultado	$ -1,86	$ -1,86	$ -	$ 0,14	$ 0,14			

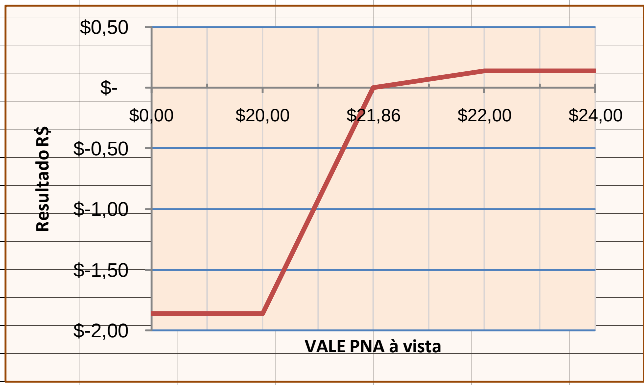


Figura 3.1

3.2 – Trava de Baixa com opções *call* (de compra)

A operação envolve a *venda* e a *compra* de opções *call* de *séries* diferentes: o investidor **vende** a opção *call* de preço de exercício mais baixo e **compra** uma opção *call* de preço de exercício mais alto. A operação é estruturada quando o investidor acredita que o preço da ação-objeto no mercado à vista **cairá**, e estará, na data de vencimento das opções, igual ou abaixo da opção de preço de exercício mais baixo.

Se as expectativas se confirmarem, as duas opções não serão exercidas (viram pó) e o investidor ficará com o prêmio recebido. Contudo, se o preço da ação subir e ficar igual ou acima do preço de exercício mais alto, o investidor pagará a diferença de preços de exercício. Note que nesta operação a perda do investidor é igual à diferença de preços de exercício menos o prêmio recebido.

RESUMINDO

$X_{mais\ baixo}$	$X_{mais\ alto}$
Vende call (lançador)	Compra call (titular)
Recebe prêmio	Paga prêmio
Expectativa: $S < X_{mais\ baixo}$	

Quando se acredita que o S cairá! Não quer perder e se contenta com uma renda fixa.

Exemplo – Opções de compra (*call*) da GGBR PN N1

Em 17/02/2009, um investidor aposta que, em 16/03/2009, data de vencimento das opções GGBRC14 e GGBRC15, a ação GGBR PN N1 estará cotada a R$ 14,00 ou menos.
Dados em 17/02/2009

GGBR PN N1: R$ 14,00 Opção de compra GGBRC14, X= 14,00, p = 1,63

Opção de compra GGBRC15, X = 15,00, p = 0,88

Trava de BAIXA em 17/02/2009

Vende GGBRC14 1,63

Compra GGBRC15 (0,88)

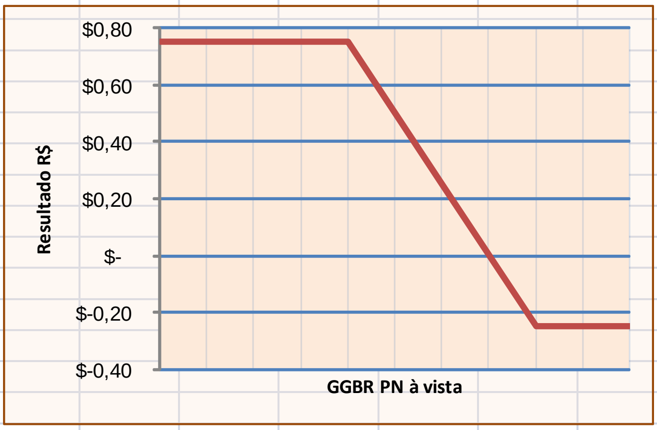
Desembolso efetivo 0,75

GGBR PN à vista (R$)	Valor da Opção		Resultado
	GGBRC14	GGBRC15	
13,00	0,00	0,00	0,75
13,50	0,00	0,00	0,75
14,00	0,00	0,00	0,75
14,50	0,50	0,00	-0,50+0,75=0,25
15,00	1,00	0,00	-1+0,00+0,75=-0,25
15,50	1,50	0,50	-1,50+0,50+0,75=-0,25

Tabela – Simulação dos resultados possíveis em 16/03/2009

Abaixo a planilha correspondente[31]

Trava Baixa de call - *Ação GGBR PN*			
Tipo de opção	Call		
	GGBRC14	GGBRC15	
Transação	Compra	Venda	Desembolso
Prêmio	$ 1,63	-$0,88	$ 0,75
Preço de Exercício X	$ 14,00	$15,00	
Cotação da Ação S	$ 14,00	$14,00	



Cotação da Ação	$13,00	$13,50	$14,00	$14,50	$15,00	$15,50
Valor da GGBRC14	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,50	$ 1,00	$ 1,50
Valor da GGBRC15	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,50
Resultado	$ 0,75	$ 0,75	$ 0,75	$ 0,25	$ -0,25	$ -0,25

Figura 3.2

3.3 - Modelo 3.1A

Vimos até aqui duas formas de combinar 2 opções. Existem várias outras.

Agora vamos com as operações básicas e a função LLopção construir o diagrama de lucro líquido de estratégias formadas por duas opções derivadas da mesma ação, podendo ter quantidades diferentes. Analisemos a carteira formada com duas opções com a mesma data de exercício, como fizemos acima, denominada **Trava de Alta (Vertical Spread)**:

- Compra de uma *call* com prêmio de $10 e X = $80.
- Venda de uma *call* com prêmio de $5 e X = $100.

O layout da planilha[32]está mostrado na Figura abaixo. O diagrama de lucro dessa carteira mostra que o prejuízo e o lucro ficam limitados a, respectivamente, -$5 e $15 (linha azul escuro). A expectativa do

[31] Ver Plan17 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*
[32] Ver Plan18 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

titular da carteira é de que o preço da ação suba, aceitando poucas chances de o preço da ação cair. Nessa estratégia o risco foi reduzido e, ao mesmo tempo, o lucro foi limitado.

Vamos analisar agora a tabela de lucro no intervalo F16:N19, considerando o *Valor inicial* e o *Intervalo* registrados no intervalo C13:C14:

- Na célula F16, foi registrada a fórmula: =C13.
- Na célula G16,foi registrada a fórmula: =F16+$C$14, e depois foi copiada até a célula N16.
- Na célula F17, foi registrada a fórmula: = $C$6*LLopção($C$4;$C$5;$C$7;$C$8;F$16), e depois copiada até a célula N17.
- Na célula F18, foi registrada a fórmula: =$D$6*LLopção($D$4;$D$5;$D$7;$D$8;F$16), e depois copiada até a célula N18.
- Na linha F19, foi registrada a fórmula: =SOMA(F17:F18), e depois copiada até a célula N19. Nessa linha obtemos o lucro da estratégia para cada um dos nove valores da ação.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	**Projeto 4**																
2																	
3		**Lucro da estratégia**	Opção 1	Opção 2													
4		Tipo	Call	Call												Call	Compra
5		Transação	Compra	Venda												Put	Venda
6		Quantidade	1	1													
7		Prêmio	$10	$5													
8		Preço exercício	$80	$100													
9		Cotação ação	$100														
10		Lucro opção	$10	$5													
11			Total	$15													
12		**Diagrama de Lucro**															
13		Valor inicial	$50														
14		Intervalo	$10														
15																	
16			Cotação ação			$50	$60	$70	$80	$90	$100	$110	$120	$130			
17			Lucro Opção 1			-$10	-$10	-$10	-$10	$0	$10	$20	$30	$40			
18			Lucro Opção 2			$5	$5	$5	$5	$5	$5	-$5	-$15	-$25			
19			**Lucro Estratégia**			-$5	-$5	-$5	-$5	$5	$15	$15	$15	$15			

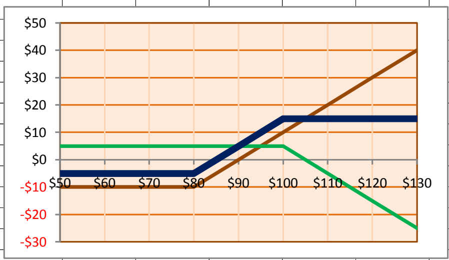


Figura 3.3

Para formar outras carteiras, nas células C4 e D4 deve ser informado o tipo de opção: *Call* ou *Put*. Para facilitar esse registro, essas células foram individualmente validadas como **Lista** referida ao intervalo P4:P5. Da mesma forma, nas células C5 e D5 é informado o tipo de transação: *Compra* ou *Venda*, tendo sido essas células validadas como **Lista** referente ao intervalo Q4:Q5.

Analise você o resultado da seguinte carteira de **Trava de Baixa (Spread de Baixa)**:

- Compra de uma *call* com prêmio de $2 e preço de exercício de $100.
- Venda de uma *call* com prêmio de $10 e preço de exercício de $80.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	**Projeto 4**																
2																	
3		**Lucro da estratégia**	Opção 1	Opção 2													
4		Tipo	Call	Call												Call	Compra
5		Transação	Compra	Venda												Put	Venda
6		Quantidade	1	1													
7		Prêmio	$2	$10													
8		Preço exercício	$100	$80													
9		Cotação ação	$100														
10		Lucro opção	-$2	-$10													
11			Total	-$12													
12		**Diagrama de Lucro**															
13		Valor inicial	$50														
14		Intervalo	$10														
15																	
16			Cotação ação			$50	$60	$70	$80	$90	$100	$110	$120	$130			
17			Lucro Opção 1			-$2	-$2	-$2	-$2	-$2	-$2	$8	$18	$28			
18			Lucro Opção 2			$10	$10	$10	$10	$0	-$10	-$20	-$30	-$40			
19			**Lucro Estratégia**			$8	$8	$8	$8	-$2	-$12	-$12	-$12	-$12			

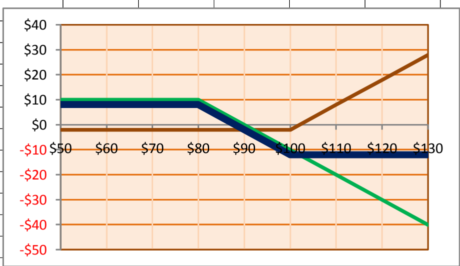


Figura 3.4

Nesta estratégia de Trava de Baixa, o risco foi reduzido e, também, o lucro (prejuízo) foi limitado a $8 (e -$12). A expectativa do titular da carteira é de que o preço da ação baixe, aceitando poucas chances de o preço da ação subir.

ESTRATÉGIA STRADDLE

Esta estratégia STRADDLE[33] (pronuncia *strédou*) é estruturada como uma carteira formada com 2 opções derivadas da mesma ação:

- Compra de uma *call* com prêmio de $6 e preço de exercício de $70.
- Compra de uma *put* com prêmio de $4 e preço de exercício de $70.

Colocando os valores na planilha **PLAN18**, temos:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	**Projeto 4**													
2														
3		**Lucro da estratégia**	Opção 1	Opção 2										
4		Tipo	Call	Put										
5		Transação	Compra	Compra										
6		Quantidade	1	1										
7		Prêmio	$6	$4										
8		Preço exercício	$70	$70										
9		Cotação ação	$100											
10		Lucro opção	$24	-$4										
11			Total	$20										
12		**Diagrama de Lucro**												
13		Valor inicial	$30											
14		Intervalo	$10											
15														
16			Cotação ação			$30	$40	$50	$60	$70	$80	$90	$100	$110
17			Lucro Opção 1			-$6	-$6	-$6	-$6	-$6	$4	$14	$24	$34
18			Lucro Opção 2			$36	$26	$16	$6	-$4	-$4	-$4	-$4	-$4
19			**Lucro Estratégia**			$30	$20	$10	$0	-$10	$0	$10	$20	$30

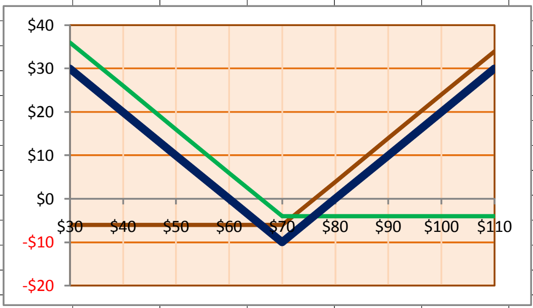


Figura 3.5

A estratégia de compra de *straddle* da Figura acima mostra uma posição apropriada para beneficiar-se de variações do preço da ação nos dois sentidos. Por exemplo, se no mercado há discrepância quanto ao valor positivo ou negativo dos lucros da empresa, podendo provocar variações significativas no preço da ação, a estratégia de comprar *call* e *put* com o mesmo preço de exercício próximo *at the money* é apropriada para beneficiar-se de grandes variações do preço da ação. É uma estratégia compradora de volatilidade.

Analise na mesma planilha **PLAN18**, a seguinte carteira:

- Venda de uma *call* com prêmio de $6 e preço de exercício de $70.
- Venda de uma *put* com prêmio de $3 e preço de exercício de $70.

[33] Estratégia de perna aberta ou em cima do muro. É a forma como ficamos montados num cavalo ou bicicleta.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	**Projeto 4**													
2														
3		**Lucro da estratégia**	Opção 1	Opção 2										
4		Tipo	Call	Put										
5		Transação	Venda	Venda										
6		Quantidade	1	1										
7		Prêmio	$6	$3										
8		Preço exercício	$70	$70										
9		Cotação ação	$100											
10		Lucro opção	-$24	$3										
11			Total	-$21										
12		**Diagrama de Lucro**												
13		Valor inicial	$40											
14		Intervalo	$10											
15														
16					Cotação ação	$40	$50	$60	$70	$80	$90	$100	$110	$120
17					Lucro Opção 1	$6	$6	$6	$6	-$4	-$14	-$24	-$34	-$44
18					Lucro Opção 2	-$27	-$17	-$7	$3	$3	$3	$3	$3	$3
19					**Lucro Estratégia**	-$21	-$11	-$1	$9	-$1	-$11	-$21	-$31	-$41

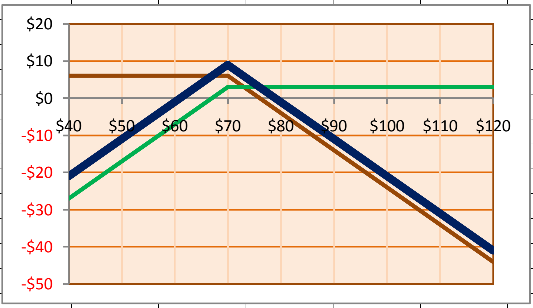


Figura 3.6

Esta estratégia conhecida como venda de *straddle* é oposta à anterior. Por exemplo, se o mercado não espera variações significativas no preço da ação, a estratégia de vender *call* e *put* com o mesmo preço de exercício próximo *at the money* é apropriada para beneficiar-se de pequenas variações do preço da ação. É uma estratégia vendedora de volatilidade.

ESTRATÉGIA *STRANGLE*

Esta estratégia *STRANGLE*[34] (pronuncia *strêngou*) é estruturada como uma carteira formada com 2 opções derivadas da mesma ação, porém com preços de exercício diferentes:

- Compra de uma *call* com prêmio de $6 e preço de exercício de $90.
- Compra de uma *put* com prêmio de $4 e preço de exercício de $70.

Colocando os valores na planilha **PLAN18**, temos:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	**Projeto 4**													
2														
3		**Lucro da estratégia**	Opção 1	Opção 2										
4		Tipo	Call	Put										
5		Transação	Compra	Compra										
6		Quantidade	1	1										
7		Prêmio	$6	$4										
8		Preço exercício	$90	$70										
9		Cotação ação	$100											
10		Lucro opção	$4	-$4										
11			Total	$0										
12		**Diagrama de Lucro**												
13		Valor inicial	$40											
14		Intervalo	$10											
15														
16					Cotação ação	$40	$50	$60	$70	$80	$90	$100	$110	$120
17					Lucro Opção 1	-$6	-$6	-$6	-$6	-$6	-$6	$4	$14	$24
18					Lucro Opção 2	$26	$16	$6	-$4	-$4	-$4	-$4	-$4	-$4
19					**Lucro Estratégia**	$20	$10	$0	-$10	-$10	-$10	$0	$10	$20

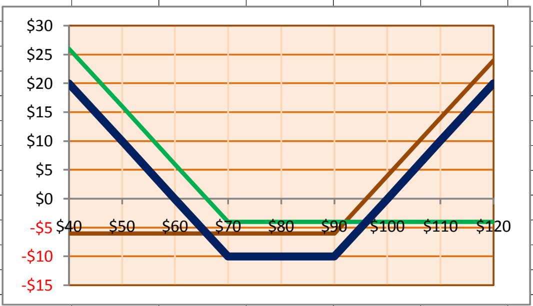


Figura 3.7

A estratégia de compra de *strangle* da Figura acima mostra uma posição apropriada para grandes variações do preço da ação nos dois sentidos. Essa estratégia é similar à de compra de *straddle* com a desvantagem de que o movimento do preço da ação deve ser maior para ter lucro. Note que o preço de

[34] Estratégia de estrangulamento.

exercício da *call* é maior que o da *put*, e as possibilidades de lucro dessa estratégia ocorrerão com o preço da ação menor que o preço de exercício da *put* ou maior que o da *call*.

Analise na mesma planilha **PLAN18**, a seguinte carteira:

- Venda de uma *call* com prêmio de $6 e preço de exercício de $90.
- Venda de uma *put* com prêmio de $4 e preço de exercício de $70.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	**Projeto 4**													
2														
3		**Lucro da estratégia**	Opção 1	Opção 2										
4		Tipo	Call	Put										
5		Transação	Venda	Venda										
6		Quantidade	1	1										
7		Prêmio	$6	$4										
8		Preço exercício	$90	$70										
9		Cotação ação	$100											
10		Lucro opção	-$4	$4										
11			Total	$0										
12		**Diagrama de Lucro**												
13		Valor inicial	$40											
14		Intervalo	$10											
15														
16			Cotação ação			$40	$50	$60	$70	$80	$90	$100	$110	$120
17			Lucro Opção 1			$6	$6	$6	$6	$6	$6	-$4	-$14	-$24
18			Lucro Opção 2			-$26	-$16	-$6	$4	$4	$4	$4	$4	$4
19			**Lucro Estratégia**			-$20	-$10	$0	$10	$10	$10	$0	-$10	-$20

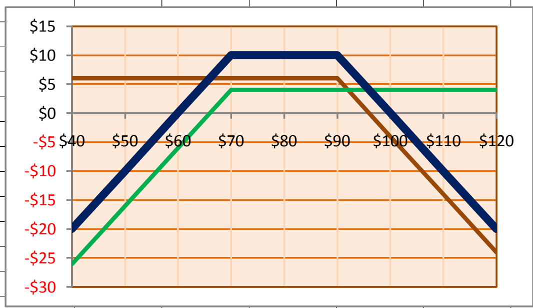


Figura 3.8

Essa estratégia de venda de *strangle* é uma posição apropriada para grandes variações do preço da ação nos dois sentidos. Essa estratégia é similar à de venda de *straddle* com a desvantagem de que o movimento do preço da ação deve ser maior para ter lucro.

3.3 – Estratégia Borboleta com 3 opções *call* (*spread butterfly*)

Um investidor estrutura a operação quando aposta que o mercado vai **oscilar** pouco. A operação envolve a *compra* e *venda* de três séries de opções *call* diferentes. Consiste em comprar uma opção *call* de preço de exercício mais baixo; vender duas opções *call* de preço de exercício intermediário e comprar uma opção *call* de preço de exercício mais alto. Devem ser escolhidas opções *call* tais que as diferenças de preços de exercício sejam iguais.

O investidor estrutura a estratégia quando espera que o preço da ação-objeto no mercado à vista oscilará pouco e estará, na data de vencimento das opções, próximo ao preço de exercício intermediário. Se a expectativa se confirmar, o investidor recebe aproximadamente a diferença entre os preços de exercício.

Se o preço da ação cair e ficar igual ou abaixo do preço de exercício mais baixo, o investidor perde o investimento feito no início da operação. Se o preço da ação subir e ficar igual ou acima do preço de exercício mais alto, o investidor também perde o investimento feito no início da operação.

Resumindo

$X_{\text{mais baixo}}$	$X_{\text{intermediário}}$	$X_{\text{mais alto}}$
Compra 1 call (titular)	Vende 2 call (lançador)	Compra call (titular)
Paga prêmio	Recebe prêmio	Paga prêmio
Expectativa: $X_{\text{mais baixo}} < S < X_{\text{mais alto}}$		

Quando se acredita que o S **oscilará**!

Exemplo – Opções de compra (*call*) da VALE PNA

Em 17/02/2009, quando a ação VALE PNA estava sendo negociada no pregão da BMF&Bovespa a R$ 22,85, um investidor apostou que em 16/03/2009, data de vencimento das opções, a ação estará cotada perto de R$ 23,00, ou seja, o investidor acredita que haverá uma oscilação de $\left(\frac{23,00}{22,85} - 1\right)x100 = 0,66\%$

Dados em 17/02/2009

VALE PNA N1: R$ 22,85 Opção de compra VALEC22, X= 22,00, p = 5,77

Opção de compra VALEC23, X = 23,00, p = 5,52

Opção de compra VALEC24, X = 24,00, p = 4,26

Estratégia *Butterfly* em 17/02/2009

Compra VALEC22		(5,77)
Vende 2 VALEC23	2 x 5,52	11,04
Compra VALEC24		(4,26)
Desembolso efetivo		(1,01)

VALE PNA à vista (R$)	Valor da Opção			Resultado
	VALEC22	VALEC23	VALEC24	
22,00	0,00	0,00	0,00	-1,01
22,95	0,95	0,00	0,00	0,95-1,01=-0,06
23,00	1,00	0,00	0,00	1,00-1,01=-0,01
23,50	1,50	0,50	0,00	1,50+2x0,50-1,01=+1,49
24,00	2,00	1,00	0,00	2,00+2x1-1,01=+2,99

Tabela – Simulação dos resultados possíveis em 16/03/2009

Abaixo a planilha correspondente[35]

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2													
3	**Butterfly de call - *Ação VALE PNA***												
4	Tipo de opção	Call											
5		VALEC22	VALEC23	VALEC24									
6	Transação	Compra	Venda	Compra	Desembolso								
7	Prêmio	$ -5,77	$ 4,52	$ -4,26	$ -0,99								
8	Preço de Exercício X	$ 22,00	$ 23,00	$24,00									
9	Cotação da Ação S	$ 23,00	$ 23,00	$23,00									
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16				Cotação da Ação	$21,50	$22,00	$22,50	$23,00	$23,50	$24,00	$25,00		
17				Valor da VALEC22	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,50	$ 1,00	$ 1,50	$ 2,00	$ 3,00		
18				Valor da VALEC23	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,50	$ 1,00	$ 2,00		
19				Valor da VALEC24	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 0,00	$ 1,00		
20				Resultado	$ -0,99	$ -0,99	$ -0,49	$ 0,01	$ -0,49	$ -0,99	$ -0,99		
21													

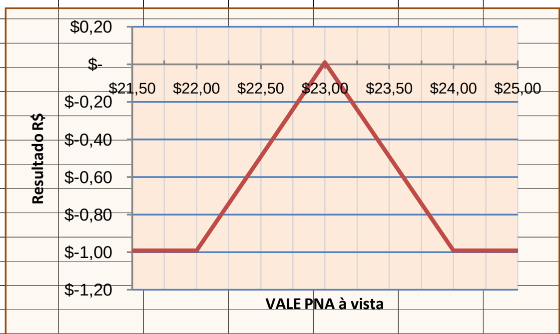


Figura 3.9

3.4 Modelo 3.1B

Vimos a estratégia borboleta de combinar **3 opções**.

[35] Ver Plan19 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

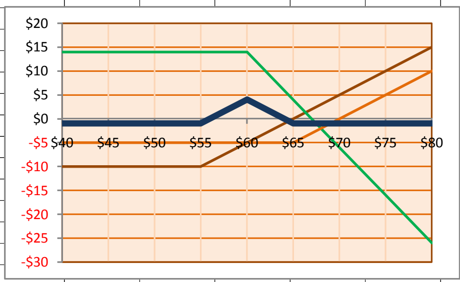
Agora vamos com as operações básicas e a função LLopção construir o diagrama de lucro de estratégias formadas por 3 opções derivadas da mesma ação, podendo ter quantidades diferentes.

Analisemos a carteira formada de três opções com a mesma data de exercício:

- Compra de uma *call* com prêmio de $10 e preço de exercício de $55.
- Venda de duas *call* com prêmio de $7 e preço de exercício de $60.
- Compra de uma *call* com prêmio de $5 e preço de exercício de $65

	A	B	C	D	E
1	Projeto 5				
2					
3		Lucro da estratégia	Opção 1	Opção 2	Opção 3
4		Tipo	Call	Call	Call
5		Transação	Compra	Venda	Compra
6		Quantidade	1	2	1
7		Prêmio	$10	$7	$5
8		Preço exercício	$55	$60	$65
9		Cotação ação	$60		
10		Lucro opção	-$5	$14	-$5
11			Total	$9	
12		Diagrama de Lucro			
13		Valor inicial	$40		
14		Intervalo	$5		

	P	Q
4	Call	Compra
5	Put	Venda



	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
16	Cotação ação	$40	$45	$50	$55	$60	$65	$70	$75	$80
17	Lucro Opção 1	-$10	-$10	-$10	-$10	-$5	$0	$5	$10	$15
18	Lucro Opção 2	$14	$14	$14	$14	$14	$4	-$6	-$16	-$26
19	Lucro Opção 3	-$5	-$5	-$5	-$5	-$5	-$5	$0	$5	$10
20	Lucro Estratégia	-$1	-$1	-$1	-$1	$4	-$1	-$1	-$1	-$1

Figura 3.10

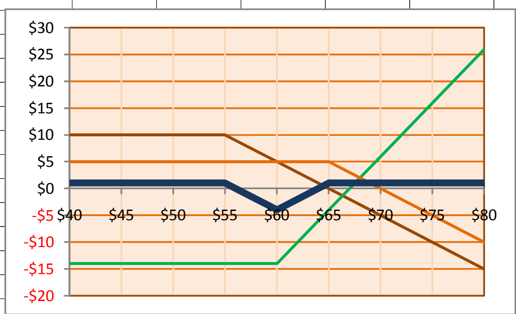
O diagrama de lucro dessa carteira mostra que o prejuízo e o lucro ficam limitados a, respectivamente, -$1 e $4, o risco foi reduzido e o lucro foi limitado, como mostra a Figura acima.

Note que a proporção de quantidades das opções e o preço de exercício crescente das opções com a mesma data de exercício. Essa estratégia é vendedora de volatilidade, pois o titular da carteira espera que o preço da ação oscile pouco.

Analise na mesma planilha **PLAN20**, a seguinte carteira:

- Venda de uma *call* com prêmio de $10 e preço de exercício de $55.
- Compra de duas *call* com prêmio de $7 e preço de exercício de $60.
- Venda de uma *call* com prêmio de $5 e preço de exercício de $65.

	A	B	C	D	E
1	Projeto 5				
2					
3		Lucro da estratégia	Opção 1	Opção 2	Opção 3
4		Tipo	Call	Call	Call
5		Transação	Venda	Compra	Venda
6		Quantidade	1	2	1
7		Prêmio	$10	$7	$5
8		Preço exercício	$55	$60	$65
9		Cotação ação	$60		
10		Lucro opção	$5	-$14	$5
11			Total	-$9	
12		Diagrama de Lucro			
13		Valor inicial	$40		
14		Intervalo	$5		



	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
16	Cotação ação	$40	$45	$50	$55	$60	$65	$70	$75	$80
17	Lucro Opção 1	$10	$10	$10	$10	$5	$0	-$5	-$10	-$15
18	Lucro Opção 2	-$14	-$14	-$14	-$14	-$14	-$4	$6	$16	$26
19	Lucro Opção 3	$5	$5	$5	$5	$5	$5	$0	-$5	-$10
20	Lucro Estratégia	$1	$1	$1	$1	-$4	$1	$1	$1	$1

Figura 3.11

O diagrama de lucro dessa carteira é o oposto ao da carteira anterior. Essa estratégia é vendedora de volatilidade, pois o titular da carteira espera que o preço da ação oscile bastante.

3.5 – Estratégia Condor com opções *call*

A estratégia Condor é estruturada quando o investidor acredita que o preço da ação-objeto estará, na data de vencimento das opções, **próximo a dois preços de exercício intermediários**. Esta estratégia é uma combinação de trava de alta com trava de baixa e consiste em:

- comprar uma opção de compra de preço de exercício mais baixo;
- vender uma opção de compra de preço de exercício acima do preço mais baixo;
- vender uma opção de compra de preço de exercício mais acima;
- comprar uma opção de compra de preço de exercício mais alto.

São escolhidas opções de compra tal que as diferenças de preço de exercício sejam iguais. Na operação, os seguintes resultados são possíveis:

- se o preço da ação-objeto cair e ficar igual ou menor que o preço de exercício mais baixo, o investidor perde o investimento feito no início da operação.
- se o preço da ação ficar igual ou se mantiver entre os preços de exercício intermediários, o lucro da estratégia é máximo e o investidor recebe a diferença entre os preços de exercício.
- se o preço da ação subir e ficar maior ou igual ao preço de exercício mais alto, o investidor perde o investimento feito no início da operação.

Exemplo – Opções de compra (*call*) da VALE PNA

Em 20/02/2009, quando as ações VALE PNA estavam sendo negociadas a R$ 22,55 no pregão da BMF&Bovespa, um investidor aposta que em 16/03/2009, data de vencimento das opções, o preço dessas ações estará entre R$ 22,00 e 23,00, um pouco abaixo, um pouco acima. Ou seja, o investidor espera uma oscilação de preço, variando de uma queda de $\left(\frac{22,00}{22,55} - 1\right)x100 = -2,44\%$ a uma alta de $\left(\frac{23,00}{22,55} - 1\right)x100 = +2,00\%$.

Dados em 20/02/2009

VALE PNA N1: R$ 22,85 Opção de compra VALEC21, X= 21,00, p = 8,00

Opção de compra VALEC22, X = 22,00, p = 5,77

Opção de compra VALEC23, X = 23,00, p = 5,52

Opção de compra VALEC24, X = 24,00, p = 4,26

Estratégia *Condor* em 20/02/2009

Compra VALEC21	(8,00)
Vende VALEC22	5,77
Vende VALEC23	5,52
Compra VALEC24	(4,26)
Desembolso efetivo	(0,97)

VALE PNA à vista (R$)	Valor da Opção				Resultado
	VALEC21	VALEC22	VALEC23	VALEC24	
20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,97
21,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,97
22,00	1,00	0,00	0,00	0,00	1,00-0,97=0,03
23,00	2,00	1,00	0,00	0,00	2,00-1,00-0,97=+0,03
24,00	3,00	2,00	1,00	0,00	3,00-2,00-1,00-0,97=-0,97
25,00	4,00	3,00	2,00	1,00	4,00-3,00-2,00+1,00-0,97=-0,97

Tabela – Simulação dos resultados possíveis em 16/03/2009

Abaixo a planilha correspondente[36]

3.6 - Modelo 3.1C

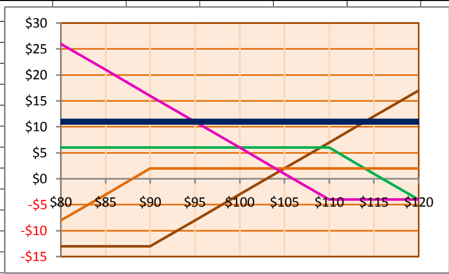
Vimos a estratégia condor de combinar **4 opções**.

Agora vamos com as operações básicas e a função LLopção construir o diagrama de lucro de estratégias formadas por 4 opções derivadas da mesma ação, com a mesma data de exercício.

Analisemos a carteira formada de três opções com a mesma data de exercício:

- Compra de uma *call* com prêmio de $13 e preço de exercício de $90.
- Venda de uma *call* com prêmio de $6 e preço de exercício de $110.
- Venda de uma *put* com prêmio de $2 e preço de exercício de $90.
- Compra de uma *put* com prêmio de $4 e preço de exercício de $110.

	A	B	C	D	E	F	P	Q
1	Projeto 6							
2								
3		Lucro da estratégia	Opção 1	Opção 2	Opção 3	Opção 4		
4		Tipo	Call	Call	Put	Put	Call	Compra
5		Transação	Compra	Venda	Venda	Compra	Put	Venda
6		Quantidade	1	1	1	1		
7		Prêmio	$13	$6	$2	$4		
8		Preço exercício	$90	$110	$90	$110		
9		Cotação ação	$90					
10		Lucro opção	-$13	$6	$2	$16		
11			Total	$11				
12		Diagrama de Lucro						
13		Valor inicial	$80					
14		Intervalo	$5					
15								



	C–E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
16	Cotação ação	$80	$85	$90	$95	$100	$105	$110	$115	$120
17	Lucro Opção 1	-$13	-$13	-$13	-$8	-$3	$2	$7	$12	$17
18	Lucro Opção 2	$6	$6	$6	$6	$6	$6	$6	$1	-$4
19	Lucro Opção 3	-$8	-$3	$2	$2	$2	$2	$2	$2	$2
20	Lucro Opção 4	$26	$21	$16	$11	$6	$1	-$4	-$4	-$4
21	**Lucro Estratégia**	$11	$11	$11	$11	$11	$11	$11	$11	$11

Figura 3.12

O diagrama de lucro dessa carteira mostra apenas o lucro de $11 para qualquer preço da ação, como mostra a Figura 3.12.

Essa estratégia é também denominada *Box* e transforma uma operação de renda variável numa operação de renda fixa, cujo resultado é conhecido na data da contratação. Como na formação da carteira há um desembolso líquido de $9 e no final há uma entrada líquida de $11, essa estratégia é denominada *Box de financiamento*.

Analise na mesma planilha **PLAN22**, a seguinte carteira:

- Venda de uma *call* com prêmio de $13 e preço de exercício de $90.
- Compra de uma *call* com prêmio de $6 e preço de exercício de $110.
- Compra de uma *put* com prêmio de $2 e preço de exercício de $90.
- Venda de uma *put* com prêmio de $4 e preço de exercício de $110.

[36] Ver Plan21 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Projeto 6													
2														
3		Lucro da estratégia	Opção 1	Opção 2	Opção 3	Opção 4								
4		Tipo	Call	Call	Put	Put								
5		Transação	Venda	Compra	Compra	Venda								
6		Quantidade	1	1	1	1								
7		Prêmio	$13	$6	$2	$4								
8		Preço exercício	$90	$110	$90	$110								
9		Cotação ação	$90											
10		Lucro opção	$13	-$6	-$2	-$16								
11			Total	-$11										
12		Diagrama de Lucro												
13		Valor inicial	$80											
14		Intervalo	$5											
15														
16					Cotação ação	$80	$85	$90	$95	$100	$105	$110	$115	$120
17					Lucro Opção 1	$13	$13	$13	$8	$3	-$2	-$7	-$12	-$17
18					Lucro Opção 2	-$6	-$6	-$6	-$6	-$6	-$6	-$6	-$1	$4
19					Lucro Opção 3	$8	$3	-$2	-$2	-$2	-$2	-$2	-$2	-$2
20					Lucro Opção 4	-$26	-$21	-$16	-$11	-$6	-$1	$4	$4	$4
21					Lucro Estratégia	-$11	-$11	-$11	-$11	-$11	-$11	-$11	-$11	-$11

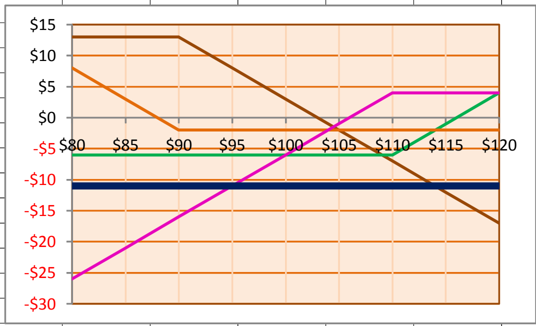


Figura 3.13

O diagrama de lucro dessa carteira é oposto ao da carteira anterior, pois mostra uma receita líquida de $9 e no final um desembolso líquido de $11. Essa estratégia é denominada *Box de captação*.

Analise, ainda, na mesma planilha **PLAN22**, a seguinte carteira:

- Compra de uma *call* com prêmio de $6 e preço de exercício de $50.
- Venda de uma *call* com prêmio de $4 e preço de exercício de $55.
- Venda de uma *call* com prêmio de $2 e preço de exercício de $60.
- Compra de uma *call* com prêmio de $1 e preço de exercício de $65.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Projeto 6													
2														
3		Lucro da estratégia	Opção 1	Opção 2	Opção 3	Opção 4								
4		Tipo	Call	Call	Call	Call								
5		Transação	Compra	Venda	Venda	Compra								
6		Quantidade	1	1	1	1								
7		Prêmio	$6	$4	$2	$1								
8		Preço exercício	$50	$55	$60	$65								
9		Cotação ação	$55											
10		Lucro opção	-$1	$4	$2	-$1								
11			Total	$4										
12		Diagrama de Lucro												
13		Valor inicial	$40											
14		Intervalo	$5											
15														
16					Cotação ação	$40	$45	$50	$55	$60	$65	$70	$75	$80
17					Lucro Opção 1	-$6	-$6	-$6	-$1	$4	$9	$14	$19	$24
18					Lucro Opção 2	$4	$4	$4	$4	-$1	-$6	-$11	-$16	-$21
19					Lucro Opção 3	$2	$2	$2	$2	$2	-$3	-$8	-$13	-$18
20					Lucro Opção 4	-$1	-$1	-$1	-$1	-$1	-$1	$4	$9	$14
21					Lucro Estratégia	-$1	-$1	-$1	$4	$4	-$1	-$1	-$1	-$1

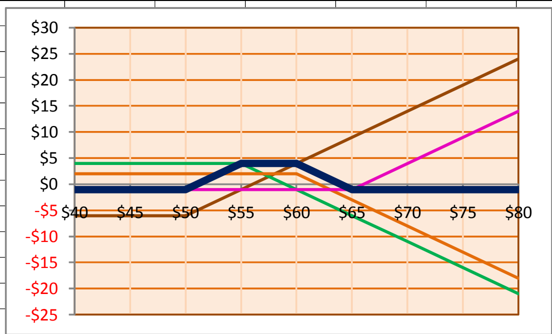


Figura 3.14

O diagrama de lucro dessa carteira denominada de estratégia condor, na Figura acima, mostra lucro negativo -$1 para valores do preço do ativo igual ou menor do que $50 e igual ou maior do que $65, lucro crescente até $4 nos intervalos de preço do ativo $50 a $55 e $60 a $65, e lucro constante de $4 no intervalo de $55 a $60.

3.7 Análises dos Projetos

Com o Modelo 3.1B analisamos o diagrama de lucro de estratégias formadas com até 3 opções derivadas da mesma ação, podendo ter quantidades diferentes. Isso significa que esse projeto também pode ser utilizado para carteiras com duas opções, zerando a quantidade de uma das opções. Da mesma forma, o Projeto 6 pode ser utilizado para carteiras com uma, duas ou três opções, zerando a quantidade de uma ou mais opções. Dessa maneira, você pode utilizar somente o Modelo 3.1C para construir diagramas de lucros de carteiras de opções, zerando a quantidade da opção que não participa da carteira.

O mesmo raciocínio se aplica à construção das novas funções deste capítulo. Para as opções, você pode utilizar somente a função LLopção de modo a calcular o lucro da *call* ou da *put* para um determinado preço da ação da qual a opção deriva. Percorremos todo esse caminho de desenvolvimento para, no final, utilizar um único modelo e uma única função para determinar o lucro de opção na data de exercício. Isso mostra que poderíamos desenvolver um modelo tal que a partir dos dados da estratégia se obtenha seu lucro correspondente, como é feito no Projeto 7, construído com a nova função EstratégiaDeOpção.

3.8 Modelo 3-1D – Juntando tudo!!!

O layout do **Modelo 3-1D** é o mesmo daquele do **Modelo 3-1C**, porém com menos resultados intermediários. Depois de realizar a cópia, foram mudados os títulos, removidos títulos e resultados e ajustado o gráfico para apresentar apenas o gráfico de lucro da estratégia, como mostra a Figura abaixo:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Projeto 7																
2																	
3		Estratégia	Opção 1	Opção 2	Opção 3	Opção 4											
4		Tipo	Call	Call	Call	Call										Call	Compra
5		Transação	Compra	Venda	Venda	Compra										Put	Venda
6		Quantidade	1	1	1	1											
7		Prêmio	$6	$4	$2	$1											
8		Preço exercício	$50	$55	$60	$65											
9		Cotação ação	$50														
10		Lucro Estratégia	-$1														
11																	
12		Diagrama de Lucro															
13		Valor inicial	$40														
14		Intervalo	$5														
15																	
16					Cotação ação	$40	$45	$50	$55	$60	$65	$70	$75	$80			
17					Lucro Estratégia	-$1	-$1	-$1	$4	$4	-$1	-$1	-$1	-$1			

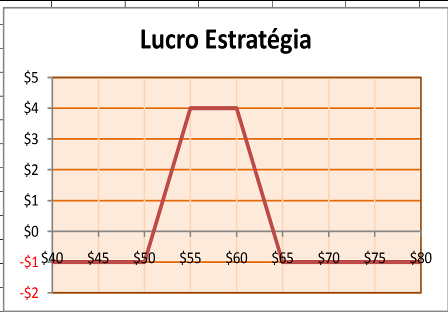


Figura 3.15

Os dados das 4 opções derivadas do mesmo ativo-objeto são registrados no intervalo C4:F8, e na célula C9 é registrada a cotação da ação. Com a nova função EstratégiaDeOpção é obtido o lucro da estratégia, e com o valor inicial e o intervalo registrados no intervalo B12:C14 se determinam os nove valores para construir o gráfico de lucro da estratégia. As fórmulas do modelo são as seguintes:

- Na célula C10, é calculado o lucro da estratégia com: = EstratégiaDeOpção(C4:F8;C9)
- Na célula F16, foi registrada a fórmula: =C13.
- Na célula G16, foi registrada a fórmula: =F16+$C$14, e depois foi copiada até a célula N16.
- Na célula F17, foi registrada a fórmula: =EstratégiaDeOpção($C$4:$F$8;F$16), e depois copiada até a célula N17.

O código da nova função EstratégiaDeOpção está mostrado abaixo.

```
Public Function EstratégiaDeOpção(Dados As Variant, S As Double) As Double
Dim i As Integer, j As Integer
Dim Soma As Double
```

```
Soma = 0
For j = 1 To 4
    Soma = Soma + Dados(3, j) * IIf(Dados(2, j) = "Compra", 1, -1) * ((-Dados(4, j) + Application.Max(0, IIf(Dados(1, j) = "Call", 1, -1) * (Cotação - Dados(5, j)))))
Next j
EstratégiaDeOpção = Soma
End Function
```

Na nova função EstratégiaDeOpção, no primeiro argumento é informado o intervalo C4:F8 da planilha **Modelo 3-1D**, e esse intervalo é armazenado na variável Dados. No segundo argumento é informado o endereço da célula em que está registrada a cotação S da ação. Como a variável Dados é um Range, ela é associada a uma matriz com 5 linhas e 4 colunas. Com a instrução For j = 1 To 4 é realizado o cálculo do lucro individual de cada opção, considerando sua quantidade, e seu resultado é armazenado na variável Soma. Ao completar a quarta coluna, a soma final é o lucro da estratégia retornada pela nova função EstratégiaDeOpção = Soma.

Analisemos algumas características dessa nova função. Ela está preparada para retornar resultados recebendo a informação como registrada na planilha do **Projeto 7**, nessa sequência de linhas de cada opção. Qualquer mudança desse ordenamento de linhas não será reconhecida pela nova função. Além disso, como o *Tipo* e a *Transação* informados somente têm duas únicas possibilidades, a função não tem nenhum controle sobre a informação diferente das mencionadas. Portanto, para outro tipo de informação de dados, o código da nova função EstratégiaDeOpção deverá ser modificado ou, de forma alternativa, em vez de uma nova função, você poderá utilizar um procedimento Sub como o OpçãoEstratégica, cujo código é apresentado abaixo:

```
Public Sub OpçãoEstratégica()
Dim Dados As Variant, j As Integer
Dim Soma As Double, S As Double
Dados = Range("C4:F8")
S = Range("C9")
Soma = 0
For j = 1 To 4
    Soma = Soma + Dados(3, j) * IIf(Dados(2, j) = "Compra", 1, -1) * ((-Dados(4, j) + Application.Max(0, IIf(Dados(1, j) = "Call", 1, -1) * (S - Dados(5, j)))))
Next j
Range("C18") = Soma
End Sub
```

3.9 Modelo 3-2

O Problema

No Modelo 2, calculamos a compensação (*payoff*) para cada posição numa coluna separada, somando-as para cada preço terminal da ação, e subtraindo da soma o prêmio total pago para calcular o lucro do portfólio para cada preço terminal da ação.

Desenvolver um modelo mais compacto para o mesmo problema, usando fórmulas matriciais para fazer todos os cálculos em apenas uma coluna. (Se você quiser ficar bom em escrever fórmulas matriciais, criar estes modelos será uma excelente prática e você se sentirá bem com as vantagens e desvantagens de usar fórmulas matriciais. Se você não estiver interessado em fórmulas matriciais, você pode ir para o próximo modelo).

Modelando a Estratégia

A estratégia completa é essencialmente a mesma que antes. A diferença é em como você escreve as fórmulas. A planilha[37] para este modelo está mostrada na Figura 3.15.

Construindo o Modelo

Em vez de tentar criar a fórmula principal em C35 por si mesmo pela primeira vez, examine o modelo acabado cuidadosamente usando as seguinte orientações e depois então tente recriá-la.

1. Configurar validação de dados: O mesmo daquele do Modelo 2.

2. Crie coluna de preço terminal: A mesma daquela do Modelo 2.

3. Converter tipos posição: Como antes, para cálculos precisamos converter os tipos de posições para 1 quando C, -1 quando P e 0 quando S. Em E13, entrar com =SE(A13="C";1;SE(A13="P";-1;0)), que é essencialmente a mesma daquela fórmula que usamos antes de fazer a conversão. Copie a fórmula para o E14:E22.

4. Crie a fórmula para calcular o lucro: Para C35, você criou a fórmula para calcular o lucro total para todas as posições para o preço terminal da ação em B35. Uma fórmula também deverá ser tal que ela possa ser copiada em C36:C64 sem qualquer modificação. Uma fórmula tem três partes:

Lucro total = *Payoff* de todas as posições de opção + Lucro de todas as posições de ação − Prêmio total pago sobre todas posições de opção

Cada uma das três partes usa uma função SOMA. A primeira parte da fórmula é:

=SOMA(SE((E$13:E$22)*(B35-B$13:B$22)>0;(E$13:E$22)*(B35-B$13:B$22)*(C$13:C$22)*TamanhoC;0))

Para entender esta fórmula, observe-a como 10 fórmulas para as 10 posições.

Todas as fórmulas matriciais essencialmente combinam duas ou mais fórmulas paralelas que fazem os mesmos cálculos com diferentes conjuntos de células ou valores. Podemos escrever a primeira das 10 fórmulas tomando o primeiro elemento de cada matriz (ou intervalo) como segue:

SE(E$13*(B35-B$13)>0;E$13*(B35-B$13)*C$13*TamanhoC;0)

Esta parte é a mesma que a primeira parte da fórmula que usamos para a primeira posição nos modelos anteriores em F35. Ela calcula o *payoff* da primeira posição. (Se necessário, refira-se aos modelos anteriores para as explicações desta fórmula.) Similarmente, as outras nove fórmulas embutidas na fórmula matricial calcula o *payoff* das outras nove posições. O resultado da função SE, então, é uma matriz de 10 *payoff*s (com zeros para as posições de ação), e desde que esta matriz resultante está dentro da função SOMA, a função SOMA adiciona os 10 *payoff*s separados para calcular o *payoff* total.

Note que uma fórmula matricial aparece para o mesmo número de elementos em cada um das suas matrizes. Aqui, cada matriz (p.ex., E$13:E22) tem 10 elementos. Quando uma fórmula matricial incluir um único elemento como B35 aqui, ela efetivamente assume que ela é realmente de 10 elementos e usa o mesmo elemento (B35) 10 vezes, uma vez em cada fórmula embutida.

[37] Ver Plan23 na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Lucro de um Portfólio de Ações e Opções no Vencimento da Opção**									
2										
3	**Instruções para entradas de dados**									
4	Tipo da Posição		Entrar com C, P ou S					C	P	S
5	Preço deExercício		Para ações entrar com o preço de compra							
6	Tamanho da Posição		Entrar com o número de contratos ou lotes							
7	Prêmio		Para posição de Ações deixar em branco							
8										
9										
10	Tipo de	Preço de	Tamanho da	Prêmio/	Tipo de					
11	Posições	Exercício	Posição	Lote	Posições					
12										
13	C	#######	-1	######	1					
14	C	#######	0	R$ 1,70	1					
15	C	#######	0	R$ 1,00	1					
16	C	#######	0	R$ -	1					
17	P	#######	-1	######	-1					
18	P	#######	0	R$ -	-1					
19	P	#######	0	R$ -	-1					
20	P	#######	0	R$ -	-1					
21	S	#######	0	R$ -	0					
22	S	#######	0	R$ -	0					
23										
24	Lotes de ações ou contratos			100						
25	Preço terminal mais baixo			######						
26	Tamanho do passo do preço terminal			######						
27										
28										
29										
30										
31										
32		Preço	Lucro do							
33		Terminal	Portfólio							
34										
35		R$ 50,00	(R$ 8.800,00)							
36		R$ 60,00	(R$ 7.800,00)							
37		R$ 70,00	(R$ 6.800,00)							
38		R$ 80,00	(R$ 5.800,00)							
39		R$ 90,00	(R$ 4.800,00)							
40		R$ 100,00	(R$ 3.800,00)							
41		R$ 110,00	(R$ 2.800,00)							
42		R$ 120,00	(R$ 1.800,00)							
43		R$ 130,00	(R$ 800,00)							
44		R$ 140,00	R$ 200,00							
45		R$ 150,00	R$ 1.200,00							
46		R$ 160,00	R$ 1.200,00							
47		R$ 170,00	R$ 1.200,00							
48		R$ 180,00	R$ 1.200,00							
49		R$ 190,00	R$ 1.200,00							
50		R$ 200,00	R$ 1.200,00							
51		R$ 210,00	R$ 1.200,00							
52		R$ 220,00	R$ 1.200,00							
53		R$ 230,00	R$ 1.200,00							
54		R$ 240,00	R$ 1.200,00							
55		R$ 250,00	R$ 1.200,00							
56		R$ 260,00	R$ 200,00							
57		R$ 270,00	(R$ 800,00)							
58		R$ 280,00	(R$ 1.800,00)							
59		R$ 290,00	(R$ 2.800,00)							
60		R$ 300,00	(R$ 3.800,00)							
61		R$ 310,00	(R$ 4.800,00)							
62		R$ 320,00	(R$ 5.800,00)							
63		R$ 330,00	(R$ 6.800,00)							
64		R$ 340,00	(R$ 7.800,00)							
65										

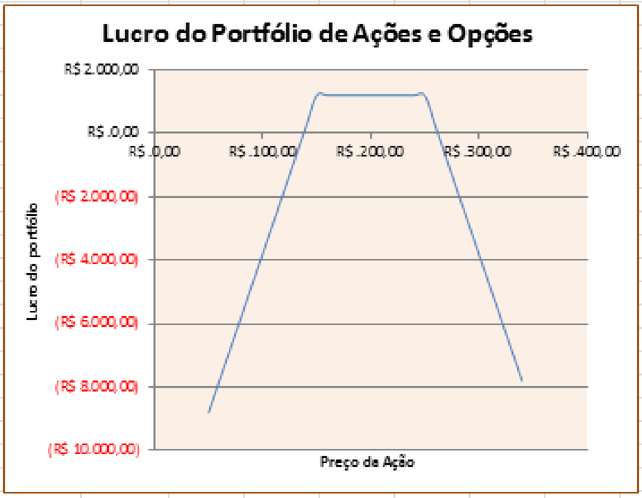


Figura 3.16

Uma segunda parte da fórmula, que calcula o *payoff* das posições da ação é:

+SOMA(SE((E$13:E$22)=0;(B35-B$13:B$22)*C$13:C$22)*TamanhoC;0)

Analise-a desdobrando-a como antes e, se necessário, observe a discussão sobre os modelos anteriores. (É a segunda parte da fórmula lá em F35). Note que aqui novamente a fórmula matricial tem 10 fórmulas embutidas e ela calcula 10 *payoff*s, mas a condição da função SE torna os *payoff*s para as posições de opção posições zeros.

A terceira parte da fórmula, que calcula o prêmio total pago, é:

-SOMA($C$13:C$22*$D$13:$D$22*TamanhoC)

Usamos a mesma fórmula em C35 nos modelos anteriores e a discutimos lá.

5. Copie as fórmulas de C35 em C36:C64: Este é um passo fácil, fornecida a fórmula use a combinação correta de referências de células para fazê-la funcionar apropriadamente em todas as células.

6. Crie um diagrama: Crie o diagrama como no Modelo 2.

Testando o Modelo

Você tem que testar o modelo da mesma maneira que você testou os modelos anteriores, isto é, usando uma posição de cada vez. Embora você não tenha uma coluna separada para cada posição a mais, quando você testar uma posição de cada vez, os resultados em C35:C64 são para aquela posição somente. (Como um desafio, tente tornar as fórmulas mais curtas usando uma condição mais simples para verificar se uma posição vencerá *in-the-money* ou *out-of-the-money* para um particular preço terminal).

Limitações do Modelo

O modelo mostra o que é bom e o que é ruim sobre fórmulas matriciais. Fórmulas matriciais permite-nos comprimir 10 colunas de cálculos numa única célula. Entretanto, a fórmula resultante é longa e a maioria das pessoas acha que fórmulas como esta é difícil de entender e depurar. Em situações como esta, você pode querer evitar fórmulas matriciais e cria o modelo em 10 colunas como antes.

Este modelo funciona essencialmente da mesma maneira que a versão anterior não submetida a qualquer das limitações daquela versão.

CAPÍTULO 04 – MODELO DE BLACK-SCHOLES-MERTON PARA PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES

Precisamos contar com os modelos de precificação existentes para estimar o valor justo das opções.

Um pouco da teoria e da matemática relacionada à precificação de opções é muito complexa e vai além do que pretendemos mostrar aqui. Para detalhes sobre elas, você pode se referir a quaisquer dos livros padrões sobre derivativos. Um livro excelente sobre o assunto é *Options, Futures, and Other Derivatives* de John C. Hull (5ª edição); um pouco do material deste capítulo é paralelo às suas apresentações.

Os modelos de **Black-Scholes-Merton** e o modelo da **Árvore Binomial**, desenvolvidos para precificar opções de mercados, calculam o valor justo das opções. Ambos os modelos estão baseados nas mesmas fundamentações teóricas e suposições da teoria do *movimento browniano geométrico*[38] para o comportamento de preço das ações e avaliação de riscos neutros. Existem, porém, algumas importantes diferenças, que destacaremos a seguir.

4.1- O modelo de Black-Scholes-Merton

Num famoso "*paper*" publicado em 1973, Fisher Black e Myron Scholes[39] provaram uma fórmula para precificação de opções *call* e *put* europeias sobre as ações que **não** pagam dividendos. Seu modelo é provavelmente o modelo mais famoso das finanças modernas.

Nesta seção não pretendemos um desenvolvimento *full-blown* (completo) do modelo; isto exigiria um conhecimento de processos estocásticos e de matemática de investimentos extensos. Ao invés disto, descreveremos a mecânica do modelo e mostraremos como implementá-lo no Excel.

A fórmula para o cálculo dos prêmios ou preços corrente[40] da opção de compra, c, e da opção venda, p, são dados por:

$$c(S_t, X, r, q, \sigma_s, T, t) = S_t e^{-qT} N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2) \tag{1}$$

$$p(S_t, X, r, q, \sigma_s, T, t) = X e^{-rT} N(-d_2) - S_t e^{-qT} N(-d_1) \tag{2}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(S_t/_X\right) + \left(r - q + \frac{\sigma_S^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \tag{3}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_S\sqrt{T} \tag{4}$$

a. Preço $\mathbf{S}_t$, na data de concessão t, do ativo-objeto subjacente;
b. Preço **X** (ou K) de exercício (*strike*) da opção;
c. Taxa livre de risco **r** composta continuamente por ano;

[38] Ver Apêndice 05 – Processos Estocásticos

[39] Robert C. Merton e Myron S. Scholes receberam o Prêmio Nobel de Economia de 1997 pelo desenvolvimento do modelo inovador na avaliação do preço das opções no mercado acionário. *Fischer Black* tinha morrido na data do prêmio.

[40] Prêmios. Aqui não estamos representando o prêmio por p, e sim por **c** (*call*) e **p** (*put*).

d. Média anual contínua **q** dos rendimentos de dividendos;

e. Volatilidade $\boldsymbol{\sigma_s}$ do ativo-objeto anualizada;

f. Prazo até o vencimento **T** (em anos);

g. Data da concessão **t** da opção.

Na fórmula ***N*** é a função distribuição de probabilidades normal padrão acumulada de para o valor d. Em outras palavras, $N(d_1)$ é a probabilidade de que uma amostra aleatória que você extraiu de uma distribuição normal padrão (isto é, uma distribuição normal com média igual a zero e desvio padrão igual a 1) terá um valor menor que ou igual a *d*1. Representa a probabilidade de que o preço da ação seja pago integralmente dentro do prazo de vencimento atribuído à opção. Como a distribuição normal é simétrica com uma média igual à zero, $N(-d) = 1 - N(d)$, que simplificará uma modelagem da equação para *puts* uma vez modelada a equação para *calls*.

O termo $N(d_2)$, representa a probabilidade de que a opção seja exercida.

Procuramos os valores correspondentes a d_1 e a d_2 na *tabela da função distribuição normal acumulada* ou usamos o Excel, como faremos posteriormente. Essa tabela nos fornecerá os valores de $N(d_1)$ e $N(d_2)$ que devem ser encaixados na fórmula original para obtermos o valor presente de uma opção de compra. Embora a teoria subjacente e a matemática sejam um pouco complicadas, os computadores realizam facilmente os cálculos dessas equações.

A expectativa de volatilidade σ_s do preço da ação subjacente, o pagamento de dividendos q e a taxa livre de risco r, são constantes, referidos ao prazo da opção.

Premissas do modelo de Black-Scholes-Merton

São as seguintes as suposições básicas adotadas para o modelo:

- A taxa de juros de curto prazo r é conhecida e é constante;
- A hipótese principal das equações BSM é que o preço da ação segue o movimento Browniano geométrico;
- O ativo-objeto não paga dividendos no período entre t e T;
- O modelo só é aplicável a opções do tipo europeia, podendo ser exercido apenas na data do vencimento;
- Não existem custos de transação, tanto para o ativo-objeto, quanto para a opção;
- É possível emprestar qualquer fração do preço do ativo-objeto à taxa livre de risco;
- Não são consideradas penalidades no caso de venda a descoberto;
- As negociações ocorrem de forma contínua.

Exemplo – Calculando o prêmio de uma *call* pela fórmula de Black Scholes

Calcule o prêmio da *call* com preço de exercício $ 100, considerando o prazo T de 90 dias até a data de exercício, o preço da ação S = $ 100, a volatilidade anual dos retornos da ação de σ = 50%, e a taxa de juros efetiva e livre de risco como sendo 6% aos 365 dias.

Solução:

Preparemos os dados a serem introduzidos na fórmula de Black-Scholes.

- Como a data de exercício ocorrerá em 90 dias da data da análise, o prazo T será 0,2466 (=90/365). Portanto, 0,2466 é o tempo a decorrer entre a data da análise e a data de exercício medida como proporção de um ano.

- A taxa de juro efetiva e livre de risco é 6% aos 365 dias. A taxa instantânea equivalente no regime de capitalização contínua é 5,827% com o mesmo período, obtida assim:

  r = ln (1 + 0,06) = 0,05827 ou 5,827%.

  A seguir calculamos os desvios padronizados d_1 e d_2:

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{S}{X}\right) + \left(R_f + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\log\left(\frac{100}{100}\right) + \left(0{,}0583_f + \frac{0{,}50^2}{2}\right)0{,}2466}{0{,}50\sqrt{0{,}2466}} = 0{,}1820$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} = 0{,}1820 - 0{,}50\sqrt{0{,}2466} = -0{,}0663$$

A determinação das probabilidades $N(d_1)$ e $N(d_2)$ pode ser realizada com a tabela de distribuição Z. Mas, podemos encontrar esses valores usando a função estatística DIST.NORMP(z) do Excel, em que o argumento z é o desvio padrão normalizado. Essa função retorna a probabilidade acumulada da distribuição normal padronizada, de -∞ até o valor z. Registrando numa célula vazia de uma planilha Excel a fórmula[41] =DIST.NORMP(0,1820) será obtido o resultado procurado $N(d_1)$ = 0,5722. Como todos os valores se distribuem, praticamente, dentro de três desvios-padrões ao redor da média, a probabilidade de que um valor retirado de uma população se encontre dentro de três desvios-padrão ao redor da média é 100%. Continuando, a probabilidade $N(d_2)$ = 0,4736 foi determinada registrando em uma célula vazia de uma planilha Excel a fórmula =DIST.NORMP(0,0663).

O prêmio C da *call* é obtido com:

$$C = SN(d_1) - \left[\left(\frac{X}{e^{rT}}\right)N(d_2)\right] = \$100x0{,}05722 - \left(\frac{\$100}{e^{0{,}05827x0{,}2466}}\right)0{,}4736 = \$10{,}54$$

Vantagem e limitações do modelo de Black-Scholes-Merton

A maior *vantagem* do modelo é a velocidade de cálculo e a possibilidade de verificação dos cálculos. Este modelo permite calcular um grande número de preços de opções num curto espaço de tempo.

A principal *limitação* do modelo é que este NÃO pode ser usado para precificar, acuradamente, os preços das opções do tipo americanas, uma vez que só permite calcular o preço de opção num único ponto no tempo, o do vencimento. O modelo de Black-Scholes-Merton não considera as etapas ao longo do tempo, quando poderia ocorrer um exercício antecipado das opções do tipo americanas.

Por vezes, são necessários diversos ajustes aos preços apurados com o modelo de Black-Scholes-Merton para habilitá-lo a uma aproximação do preço das opções americanas, mas, assim mesmo, esta aproximação só vale dentro de certos limites.

Pontos a serem destacados no Modelo BSM

- As equações dão os valores de somente opções Europeias. Valores das opções Americanas são sempre maiores que ou igual àqueles de sua contrapartida opção Europeia porque elas oferecem aos proprietários todos os direitos das opções Europeias como também o direito de exercê-las a qualquer momento, não apenas no vencimento. Em algumas situações, este direito adicional não faz diferença, isto é, o proprietário de uma opção Americana não tem uma oportunidade de fazer qualquer dinheiro a mais que o proprietário de uma opção Europeia semelhante. Nestas situações, os valores das opções Americanas são os mesmos daqueles de sua contrapartida opção Europeia. Na maioria das situações, as opções Americanas parecem ter *payoff* potenciais ligeiramente melhores que sua contrapartida opção

[41] A distribuição normal padronizada é a distribuição normal com média igual a zero e desvio-padrão igual a 1, representada como N(0,1).

Europeia e, portanto, têm valores ligeiramente superiores daquelas opções Europeias similares. Discutiremos depois como estimar os valores das opções Americanas.

- A hipótese principal das equações BSM é que o preço da ação segue o movimento Browniano geométrico.
- As equações originais de precificação de opção, que são geralmente referidas como as equações de Black-Scholes, aplicadas somente a ações que não pagam dividendos. Merton estendeu estas equações acima para ações pagando dividendos, e nós referiremos a estas como as equações BSM. Podemos obter as equações originais substituindo *q* por zero. Uma vantagem das equações nesta forma BSM é que elas podem ser usadas não apenas para opções sobre ações pagando dividendos, mas para vários outros tipos de opções, tais como opções sobre moedas.
- As equações assumem que a ação tenha um rendimento de dividendo contínuo e constante, que não estritamente se aplica a qualquer ação porque as ações pagam somente dividendos discretos (geralmente trimestralmente) que variam em passos. Entretanto, é fácil converter tais dividendos discretos para dividendos continuamente constantes equivalentes e usá-los para precificar opções com erros menores. Também, se o dividendo não para constante para a vida da opção, as equações ainda podem ser usadas com *q* igual ao dividendo médio anualizado durante a vida da opção.
- Se nenhuma equação para o valor *call* multiplicamos *S*, *X*, *d*1 e *d*2 pelo indicador tipo de opção (TipoOpção) que discutimos anteriormente, então para TipoOpção = 1, obtemos as equações para valor *call* e para TipoOpção = -1, obtemos as equações para o valor *put*. Esta propriedade pode ser usada em ambos os modelos, Excel e VBA para estas equações.

Um Aparente Quebra Cabeça

Você pode, e a maioria das pessoas o faz, é achar surpreendente que o preço de uma opção não dependa do retorno esperado sobre o ativo. Em outras palavras, quão bem se espera que o ativo se comporte não importa na precificação da opção. Como pode ser isto?

A razão é que o preço do ativo já reflete quão bem ele é esperado fazer, e como calculamos o preço da opção em termos do preço do ativo subjacente, a expectativa sobre o preço do ativo não tem de ser tomado em consideração novamente.

Paridade Put-*Call*

Como você pode avaliar, os valores de duas quaisquer opções Europeias idênticas *put* e *call* estão relacionados. A relação, expressa pela seguinte equação, é chamada *paridade put-call*.

$$c + Ke^{-rT} = p + Se^{-qT}$$

Se soubermos, ou pudermos calcular o valor de uma opção Europeia *put* ou *call*, então podemos usar a paridade *put-call* para calcular o valor de sua contrapartida.

Volatilidade Implícita

Das variáveis nas quais o preço (prêmio) de uma opção depende, a única que não pode ser observada diretamente— e portanto tem que ser projetada para valorar uma opção— é a volatilidade do preço do ativo subjacente. Naturalmente, as previsões de volatilidade e a estimativa do valor de uma opção de diferentes participantes do mercado variarão.

Desde que podemos observar os preços de opções sobre um ativo no mercado, é possível fazer a seguinte pergunta: *Que previsão de volatilidade do preço do ativo justificará este preço da opção?* Como veremos, esta volatilidade pode ser calculada das equações BSM usando uma abordagem de tentativa e erro, isto é, por iteração. Ela é chamada a volatilidade Implícita da opção. Podemos ver isto como opinião ou previsão de mercado da volatilidade do ativo. Idealmente, a volatilidade Implícita calculada de todas as opções sobre um ativo vencendo ao mesmo tempo, serão as mesmas. Na prática, entretanto, elas não são, e podemos atribuir isto a várias razões. A explicação mais provável é que os preços dos ativos ao longo do tempo não se comportam exatamente da maneira que os assumimos comportar na maioria das análises teóricas como a derivação das equações BSM. Os participantes do mercado geralmente monitoram a volatilidade Implícita média calculada das opções negociadas ativamente sobre um ativo, acreditando que ela forneça informação útil sobre o movimento de preço futuro da ação.

O Efeito dos Dividendos

Como os dividendos sobre uma ação afetam o preço de opções sobre ela? Podemos calcular das equações BSM, mas vale a pena desenvolver um entendimento intuitivo. Vamos considerar de qualquer maneira duas ações idênticas ações, uma delas paga dividendos e a outra não. No mínimo teoricamente, ambas as ações deveriam fornecer o mesmo retorno total ao longo do tempo. Assim quando a ação pagando dividendos, pagar os dividendos, o preço de sua ação ficará atrás do preço da outra ação e o *payoff*s potenciais das opções *call* sobre ela ficarão mais baixos e das opções *put* ficarão mais altos que aqueles das opções sobre o ação que não paga dividendos. Dividendos sobre a ação subjacente, portanto, têm o efeito de **reduzir** o preço das opções *call* e aumentar o preço das opções *put* sobre ela. Estese efeitos e já estão refletidos nas equações BSM através do *q*.

AS LETRAS GREGAS

Desde que o preço de uma opção depende de várias variáveis, ele variará com as mudanças no valor de qualquer uma destas variáveis. Investidores e *traders* de opções como também aqueles que usam opções para proteger seus portfólios precisam entender e medir o impacto das variações nas diferentes variáveis sobre o preço de opções.

No nível mais simples, o proprietário de uma opção quer saber quanto o valor desta opção variará se o preço da ação variar de um dólar, ou quão rápido o valor de sua opção deteriorará com a passagem do tempo. Em níveis mais complexos, estas sensibilidades são usadas para medir e controlar os riscos de grandes portfólios com respeito a diferentes variáveis. Por exemplo, instituições financeiras que mantêm grandes portfólios que incluem posições enormes em derivativos precisam estimar como os valores dos seus portfólios variarão se a volatilidade para cima ou para baixo severamente e decidir quanto daquele risco eles deverão se proteger e como eles deverão fazer isto.

Em termos matemáticos, estas sensibilidades são medidas por derivadas parciais do preço da opção com respeito às diferentes variáveis é que determina o preço da opção, e elas são representadas por certas **letras Gregas**. Isto é porque elas são geralmente referenciadas como as letras Gregas ou simplesmente “as Gregas.” Se você não entende o que são derivadas parciais, o que precisamos saber e devemos lembrar é que todas estas medidas quantificam as sensibilidades somente para muito pequenas variações nas variáveis subjacentes, enquanto as outras variáveis permanecerem invariáveis.

Eu explicarei isto um pouco mais na próxima seção sobre os deltas.

A boa maneira desenvolver alguma apreciação para as magnitudes e os comportamentos das Gregas é observar diagramas que mostrem como o preço de uma opção varia com as variações nos valores das diferentes variáveis. Seremos capazes de criar tais diagramas usando alguns dos modelos que desenvolvemos.

Nas seções seguintes, definiremos as várias Gregas e as equações para calcular os seus valores para opções Europeias sobre ações que pagam dividendos, tais equações podem ser derivadas das equações BSM. Note que as Gregas aplicam-se a portfólios de derivativos também, e são mais frequentemente usados para medir os riscos de portfólios e proteger-se daqueles riscos.

Delta (Variação)

A variação do prêmio teórico de uma opção, dada uma variação do ativo objeto, introduz o conceito de delta (Δ). Na verdade é quanto o preço da opção se modifica com uma pequena variação do preço do ativo, deixando constantes todos os outros fatores que afetam os preços das opções. Assim

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$$

Onde V é o palor da opção e S é o preço do ativo-objeto.

O delta mede, portanto, a sensibilidade do valor V da opção, com respeito a uma variação no preço S do ativo-objeto. Assim, por exemplo, se uma opção call tem um delta igual a 0,7, então se a ação subir $ 0,50, a opção subirá cerca de $ 0,35 (ficando todos os outros fatores constantes). Já para uma put o delta de -0,7, se ação subir $ 0,50, a opção cairá aproximadamente $0,35.

No modelo de Black & Scholes, o delta para a *call* é dado pela seguinte fórmula[42]:

$$\Delta = N(d_1)$$

onde

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{X}\right)}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{r + \frac{\sigma^2}{2}t}{\sigma\sqrt{t}}$$

S = Preço da mercadoria, ou ativo financeiro, a vista

X = Preço de exercício da opção

t = Tempo até o vencimento

σ = Volatilidade expressa na forma decimal

r = Taxa de retorno “livre de risco” (capitalização contínua)

e = Base dos logaritmos naturais = 2,718282...

ln = Logarítmo natural

N(x) = Função normal cumulativa.

O delta pode ser visto graficamente como a inclinação da curva que relaciona o valor V da opção ao preço S do ativo-objeto, em um determinado ponto, como mostra o Gráfico xx.5A

[42] Para opções Europeias sobre ações que **não pagam** dividendos. Para ações que **pagam** dividendos, futuros e moedas, a fórmula é $\Delta = N(d_1)e^{-qt}$, q é a taxa contínua de dividendos, ou a taxa de juros do ativo livre de risco no caso de futuros, ou ainda taxa de juros da moeda estrangeira (no Brasil, esta taxa deve ser o cupom cambial)

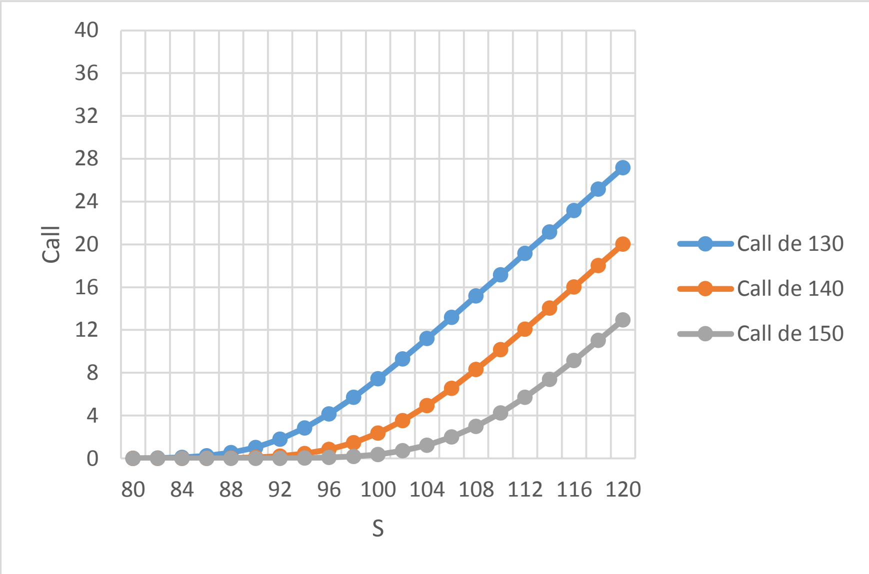


Gráfico xx.5ª Mostra o valor V da *call* versus o preço S do ativo-objeto.

Aqui vemos que as inclinações (delta) em cada ponto (S) de uma dada call são diferentes.

O gráfico xx.5B mostra a variação do delta em função da variação do preço do ativo objeto S e do preço de exercício X:

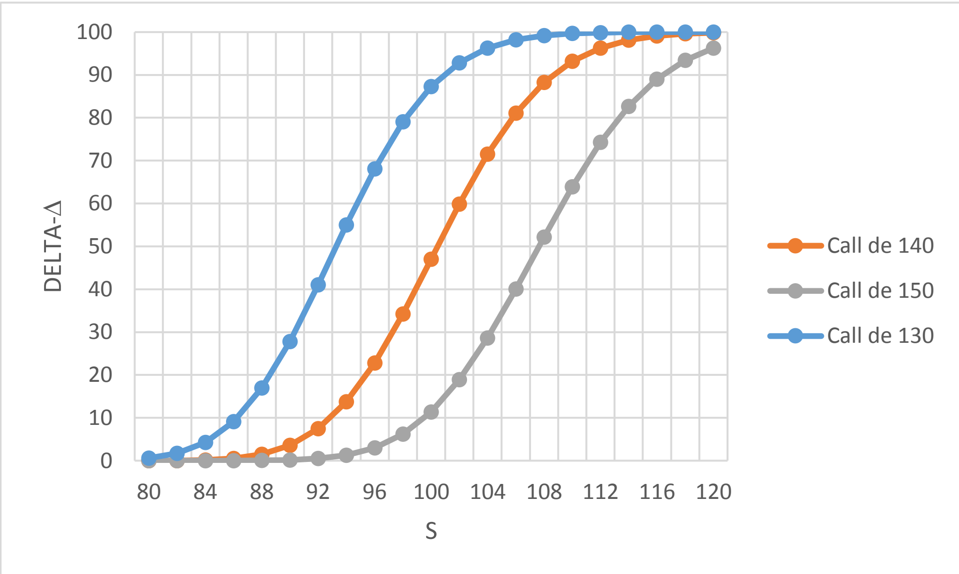


Gráfico xx.5 Delta da *call* variando com o ativo objeto.

Vemos que o delta é de aproximadamente 0,5 (o prêmio da *call* varia de 0,5 pontos para cada ponto de variação do ativo objeto) para as *calls* no-dinheiro. Já para opções extremamente fora-do-dinheiro possuem o delta próximo de zero, ou seja, uma pequena mudança no preço S do ativo-objeto não faz com que o prêmio da opção se altere significativamente. À medida que a opção se torna mais dentro-do-dinheiro o seus delta aumenta, chegando a 100% (ou 1) para opções extremamente dentro-do-dinheiro. Portanto, o delta aumenta quanto mais dentro-do-dinheiro está a opção. Como a proximidade do dinheiro indica a probabilidade de exercício da opção, o delta também é adotado como uma *proxy* desta probabilidade[43].

O delta para a *put* sobre ações que não pagam dividendos é dado pela fórmula[44]:

$$\Delta = N(-d_1)$$

O gráfico correspondente será:

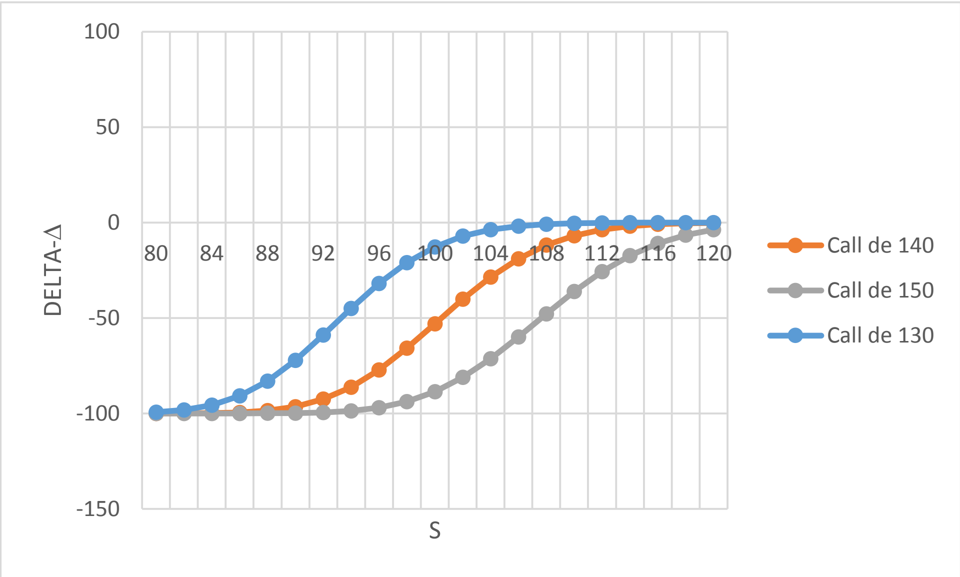


Gráfico xx.6 Delta da *put* variando com o ativo objeto

Resumindo: quanto mais *In-The-Money (ITM)* for a opção, maior será o Delta chegando próximo de 1,00 e quanto mais *Out-The-Money(OTM)* for a opção, menor será o Delta atingindo próximo de zero. Quando a opção é *At-The-Money (ATM)* o Delta tende a ficar próximo de 0,50 e normalmente é a opção que apresenta maior liquidez entre as opções negociadas.

Teta (Tempo)

Teta mede como o preço de uma opção varia com o *tempo*. Você pode usá-la para estimar quão rápido uma opção perderá valor com a passagem do tempo. Como já sabemos que o valor da opção perde valor apenas com a passagem do tempo. Theta é o valor que a opção perde por dia apenas pela passagem do tempo. Normalmente é apresentado pelo valor negativo e irá influenciar apenas o *Valor Extrínseco* do prêmio.

$$\Theta = \frac{\partial V}{\partial t}$$

Supondo que o valor do Theta seja -0,042, isso significa dizer que cada dia que passa o prêmio da opção perde R$0,042 apenas pela passagem do tempo.

O teta para opções *call*[45] é:

[43] O delta de uma carteira é a soma dos deltas dos ativos que compõem a carteira ponderada pela participação percentual de cada ativo. Uma carteira é dita delta-neutra quando o seu delta é zero. Para essa carteira, uma pequena variação no valor do ativo-objeto não causará modificação no valor da carteira.

[44] Para *puts* sobre ações que pagam dividendos, futuros ou moedas, a fórmula se reduz a $\Delta = N(-d_1)e^{-qt}$

[45] Opçãoes sobre ações que pagam dividendos, futuros e moedas.

$$\Theta = -\frac{S\sigma \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}} e^{-qT}}{2\sqrt{T}} + qSN(d_1)e^{-qT} - rXe^{-rT}N(d_2)$$

Para uma opção *put*, ela é:

$$\Theta = -\frac{S\sigma \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}} e^{-qT}}{2\sqrt{T}} - qSN(-d_1)e^{-qT} + rXe^{-rT}N(-d_2)$$

O gráfico xx.8 demonstra a queda no teta em função de passagem do tempo. Notemos que não se trata aqui da perda de valor no prêmio com a passagem do tempo, que é o conceito de teta: o gráfico demonstra a variação do próprio teta com a passagem do tempo. Para este exemplo, o valor do objeto foi mantido fixo em $ 100.

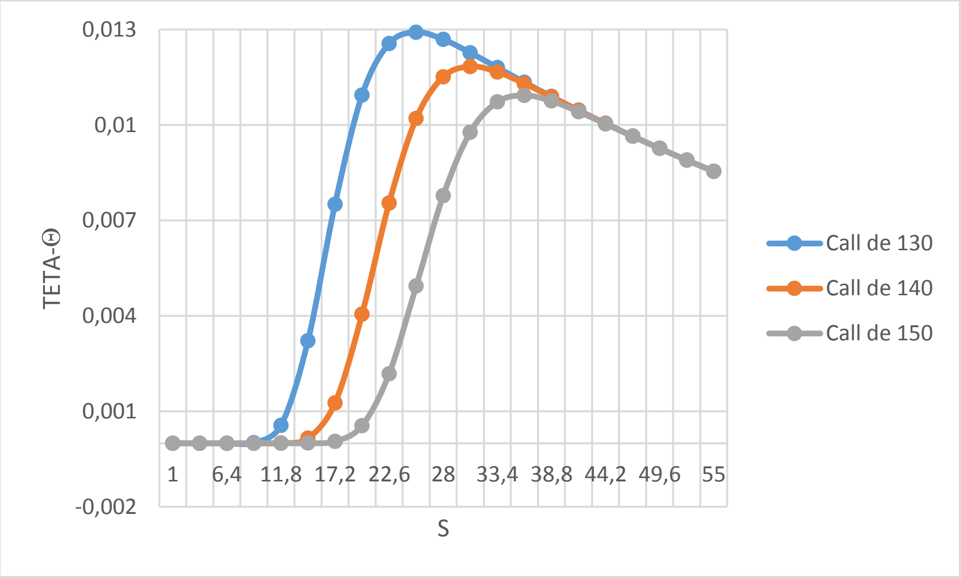


Gráfico xx.8 Teta da *call* variando com o tempo

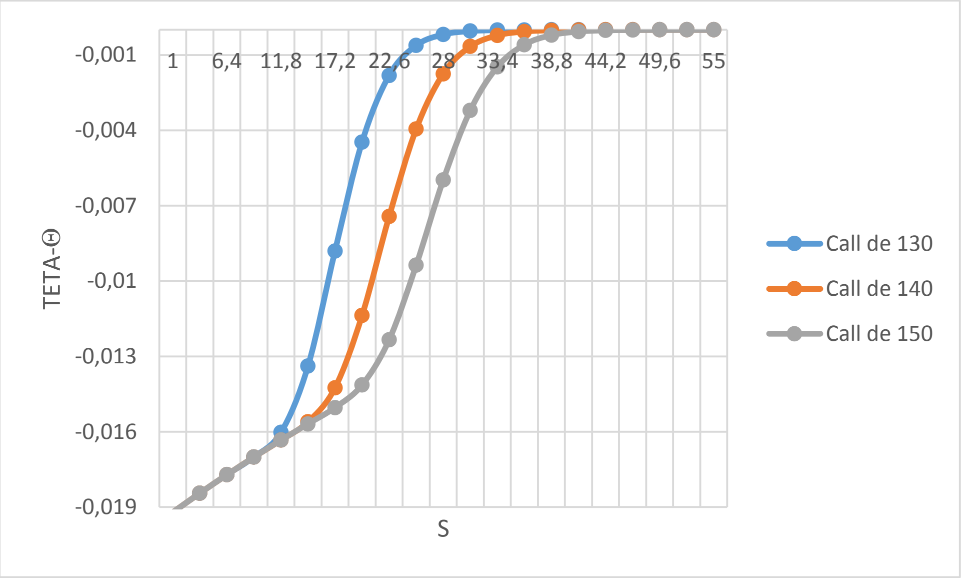


Gráfico xx.9 Teta da *put* variando com o tempo

Notemos que o teta da *put*, como o delta, é expresso em números negativos. O objetivo é compor o teta total da posição, efetuando a soma algébrica do teta de todas as opções da carteira.

O leitor poderá notar que nos livros que tratam do assunto, em sua maioria americanos, são apresentados gráficos para teta aparentemente diferentes dos aqui apresentados. Isso se deve ao fato de termos altas taxas de inflação no Brasil, que fazem com que o valor presente do preço de exercício torne a opção mais sensível dentro de um período estudado relativamente curto.

Quando temos poucos dias para o exercício e a opção já está dentro-do-dinheiro, as probabilidades de ela não ser exercida tornam-se praticamente nulas. Consequentemente, a opção tende a comportar-se como o ativo objeto.

Para períodos mais longos de tempo, o teta é praticamente zero – ou seja, não há perda de valor tempo na opção. Chamamos a atenção para o fato de, no Brasil, a opção levar mais tempo para que o teta se torne menor que zero. Entretanto, quando isto acontece, a velocidade à qual a opção perde valor tempo é muito maior do que a de uma opção cotada em moeda sujeita a baixas taxas de inflação.

O gráfico xx.10 apresenta o teta para o mesmo período estudado anteriormente de opção cotada em dólar, a fim de isolar o efeito da inflação.

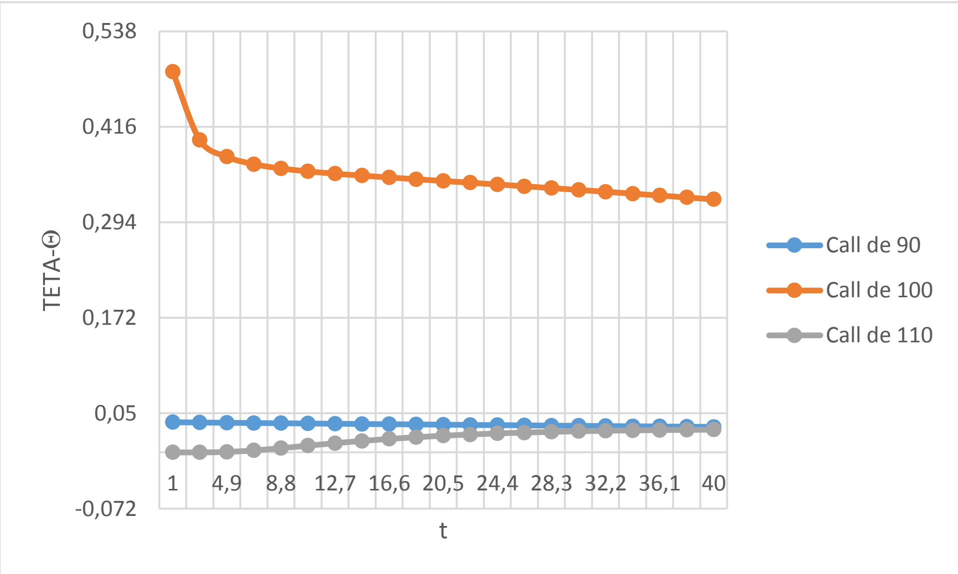


Gráfico xx.10 Teta da *call* em US$.

O Gráfico xx.10 foi obtido a partir dos seguintes dados: tempo variando de zero a quarenta dias; taxa de juros de 8% ao ano (0,43% ao dia); volatilidade de 1,3% ao dia; preço do objeto a $ 100. As *calls* estudadas foram as de preços de exercício de $ 90, $ 100 e $ 110, devido a serem estas as opções fora, no e dentro-do-dinheiro, nessas taxas de juros, similares às estudadas anteriormente.

O gráfico xx.10 é mais comum e, geralmente, é ele que é apresentado na literatura estrangeira. Mais uma vez, chamamos a atenção do leitor para as diferenças entre os Gráficos xx.8, xx.9 e xx.10 – uma vez que, no Brasil, temos opções indexadas tanto em dólar quanto em reais.

Gama (Movimento)

O gama (Γ) é a taxa de variação do delta da carteira em relação ao preço S do ativo-objeto, ou seja, ele mede a “a rapidez da mudança” do delta. Em paralelo à cinemática, o gama é a “aceleração” dos valores V com respeito a S.

$$\Gamma = \frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}$$

O gama, também conhecido como a curvatura de uma opção, reflete a proporção em que uma opção ganha ou perde deltas à medida que o ativo objeto varia. O gama pode ser visto como uma medida de quão rapidamente uma opção muda suas características, passando a comportar-se mais ou menos como o ativo objeto.

A fórmula do gama[46], que é a mesma para a *call* e para a *put*, é dada por:

$$\Gamma = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-d_1^2}{2}}}{S\sigma\sqrt{t}}$$

O gráfico do gama, variando com o ativo objeto, é apresentado a seguir.

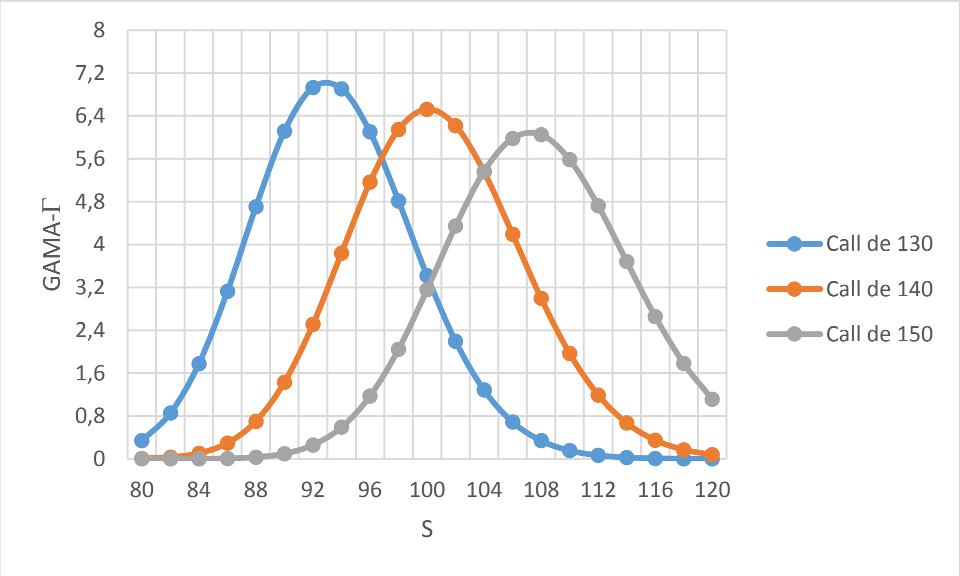


Gráfico xx.7 – Gama da *call* e da *put* variando com o ativo objeto

Desde que o delta é uma das mais importantes medidas do risco de uma opção, é importante medir como o delta por si só varia com a variação no preço da ação. Isto é o que o gama mede.

Exemplo: Supondo que temos o Delta seja 0,75 ou 75% (também pode ser na forma de porcentagem) e o Gama seja 0,12 ou 12%. Esse Gama quer dizer que se o preço da ação subir R$1,00 (supondo que a ação suba de R$26,45 para R$27,45), o novo Delta passaria a valer 0,75+0,12 = 0,87 ou 87%.

Vega (Volatilidade)

Vega é a *taxa de variação do valor* de uma opção com respeito à volatilidade do preço da ação. Desde que os preços de opção são muito sensíveis às variações da volatilidade e a volatilidade pode flutuar largamente durante o tempo, esta é outra importante medida do risco.

[46] Para opções Europeias de ações que **não pagam** dividendios. Já para opções Europeias que pagam dividendos, futuros e moedas, a fórmula fica: $\Gamma = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-d_1^2}{2}} e^{-qt}}{S\sigma\sqrt{t}}$.

Supondo que o prêmio da opção seja cotado a R$1,30 e o valor Vega seja 0,01, indica que se a volatilidade aumentar ou diminuir 1%, o valor do Vega vai ser adicionado ou retirado do prêmio da opção apenas devido à volatilidade. No exemplo, se a volatilidade aumentasse, o novo preço da opção seria 1,30+0,01 e ficaria R$1,31.

A fórmula do vega, segundo o modelo de Black & Scholes, para *calls* e *puts*[47] é:

$$\zeta = S\sqrt{t}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$

Aqui, é oportuno esclarecer o seguinte conceito: se construirmos uma gráfico relacionando o comportamento de uma *call* dadas variações na volatilidade, teremos:

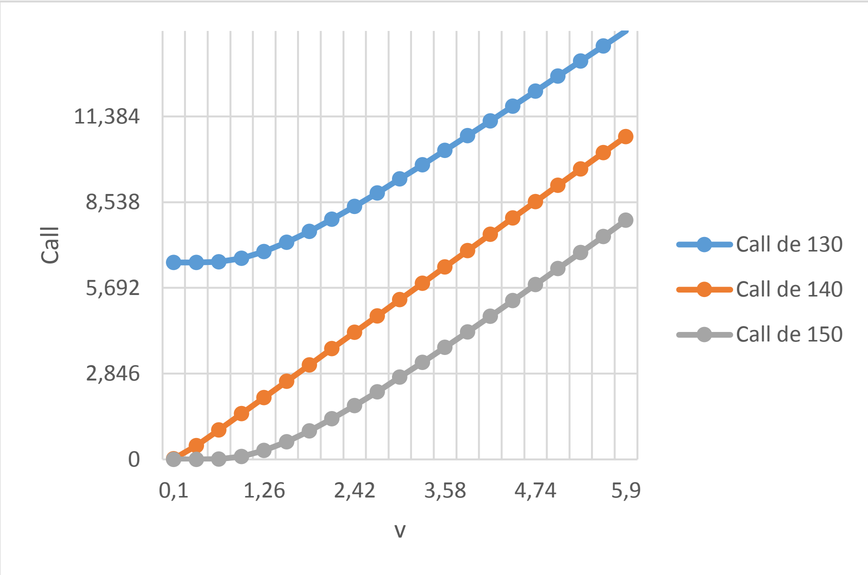


Gráfico xx.11 Vega da *call* variando com a volatilidade

Isto nos dá o conceito do vega, ou seja, qual a mudança no preço da opção, dada uma variação na volatilidade do ativo objeto. Para o Gráfico xx.11, usamos os valores anteriormente apresentados, agora com a volatilidade diária variando de 1% a 6%.

Passemos agora ao próprio vega, segundo a fórmula de Black & Scholes já apresentada. Um conceito muito importante é a relação entre o tempo e a volatilidade, pois estes são fatores fortemente interligados. Quando estamos muito próximos da data de exercício da opção, essa se torna menos sensível à volatilidade, uma vez que a volatilidade não terá tempo suficiente para alterar o valor do objeto de forma a mudar sua relação com o preço de exercício da opção.

Em períodos de tempo mais longos, a volatilidade exercerá um efeito muito maior sobre o valor do objeto e, consequentemente, sobre o prêmio das opções.

O gráfico xx.12, para o vega que varia com o tempo, foi obtido a partir dos parâmetros básicos e com o tempo variando de 1 a 40 dias úteis.

[47] Se a opção for sobre ações que pagam dividendos, futuros ou moedas, então: $\zeta = S\sqrt{t}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}e^{-qt}$

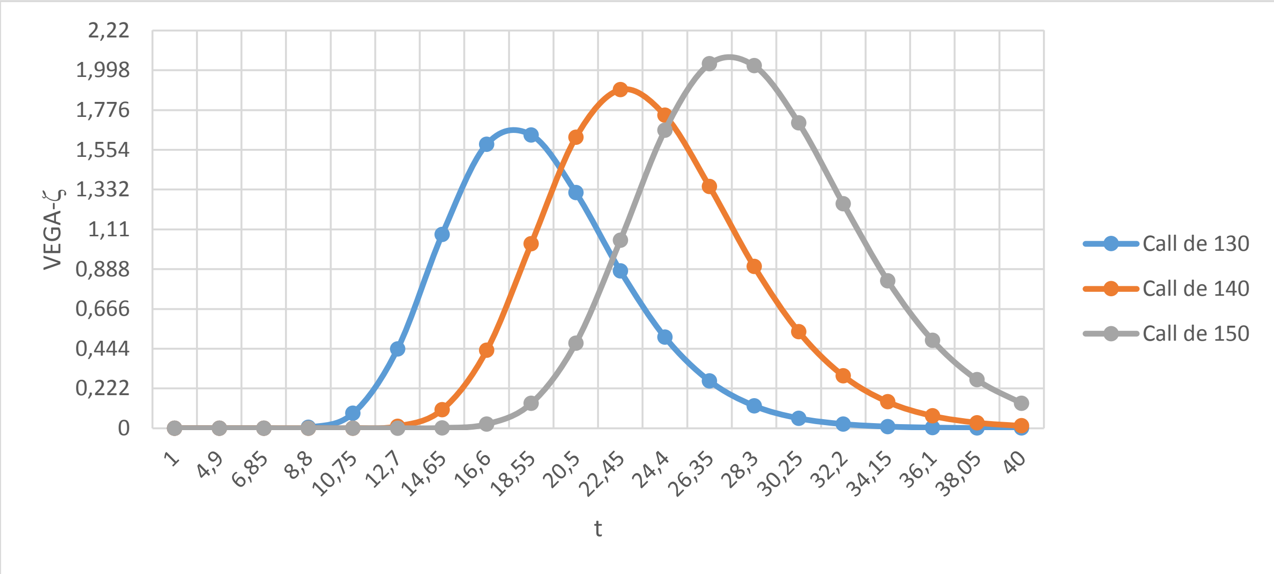


Gráfico xx.12 Vega da *call* variando com o tempo

Como no teta, o gráfico da vega para o mercado brasileiro apresenta-se consideravelmente diferente dos tradicionais. Isto se deve ao fato de estarmos trabalhando com opções sobre um ativo físico (ações ou ouro, por exemplo). A taxa de juros jogará as opções dentro-do-dinheiro. No gráfico, podemos observar a data na qual as opções estão no-dinheiro (o ponto máximo da curva).

Para verificarmos isto, basta calcular o valor do ativo objeto para aquela data. Por exemplo, se tomarmos a *call* de $ 140, verificaremos no gráfico que, aproximadamente em 25 pregões a partir de hoje, o vega atingirá seu ponto máximo, que deverá ser o dia no qual a *call* se encontra no-dinheiro. Levando o valor do objeto para aquela data, teremos:

$$100\,.\,e^{0{,}015\;x\;25} = 145{,}50$$

No caso de opções sobre futuros, não termos o efeito descrito. O objeto absorve toda a taxa de juros. Com base nos mesmos dados apresentados, considerando o ativo objeto em data futura a $ 140, e usando a fórmula de Black & Scholes para opções sobre futuros, termos o Gráfico xx.13:

Gráfico xx.13 Vega da *call* sobre um objeto futuro variando com o tempo

O gráfico para *puts* do tipo Europeu, considerando o objeto um ativo físico e os mesmos dados utilizados, será igual aos gráficos das *calls*, visto que a fórmula do *vega* é igual para *puts* e *calls*.

Rô (juros)

Rô mede a *sensibilidade do preço* de uma opção com respeito à taxa de juros livre de risco. Segue a mesma linha de raciocínio da Vega, se a taxa de juro aumentar em 1%, o novo preço da opção deve ser a soma do prêmio com o valor do Ro.

$$\rho = \frac{\partial V}{\partial r}$$

Para uma opção *call*, ele é dado por:

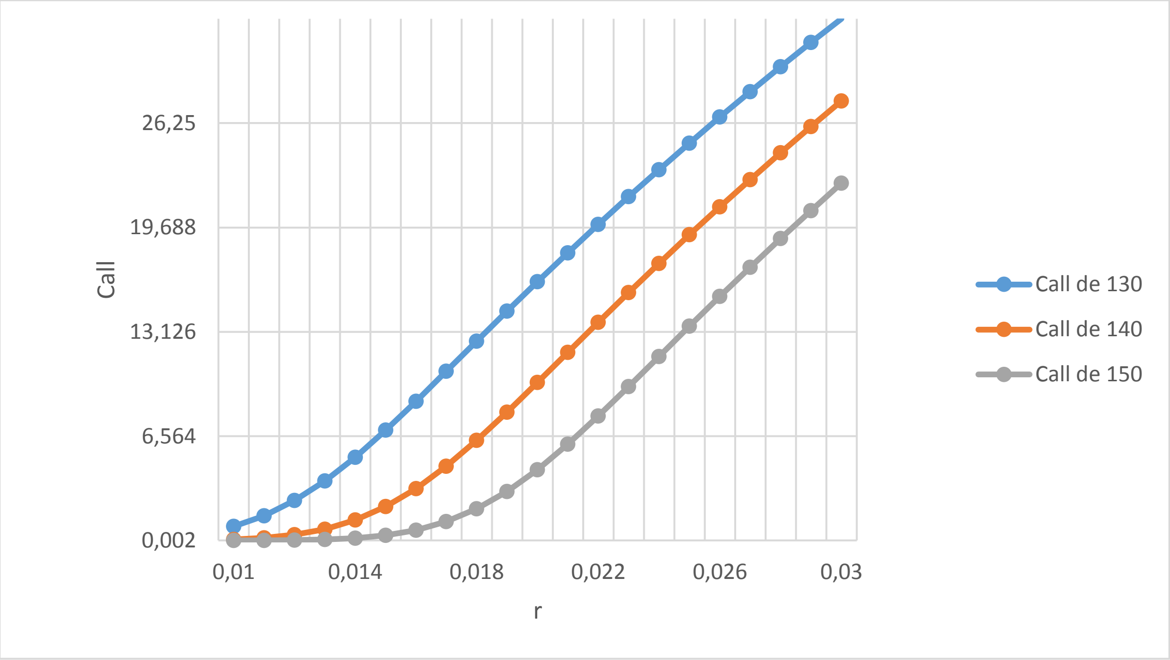
$$\rho = tXe^{-rT}N(d_2)$$

Para uma opção *put*, ela é:

$$\rho = -tXe^{-rT}N(-d_2)$$

O d_2 aqui tem a mesma definição que nas equações de BSM.

Com os dados de nossos exemplos anteriores, examinaremos o gráfico do comportamento das *calls*, considerando uma variação nas taxas de juro de 1% a 3% ao dia.



E o gráfico da *put*, considerando uma variação na taxa de juros de 1% a 2% ao dia, será:

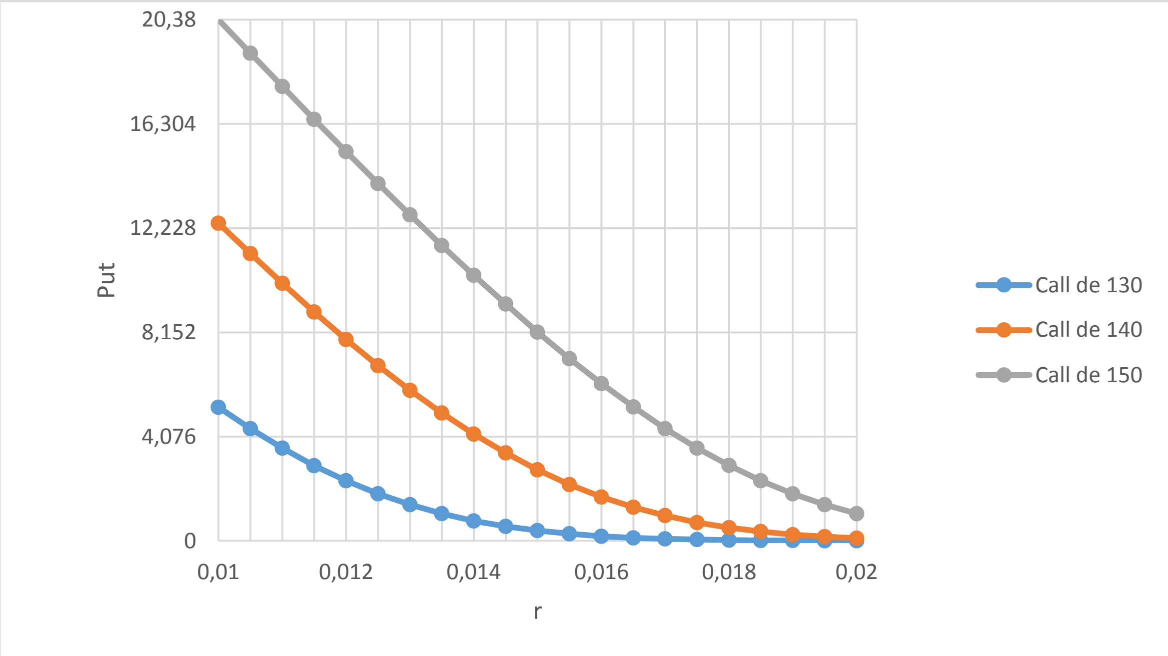


Gráfico xx.15 *Put* que varia com a taxa de juros

Mais uma vez os Gráficos xx.14 e xx.15 são diferentes dos gráficos para mercados de baixa inflação. A variação de *calls* e *puts* em função da taxa de juros é quase linear e, geralmente, não é levada em consideração. Em países em que há altas taxas de juros nominais, o objeto é muito sensível a suas variações e, consequentemente, causa fortes alterações nos preços das opções. De forma geral, podemos dizer que uma alta nas taxas de juros eleva o valor esperado do bem em data futura, tendendo a colocar as calls dentro-do-dinheiro e as *puts*, fora.

Alavancagem de Opção

Embora isto não pertença às letras Gregas, a alavancagem de opção é outra sensibilidade que os investidores consideram frequentemente. Alavancagem é a porcentagem pela qual um preço de opção varia para uma variação de 1% no preço da ação. Uma razão dos investidores comprarem opções é que as opções são investimentos altamente alavancados: *se a ação mover a favor, os investidores poderão ganhar retornos porcentuais muito maiores sobre seus investimentos em opções do que eles ganhariam sobre os investimentos na ação subjacente.*

Alavancagem, é claro, consegue-se de duas maneiras e torna também as opções mais arriscadas, embora a perda máxima possível sobre o investimento em opções seja limitada ao preço pago.

Como você poderá estimar, a alavancagem de uma opção está relacionada ao seu delta e é igual ao delta vezes a razão do preço da ação pelo preço da opção. Substituindo para os valores de delta, obtemos:

$$Alavancagem\ de\ Calls = \ e^{-qT}N(d_1)\frac{S}{C}$$

$$Alavancagem\ de\ Puts = \ e^{-qT}[N(d_1) - 1]\frac{S}{C}$$

Desenvolveremos um modelo para ver quão grande são estas alavancagens e como elas variam com o tempo e outros fatores.

AVALIANDO OPÇÕES AMERICANAS

Uma coisa que torna a avaliação de opções Europeias um pouco mais fácil é que elas podem ser exercidas somente no vencimento—sabemos com certeza exatamente quando elas serão exercidas, se elas forem exercidas por completo. Opções Americanas são mais difíceis para valorar porque elas podem ser exercidas a qualquer momento. Se em qualquer momento ao longo do caminho para ótimo exercer uma opção Americana porque o proprietário fará mais dinheiro fazendo isto do que a mantendo até o vencimento, então um proprietário racional a exercerá mais cedo (isto é, antes do vencimento).

Podemos, portanto, fazer duas observações sobre os valores das Opções Americanas. Primeiro, desde que uma opção Americana ofereça todos os direitos de qualquer outra opção Europeia idêntica então o valor de uma opção Americana será sempre no mínimo tanto quanto aquele da sua contrapartida opção Europeia. Segundo, se puder ser mostrado que pode ser ótimo exercer uma opção Americana mais cedo, então o valor da opção será maior do que aquele de sua contrapartida opção Europeia. Quanto maior for, é claro, o assunto principal.

Pode ser mostrado que as únicas opções Americanas que nunca são ótimas para exercer mais cedo são as opções *call* sobre ações que não pagam dividendos algum. Em teoria, então, opção Europeia é idêntica e as *calls* Americanas sobre tais ações terão os mesmos valores. Em todos outros casos — isto é, para opções *put* sobre ações que não pagam dividendos e para ambas as opções *call* e *put* sobre ações pagando dividendos—sob certas circunstâncias exercer opções Americanas mais cedo pode ser ótimo e, portanto, elas não podem ser avaliadas usando as equações BSM.

Acontece que não é possível conceber equações BSM – do tipo exato para valorar opções Americanas. Elas geralmente são valoradas usando árvores binomiais, que discutiremos abaixo. Enquanto as equações BSM são valiosas para as percepções que fornecem aos valores das opções, Árvores Binomiais e outros métodos numéricos são usados no mundo real mais frequentemente para valorar opções porque a maioria das opções transacionadas nos mercados financeiros são opções Americanas.

OPÇÃO SOBRE OUTROS ATIVOS

As equações BSM são muito versáteis e podem ser usadas para valorar opções Europeias sobre várias outras classes de ativos. Elas podem ser usadas para valorar opções Europeias sobre um índice de ação, com q representando o dividendo médio das ações compreendidas no índice. (Desde que os índices são geralmente baseados sobre um grande número de ações, comparado às ações individuais, dividendos sobre elas são inerentemente mais próximos de serem contínuos).

As equações BSM também podem ser usadas para valorar opções Europeias sobre moedas substituindo a taxa livre de risco estrangeira por q.

Finalmente, elas podem ser usadas para valorar opções Europeias sobre os futuros de vários ativos trocando o q com a taxa de juros livre de risco doméstica. Opções sobre futuros de vários ativos agora são transacionados extensivamente.

Então mesmo que todos os modelos que desenvolveremos neste capítulo forem para ações, você será capaz de usá-los para uma ampla variedade de opções sobre outros ativos sem muita modificação.

Como com ações, avaliar opções Americanas sobre quaisquer outros ativos fica mais complexo e geralmente requer o uso de árvores binomiais e outros métodos numéricos.

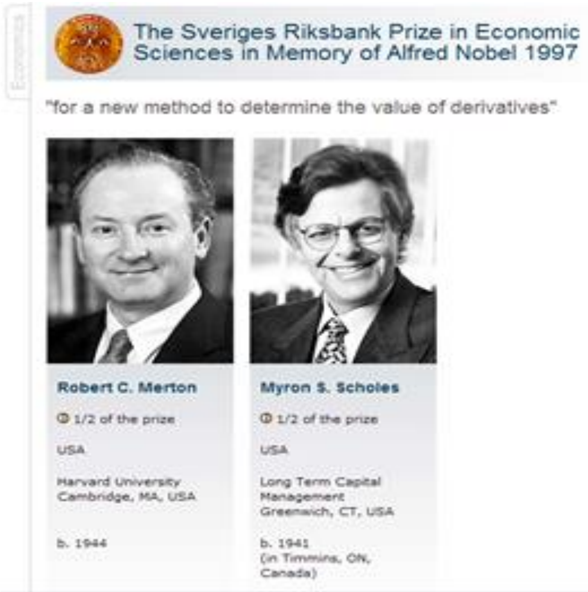
PORTFÓLIOS DE OPÇÕES

Investidores, especuladores, e hedgers geralmente combinam posições em *puts*, *calls*, e a ação subjacente para criar portfólios com várias características para ajustar sua preferência ao risco. Eles podem então tirar vantagens das suas expectativas sobre o preço da ação. Durante anos, investidores e *traders* criaram um grande número de estratégias de negociação, algumas das quais são bem complicadas e podem confundir um iniciante. Sempre que um portfólio consistir de opções Europeias e posições em apenas uma ação, é relativamente fácil de modelá-lo e predizer seus valores em vários instantes de tempo para quaisquer intervalos de preços de ações ou outras variáveis avaliando as posições separadamente e depois então, adicionando-as. Desenvolveremos um modelo versátil para tais portfólios, que você será capaz de usar para explorar e entender a miríade de estratégias de negociação de opção.

Instituições e grandes investidores, entretanto, mantêm portfólios de dúzias ou centenas de ativos e opções diferentes e derivativos sobre eles. Modelar tais portfólios fica altamente complexo, em parte devido à interdependência dos vários instrumentos de portfólios. Nós não iremos modelar esses tipos de portfólios. Entretanto, o que você aprenderá aqui são os blocos de construção essenciais para estes modelos de portfólios mais complexos.

4.1- MODELAGEM DO BSM NUMA PLANILHA

As fórmulas de Black-Scholes para precificação de opção de compra (*call*) e de venda (*put*) são facilmente implementadas numa planilha[48]. O exemplo seguinte mostra como calcular o preço de uma opção de compra (*call*) subscrita a uma ação cujo valor corrente é S = 25, quando o preço de exercício X = 25, a taxa de juros anualizada r = 6%, e σ = 30%. A opção tem T = 0,5 anos para exercício. Note que todos os três parâmetros, T, r, e σ são assumidos estarem em termos anuais[49].



[48] Ver a planilha Fórmula B-S na pasta MODELAGEM DE OPÇÕES NO EXCEL.*xlsm*

[49] A última seção do discute como calcular o σ anualizado de um processo *lognormal* dado os dados não anuais.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Fórmula de Black-Scholes para Precificação de Opções								
2									
3	S	25	Preço Corrente da Ação						
4	X	25	Preço de Exercício						
5	r	6,00%	Taxa de juros livre de risco						
6	T	0,5	Tempo para o vencimento da opção						
7	Sigma	30,00%	Volatilidade da Ação						
8									
9	d1	0,247487	<-- =(LN(S/X)+(r_+0,5*Sigma^2)*T)/(Sigma*RAIZ(T))						
10	d2	0,035355	<-- d_1-Sigma*RAIZ(T)						
11									
12	N(d1)	0,597734	<-- =DIST.NORMP(d_1)			0,402266	<-- =DIST.NORMP(-d_1)		
13	N(d2)	0,514102	<-- =DIST.NORMP(d_2)			0,485898	<-- =DIST.NORMP(-d_2)		
14									
15	Preço de Compra (call)	2,470667	<--=S*N_d1-X*EXP(-r_*T)*N_d2						
16	Preço de Venda (put)	1,731805	<-- =C_-S+X*EXP(-r_*T) pela paridade Put-Call						
17		1,731805	<-- =X*EXP(-r_*T)*_N_d2-S*_N_d1 pela fórmula direta						

Figura 4.1

Note que calculamos o preço de compra duas vezes: Uma vez usando a paridade *put-call*, a segunda vez pela fórmula direta de Black-Scholes.

Podemos usar esta planilha para fazer a análise de sensibilidade usual. Por exemplo, a seguinte **Tabela de Dados** (ver Apêndice) dá — quando o preço da ação S variar — o valor de Black-Scholes da opção de compra (*call*) comparado ao seu valor intrínseco [i.e., máx $(S - X, 0)$]. Note que não mostramos o cabeçalho da tabela de dados (Linha 21)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
19		**Preço**	**Preço**	**Valor**								
20		**Ação**	**Call**	**Intrínseco**								
21			2,470667	<-- =C_, Cabeçalho de Tabela								
22		10,00	0,00001	0	<-- =MÁXIMO((B22-X);0)							
23		12,50	0,00089	0								
24		15,00	0,01626	0								
25		17,50	0,11640	0								
26		20,00	0,45875	0								
27		22,50	1,21718	0								
28		25,00	2,47067	0								
29		27,50	4,17428	2,5								
30		30,00	6,21317	5								
31		32,50	8,46707	7,5								
32		35,00	10,84408	10								
33												
34												
35												

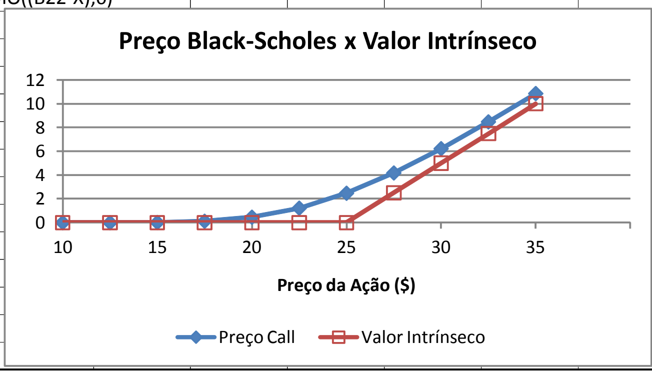


Figura 4.2

4.2 Usando VBA para Definir a Função de Precificação de Black-Scholes

Embora a implementação de planilha da fórmula Black-Scholes ilustrada nas seções anteriores seja suficiente para alguns propósitos, algumas vezes estamos interessados em ter uma função de forma fechada que possamos usá-la diretamente no Excel.

Podemos fazer isto com o *Visual Basic for Applications*. Aqui está uma função VBA para apreçamento de opções de compra (*call*):

```
Function dUm(Acao, Exercicio, Tempo, Juros, sigma)
dUm = (Log(Acao / Exercicio) + Juros * Tempo) / _
(sigma * Sqr(Tempo)) + 0.5 * sigma * Sqr(Tempo)
End Function
```

```
Function OpcaoCall (Acao, Exercicio, Tempo, Juros, sigma)
OpcaoCall = Acao * Application.NormSDist(dUm(Acao,_
Exercicio, Tempo, Juros, sigma)) - Exercicio * _
Exp(-Tempo * Juros) *_
Application.NormSDist(dUm(Acao, Exercicio,_
Tempo, Juros, sigma) - sigma * Sqr(Tempo))
End Function
```

A primeira função d_1, e a segunda função (**Opcao*Call***) define o preço de Black-Scholes para a opção de compra (*call*). Note que o uso da função **DIST.NORMP** do Excel, que dá a distribuição normal padrão; para usar esta função no VBA, devemos escrever **Application.DIST.NORMP**.

4.3 Precificando Opções de Venda (Puts)

Pelo teorema da paridade *put-call* sabemos que uma opção de venda (*put*) é precificada pela fórmula $P = C - S + Xe^{-rT}$. Podemos implementar isto numa outra função VBA:

```
Function OpcaoPut (Acao, Exercicio, Tempo, Juros, sigma)
OpcaoPut = OpcaoCall (Acao, Exercicio, Tempo,_
Juros, sigma) + Exercicio * Exp(-Juros *_
Tempo) - Acao
End Function
```

4.4 Usando Estas Funções numa Planilha Excel

Aqui está um exemplo destas funções usadas no Excel. O gráfico foi criado por uma tabela de dados. (Nas apresentações, usualmente ocultamos a primeira linha de tal tabela; aqui nós a mostramos).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Modelo Black-Scholes no VBA									
2										
3	S	100	Preço Corrente da Ação							
4	X	100	Preço de Exercício					Call	Put	
5	T	1	Tempo para o vencimento da opção					20,31847	10,80221	<--Este é o cabeçalho da Tabela de Dados
6	r	10,00%	Taxa de juros livre de risco				40	0,180205	50,66395	
7	Sigma	40,00%	Volatilidade da Ação				45	0,410396	45,89414	
8							50	0,80808	41,29182	
9	Preço de Compra (call)	20,31847	<--=OpcaoCall(S;X;T;r_;Sigma)				55	1,42412	36,90786	
10	Preço de Venda (put)	10,80221	<--=OpcaoPut(S;X;T;r_;Sigma)				60	2,301927	32,78567	
11							65	3,473874	28,95762	
12							70	4,959968	25,44371	
13		À direita está uma tabela					75	6,768286	22,25203	
14		de dados que dá os					80	8,896535	19,38028	
15		valores call e put para					85	11,33415	16,81789	
16		vários preços da					90	14,06449	14,54823	
17		ação.					95	17,0669	12,55064	
18							100	20,31847	10,80221	
19							105	23,79538	9,279126	
20							110	27,47401	7,957751	

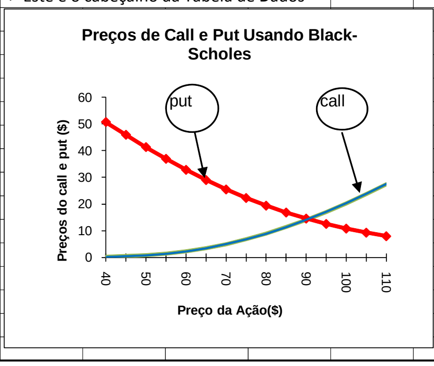


Figura 4.3

4.5- Calculando a Volatilidade Implícita

Um problema comum na precificação de opções é o seguinte: Dado um preço C para uma **opção de compra** (*call*), e dado o *preço corrente* S da ação, a *taxa de juros* r, o *tempo para o vencimento da opção* T, e o *preço de exercício* X da opção, encontre a volatilidade σ em que a opção é precificada. Considere a seguinte **opção de compra** (*call*) por exemplo.

Preço da opção de compra (*call*) $C = 4$

Preço atual da ação $S = 45$

Preço de exercício da opção $X = 50$

Taxa de juros $r = 8\%$

Tempo até o vencimento $T = 1$

Queremos saber a *volatilidade implícita* σ, isto é, o desvio padrão para o qual a fórmula de *Black-Scholes* para precificação de opção (*call*) dá o preço de 4, dados os outros parâmetros. Este problema é facilmente solucionado por tentativas e erros notando que o preço da opção é monotonicamente crescente em σ. Aqui está uma tabela de dados da planilha anterior:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Fórmula de Black-Scholes para Precificação de Opções**							
2								
3	S	45	Preço Corrente da Ação					
4	X	50	Preço de Exercício					
5	r	8,00%	Taxa de juros livre de risco					
6	T	1	Tempo para o vencimento da opção					
7	Sigma	10,00%	Volatilidade da Ação					
8								
9	d1	-0,20361	<-- =(LN(S/X)+(r_+0,5*Sigma^2)*T)/(Sigma*RAIZ(T))					
10	d2	-0,30361	<-- d_1-Sigma*RAIZ(T)					
11								
12	N(d1)	0,419331	<-- =DIST.NORMP(d_1)					
13	N(d2)	0,380714	<-- =DIST.NORMP(d_2)					
14								
15	Preço de Compra (call)	1,297714	<--=S*N_d1-X*EXP(-r_*T)*N_d2					
16								
17		**Tabela de Dados**						
18			1,297714	<-- =B15, Cabeçalho de Tabela				
19		15%	2,185757					
20		16%	2,364614					
21		17%	2,543681					
22		18%	2,722908					
23		19%	2,902252					
24		20%	3,08168					
25		21%	3,261163					
26		22%	3,440676					
27		23%	3,620199					
28		24%	3,799714					
29		25%	3,979205					
30		26%	4,158658					
31		27%	4,33806					

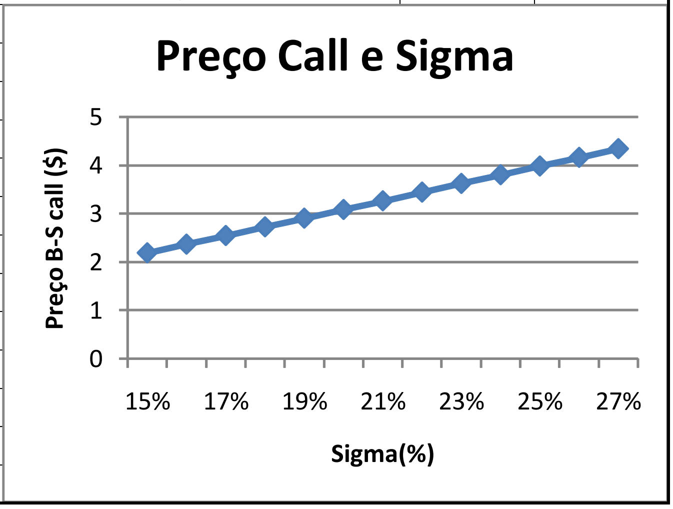


Figura 4.4

Está claro da tabela de dados que o preço da opção de 4 implica que o σ deve estar ligeiramente acima de 25%. Algumas das tentativas e erros levam-nos a σ = 25,116%:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Fórmula de Black-Scholes para Precificação de Opções						
2							
3	S	45	Preço Corrente da Ação				
4	X	50	Preço de Exercício				
5	r	8,00%	Taxa de juros livre de risco				
6	T	1	Tempo para o vencimento da opção				
7	Sigma	25,116%	Volatilidade da Ação				
8							
9	d1	0,024606	<-- =(LN(S/X)+(r_+0,5*Sigma^2)*T)/(Sigma*RAIZ(T))				
10	d2	-0,22655	<-- d_1-Sigma*RAIZ(T)				
11							
12	N(d1)	0,509816	<-- =DIST.NORMP(d_1)				
13	N(d2)	0,410385	<-- =DIST.NORMP(d_2)				
14							
15	Preço de Compra (call)	4,000024	<--=S*N_d1-X*EXP(-r_*T)*N_d2				

Figura 4.5

4.6 Uma Função VBA para Encontrar a Variância Implícita

Podemos usar *Visual Basic for Applications* para definir uma função **Volatilidade*Call*** que encontra o σ para uma opção de compra (*call*). A função é definida como **Volatilidade*Call*(Acao, Exercicio, Tempo, Juros, Alvo),** onde as definições são como segue:

A função encontra σ para o qual a fórmula Black-Scholes = *C*.

```
Function VolatilidadeCall(Acao, Exercicio, Tempo, Juros, Alvo)
    Superior = 2
    Inferior = 0
    Do While (Superior - Inferior) > 0.0001
    If OpcaoCall(Acao, Exercicio, Tempo, Juros, (Superior + Inferior) / 2) > _
        Alvo Then
            Superior = (Superior + Inferior) / 2
            Else: Inferior = (Superior + Inferior) / 2
    End If
    Loop
    VolatilidadeCall = (Superior + Inferior) / 2
End Function
```

A técnica usada pela função é muito similar à técnica usada na tentativa e erro: Começamos com duas estimativas para o possível σ. Uma estimativa **Superior** de 100% e uma estimativa **Inferior** de 0%. Agora fazemos o seguinte:

- Tome a média do **Superior** e o **Inferior** na fórmula Black-Scholes. Isto nos dá **Opcao*Call* (Acao, Exercicio, Tempo, Juros, (Superior + Inferior) / 2).** (Note que a função **Volatilidade*Call*** assume que a função ***Call*Option** esteja disponível na planilha).

■ Se **Opcao*Call*(Acao, Exercicio, Tempo, Juros, (Superior** + **Inferior) / 2) > Alvo,** então o σ estimado correntemente de **(Superior** + **Inferior) / 2)** é muito alto e trocamos **Superior** por (**Superior** + **Inferior) / 2).**

■ Se **Opcao*Call*(Acao, Exercicio, Tempo, Juros, (Superior** + **Inferior) / 2) < Alvo,** então o σ estimado correntemente de **(Superior** + **Inferior) / 2)** for muito baixo e trocamos **Inferior** por **(Superior** + **Inferior) / 2).**

Repetimos este procedimento até a diferença **Superior - Inferior** ficar menor que 0.0001 (ou alguma outra constante arbitrária)[50].

Aqui está um exemplo desta função, incluindo uma tabela de dados e um gráfico que mostra a volatilidade implícita como uma função do preço da opção de compra (*call*):

Acao → é o preço S da ação.

Exercicio → é o preço de exercício X da opção.

Tempo → é o tempo para o vencimento da opção T.

Juros → é a taxa de juros r.

Alvo → é o preço da opção de compra (*call*) C.

[50] Esta regra de barragem sempre funciona (significando que o procedure (procedimento) eventualmente pára) para bi-secção, aplicada a uma função monotônica. Poderíamos ter trocado este critério com a seguinte regra de barramento: ***Call*Option (Acao,Exercicio,Tempo,Juros,(Superior+Inferior)/2)**−**Alvo|**<0.0001. Para o caso de encontrar a volatilidade implicada, isto funcionará igualmente bem; entretanto, para outros casos uma regra deste tipo pode não funcionar sempre.

	A	B	F	G	H	I	J	K
1	**VOLATILIDADE IMPLICADA DE BLACK-SCHOLES**							
2								
3	O módulo VBA anexado a esta planilha define uma função chamada							
4	Volatilidade Call(S,X,T,Juros,Alvo).Para usar esta função preencha as linhas relevantes							
5	(em negrito). A célula rotulada "volatilidade implicada call" contém a função.							
6								
7	**S**	**51,00**						
8	**X**	**50,00**						
9	**T**	**1**						
10	**Juros**	**8,00%**						
11	**Preço alvo da call**	**6,00**						
12								
13	Volatilidade implicada	15,35%	<-- =VolatilidadeCall(S;X;T;Juros;Alvo)					
14								
15								
16	**Tabela de Dados**							
17		15,35%						
18	5,00	7,51%						
19	5,50	11,96%						
20	6,00	15,35%						
21	6,50	18,45%						
22	7,00	21,39%						
23	7,50	24,25%						
24	8,00	27,07%						
25	8,50	29,84%						
26	9,00	32,59%						
27	9,50	35,33%						
28	10,00	38,05%						
29	10,50	40,77%						
30								

Figura 4.6

4.7 "*Bang for the Buck*"[51] com Opções

Esta seção apresenta uma simples aplicação da fórmula de Black-Scholes. Suponha que esteja convencido que uma dada ação irá subir num curto período de tempo. Você quer comprar opções de compra (*calls*) da ação que tem um máximo "*bang for the buck*"— isto é, você quer a porcentagem o lucro sobre seu investimento de opção seja maximizado. Usando a fórmula de Black- Scholes, é fácil mostrar que você deverá

- Comprar *calls* com o vencimento mais curto possível.
- Comprar *calls* que estão mais altamente fora do dinheiro[52] (i.e., com o maior preço de exercício possível).

Aqui está uma ilustração em planilha:

[51] Valor recebido de um gasto monetário (outlay) ou de um esforço.

[52] *out of the money*- ocorre quando o preço do *ativo-objeto* S for menor que o *preço do exercício* X, ou seja, S < X.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	"BANG FOR THE BUCK" COM OPÇÕES							
2								
3	S	25	Preço corrente da ação					
4	X	25	Preço de exercício					
5	r	6,00%	Taxa de juros livre de risco					
6	T	0,5	Prazo para o vencimento da ação (em anos)					
7	Sigma	30%	Volatilidade da ação					
8								
9	d_1	0,2475	<-- (LN(S/X)+(r+0.5*sigma^2)*T)/(sigma*RAIZ(T))					
10	d_2	0,0354	<-- d_1-sigma*RAIZ(T)					
11								
12	$N(d_1)$	0,5977	<-- Usa a fórmula DIST.NORMP(d_1)					
13	$N(d_2)$	0,5141	<-- Usa a fórmula DIST.NORMP(d_2)					
14								
15	Call price	2,47	<-- S*N(d_1)-X*exp(-r*T)*N(d_2)					
16	Put price	1,73	<-- call price - S + X*Exp(-r*T): pela paridade put-call					
17								
18	Call bang	6,0483	<-- =B12*B3/B15					
19	Put bang	5,8070	<-- =DIST.NORMP(-B9)*B3/B16					
20								

Figura 4.7

A "*call bang*" definida na célula B18 é simplesmente a variação porcentual no preço de compra (*call*) dividido pela variação porcentual no preço da ação (em economia isto é conhecido como a *elasticidade do preço*):

$$\mathit{Call}\ \text{bang} = \frac{\partial C/_C}{\partial S/_S} = \frac{\partial C}{\partial S}\frac{S}{C} = N(d_1)\frac{S}{C}$$

Similarmente, para uma *put*, o "*bang for the buck*" é definido pela seguinte fórmula (é claro, a estória por trás da *put* "*bang for the buck*" é que você está convencido que o preço da ação irá cair):

$$\text{Put bang} = \frac{\partial P/_P}{\partial S/_S} = \frac{\partial P}{\partial S}\frac{S}{P} = -N(-d_1)\frac{S}{P}$$

Isto é definido na célula B19. Para tornar o número mais fácil de entender, tiramos o sinal de menos inicial,

Fazendo o "*put bang*" $= N(-d_1)\frac{S}{P}$

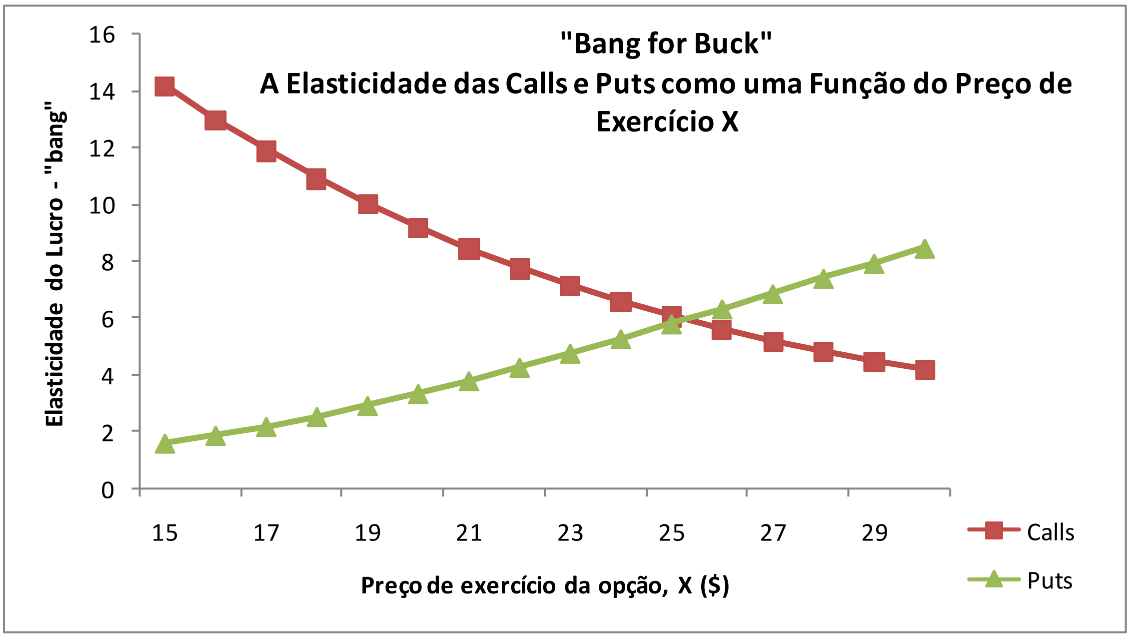


Figura 4.8

Se você jogar numa planilha, você verá que quanto maior o tempo para o vencimento, menor o *bang for the buck*.

(Outra maneira de dizer tudo isto é que as opções de maiores riscos são as mais fora do dinheiro e as opções de prazo mais curto).

	F	G	H	I	J	K	L	M	N
23									
24				**Tabela de Dados: Efeito de S e T no "call bang"**					
25		Cabeçalho da tabela							
26		de dadosr:			**T--prazo da opção para o exercício**				
27		=B18		6,0483	**0,25**	**0,5**	**0,75**	**1**	
28				**15**	25,8566	14,1767	10,1698	8,1113	
29		**S, preço da ação -->**		**16**	23,3203	12,9886	9,4124	7,5625	
30				**17**	20,9931	11,9035	8,7218	7,0623	
31				**18**	18,8591	10,9122	8,0913	6,6056	
32				**19**	16,9055	10,0067	7,5154	6,1882	
33				**20**	15,1222	9,1804	6,9891	5,8062	
34				**21**	13,5006	8,4274	6,5082	5,4565	
35				**22**	12,0334	7,7424	6,0691	5,1362	
36				**23**	10,7137	7,1205	5,6682	4,8426	
37				**24**	9,5347	6,5572	5,3025	4,5737	
38				**25**	8,4892	6,0483	4,9691	4,3272	
39				**26**	7,5694	5,5896	4,6655	4,1012	
40				**27**	6,7664	5,1773	4,3892	3,8941	
41				**28**	6,0706	4,8074	4,1379	3,7043	
42				**29**	5,4720	4,4764	3,9094	3,5303	
43				**30**	4,9598	4,1807	3,7019	3,3708	

Figura 4.9

Exercícios

1. Use o modelo de Black-Scholes para precificar o seguinte:

a. Uma opção de compra (*call*) sobre uma ação cujo preço corrente é 50, com preço de exercício X = 50, T = 0.5, r = 10%, σ = 25%.

b. Uma opção de venda (*put*) com os mesmos parâmetros.

2. Use os dados do exercício 1 e **Tabela de Dados** para produzir gráficos que mostrem

a. A sensibilidade do Black-Scholes preço de compra (*call*) pelas variações no preço inicial da ação *S*.

b. A sensibilidade do Black-Scholes preço de venda (*put*) pelas variações no σ.

c. A sensibilidade do Black-Scholes preço de compra (*call*) pelas variações no intervalo de tempo para o vencimento *T*.

d. A sensibilidade do Black-Scholes preço de compra (*call*) pelas variações na taxa de juros *r*.

e. A sensibilidade do preço de venda (*put*) pelas variações no preço de exercício *X*.

3. Produzir um gráfico comparando um *valor intrínseco* da *call* [definido como **máx (*S* − *X*, 0)**] e seu preço Black-Scholes. Deste gráfico você deverá ser capaz de deduzir que ele pode ser ótimo para exercer antecipadamente um preço de compra (*call*) pela fórmula de Black-Scholes.

4. Produzir um gráfico comparando um valor intrínseco da *put* [max (*X* - *S*, 0)] ao seu preço Black-Scholes. Deste gráfico você será capaz de deduzir que ele pode ser optimal to exercise early a preço de venda (*put*) pela fórmula de Black-Scholes.

5. Refira-se de volta às opções da *American Express* do Capítulo 13. Assuma que a data corrente seja sexta-feira, 26 de Janeiro de 1996, e que as datas de expiração das opções são como segue:

"Fev" = Fevereiro 16, 1996

"Mar" = Março 15, 1996

"Abr" = Abril 19, 1996

"Jul" = Julho 19, 1996

Gerar duas tabelas:

a. Uma tabela mostrando os preços (usando o modelo de Black-Scholes) de todas as opções de compra (*call*) da *American Express*. Assuma que a taxa de juros seja r = 6%, e que a volatilidade relevante seja σ = 30%.

b. Uma segunda tabela para as opções de venda (*put*) da *American Express*.

6. Use o **Solver** do Excel para encontrar o preço da ação para o qual há a máxima diferença entre o preço Black-Scholes da opção de compra (*call*) e o valor intrínseco[53] da opção. Use os seguintes valores: S = 45, X = 45, T = 1, σ = 40%, r = 8%.

7. Como mostrado na proposição 7, Capítulo 13, uma opção Européia sobre uma ação deverá ser precificada por retirando do preço do ativo subjacente todos os dividendos a serem pagos antes da opção vencer. Merton (1973) mostra que para o caso de um ativo com preço *S* pagando um rendimento de dividendo composto continuamente *k*, esta abordagem leva a seguinte fórmula para precificação de opção de compra (*call*):

$$C = S\frac{N(d_1)}{e^{kT}} - \left[\left(\frac{X}{e^{rT}}\right)N(d_2)\right]$$

onde

[53] O valor intrínseco da opção é o ganho da opção na data de exercício, se a opção for exercida.

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - k + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{Z}$$

Esta fórmula é geralmente aplicada para precificação de opções sobre índices, onde a agregação de muitos dividendos de ações torna a hipótese de dividendo contínuo uma aproximação apropriada. Use esta fórmula para precificar uma opção de compra (*call*) sobre um índice cujo preço corrente seja S = 500 quando o vencimento da opção T = 1, o rendimento de dividendo é k = 2.2%, seu desvio padrão σ = 20%, e a taxa de juros r = 7%.

8. O modelo de Merton no exercício 7 pode também ser usado para precificar opções sobre moedas. Suponha que, por exemplo, estamos precificando uma opção de compra (*call*) para comprar 10.000 a uma taxa de $1,10 por cada uma daqui a 3 meses. Suponha que a taxa de juros nos U.S.A. seja 5,5% e que a taxa de juros Euro seja 3,8%. A planilha seguinte ilustra como usar o modelo de Merton para precificar esta opção (note a baixa volatilidade — típica de moedas). Use este modelo para realizar uma análise de sensibilidade que mostre os efeitos da taxa de câmbio corrente sobre o preço da opção.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Precificando Opções de Moeda**										
2											
3	S	1,04	Taxa de câmbio da moeda: Preço do US$ para um Euro								
4	X	1,1	Preço de exercício								
5	r_{USA}	5,50%	Taxa juros U.S.A.								
6	r_{Euro}	3,80%	Taxa de juros Euro								
7	T	0,25	Prazo para o vencimento da ação (em anos)								
8	Sigma	6%	Volatilidade da ação								
9											
10	d_1	-1,7130	<-- (LN(S/X)+(rUSA-rEuro)+0.5*sigma^2)*T)/(sigma*RAIZ(T))								
11	d_2	-1,7430	<-- d_1-sigma*RAIZ(T)								
12											
13	Número de Euros por contrato call	10.000									
14											
15	N(d_1)	0,0434	<-- Usa a fórmula DIST.NORMP(d_1)				0,9566	<-- Usa a fórmula DIST.NORMP(-d1)			
16	N(d_2)	0,0407	<-- Usa a fórmula DIST.NORMP(d_2)				0,9593	<-- Usa a fórmula DIST.NORMP(-d2)			
17											
18	Call price	5,42	<-- S*exp(-r_{Euro}*T)*N(d_1)-X*exp(-r_{USA}*T)*N(d_2)								
19	Put price	553,53	<-- X*exp(-r_{USA}*T)*N(-d2)-S*exp(-r_{Euro}*T)*N(-d1)				fórmula direta				

9. Note que você pode usar a fórmula de *Black-Scholes* para calcular o *prêmio* da opção de compra (*call*) como uma porcentagem do *preço de exercício* em termos de *S/X*:

$$VP_{opção\ de\ compra} = C = SN(d_1) - \left[\left(\frac{X}{e^{rT}}\right)N(d_2)\right] \Rightarrow \frac{C}{X} = \frac{S}{X}N(d_1) - \frac{N(d_2)}{e^{rT}}$$

Onde

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Implemente isto numa planilha.

10. Note que você pode também calcular o prêmio Black-Scholes da opção de venda (*put*) como uma porcentagem do preço de exercício em termos de *S*/*X*:

$$P = -SN(-d_1) + \left[\left(\frac{X}{e^{rT}}\right)N(-d_2)\right] \Rightarrow \frac{P}{X} = -\frac{S}{X}N(-d_1) + \frac{N(-d_2)}{e^{rT}}$$

Onde

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{S}{X}\right) + (r + \sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{Z}$$

Implemente isto numa planilha. Encontre a razão de $\frac{S}{X}$ para a qual $\frac{C}{X}$ e $\frac{P}{X}$ cruzam quando *T* = 0,5, σ= 25%, *r* = 10%. (Você pode usar um gráfico ou você pode usar o Solver do Excel). Note que este ponto de cruzamento é afetado pela taxa de juros e o vencimento da opção, mas não pelo σ.

4.8 Modelo 4: MODELO BSM E AS LETRAS GREGAS

O Problema

Desenvolver um modelo para calcular o preço e as letras Gregas para opção Europeia *puts* e *calls* sobre ações pagando dividendos baseados no modelo Black-Scholes-Merton (BSM). Verificar também que a relação de paridade *put-call* se mantém.

Modelando a Estratégia.

A planilha para este modelo está mostrada na Figura 4.10. Este modelo envolve implementação direta das equações BSM e as equações para as letras Gregas discutidas antes. Você pode escrever suas fórmulas para este modelo usando endereços de células, mas as tornarão difíceis para se ler e de se verificar. (Tente isto por si mesmo). Use células nomeadas ao invés disso. Também, calcule os valores para as variáveis intermediárias importantes separadamente ao invés de tentar fazer todos os cálculos nas células para as variáveis de saída.

Para verificar que a relação de paridade *put-call* se verifica, calcule o valor *put* usando o *valor call* calculado na equação de paridade *put-call*. Depois então compare a resposta com o valor *put* que você obteve ao calculá-la diretamente na equação BSM.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Valores BSM e Letras Gregas para Opções Européias sobre Ações que Pagam Dividendos**						
2							
3					*Call*	*Put*	
4	Preço da Ação (S)	R$ 50,00		Preço	R$ 5,93	R$ 5,19	
5	Preço de Exercício (K)	R$ 50,00		Delta	0,57	-0,42	
6	Dividendos (q)	1,00%		Teta (por ano)	-6,13	-4,67	
7	Prazo de vencimento (T, anos)	0,5000		Gama	0,03	0,03	
8	Volatilidade (V)	40,00%		Vega	13,77	13,77	
9	Taxa de juros (rr)	4,00%		Rô	11,39	-13,12	
10							
11	**Variáveis Intermediárias**			*Put* da paridade *put-call*		R$ 5,19	
12	Exp(-rT) (ert)	0,9802					
13	Exp(-qT) (eqt)	0,9950					
14	(r-q+0,5*V^2) (radj)	0,1100					
15							
16	d1 (dUm)	0,1945					
17	N(d1) (NdUm)	0,5771					
18	N(-d1) (NmdUm)	0,4229					
19							
20	d2(dDois)	-0,0884					
21	N(d2) (NdDois)	0,4648					
22	N(-d2) (NmdDois)	0,5352					
23							
24	Exp(-(d1^2)/2)/(2Pi)^0,5 (NpdUm)	0,391471					

Figura 4.10 – Modelo #04: Valores BSM e letras Gregas para opções Europeias

Construindo o Modelo

Se você quiser usar os mesmos nomes de células que eu tenho usado (e eu acho que você vai querer), certifique-se de que você construiu este modelo numa nova pasta de trabalho. Por outro lado você terá problemas com nomes duplicados. (Você pode contornar este problema usando nomes no nível de planilha, mas que criarão complicações adicionais desnecessárias).

Configurar os rótulos para as variáveis de entrada na sua planilha e depois então nomear as células para seus valores usando nomes que sejam tão próximos aos símbolos usados nas equações BSM quanto possível. Nos rótulos de células para cada variável na planilha do modelo, Eu tenho mostrado entre parênteses o nome que Eu criei usando para a célula que mantém o valor daquela variável. Note que Eu estou usando rr para a taxa de juros porque o Excel não permite nomear uma célula com r, e para volatilidade ou sigma Eu estou usando V.

Quando você escrever a fórmula para cada variável intermediária, escreva-a usando os nomes de células. Quando você terminar, dê à célula um nome apropriado de modo que você possa usá-lo nas fórmulas subsequentes.

Você precisará usar as seguintes funções Excel nas suas fórmulas: EXP para a função exponencial, RAIZ para raiz quadrada, DIST.NORMP para calcular a probabilidade acumulada para uma distribuição normal padrão[54], e PI() para a constante.

(Note que muito embora a função PI() não exija argumento algum, você deve incluir um par de parênteses vazio nela).

Nas suas fórmulas, use parênteses sempre que você pensar que possa existir espaço para más interpretações ao certificar-se que os cálculos são feitos na ordem que você quer. Sem eles, Excel pode fazer cálculos numa ordem diferente e aparecer com respostas erradas.

Testando o Modelo

A única maneira prática de testar este modelo é comparar suas saídas com aquelas dos outros modelos. Neste caso, você pode comparar as saídas do seu modelo com o modelo que Eu forneci. Ou ainda, você poderia verificar seu modelo contra as respostas calculadas à mão, mas para algumas destas equações fazer os cálculos manuais corretamente não é fácil.

Usos do Modelo

Este é um modelo muito útil para desenvolver e entender como as diferentes variáveis de entradas afetam o preço da opção Europeia e os valores de suas letras Gregas. Por exemplo, você pode mudar o preço da ação enquanto mantiver todas as outras variáveis constantes para ver como o preço da opção *call* e as diferentes letras Gregas mudam quando a *call* se move de *out-of-the-money* para *at-the-money* e para mais e mais *in-the-money*. Estas relações tornam-se muito mais fáceis de apreciar quando vê-las em parâmetros de gráficos. Nós faremos isto nos modelos que se seguem.

Limitações do Modelo

O modelo tem as mesmas limitações que as equações BSM. Note também que você não pode usar o modelo para $T = 0$, por exemplo, para calcular o preço de uma opção no vencimento. Entretanto, já vimos como criar um modelo para calcular preços de opção no vencimento. Para obter valores das opções e use letras Gregas para

$T = 0$, entrar com um número muito pequeno para T, tal como 0,00001.

Estimando a Volatilidade Implícita

Como discutido anteriormente, devido a volatilidade de uma ação não ser diretamente observável, é frequentemente útil estimar a volatilidade Implícita no preço observado de uma opção. As equações BSM não podem ser resolvidas explicitamente para volatilidade. A única maneira de estimar a volatilidade Implícita é por tentativa e erro. Você pode automatizar o processo no Excel, mas você pode usar o Atingir Meta (*Goal Seek*) com um modelo como este aqui para estimar manualmente a volatilidade Implícita,

[54] Possui média zero e desvio padrão 1.

dando o preço de uma ação e os valores de todas as outras variáveis que são necessárias para as equações BSM.

Por exemplo, vamos assumir que os valores da volatilidade de todas as outras variáveis sejam como mostrados na Figura 4.11 e o preço observado da *call* seja $10. Para estimar a volatilidade Implícita, selecione a guia Dados ⇨ grupo Ferramentas de Dados ⇨ botão Teste de Hipóteses e no menu suspenso Atingir Metas... (Goal Seek), e daí então na caixa de diálogo entrar com E4 para *Definir célula*, 10 *Para valor*, B8 para *Alternando célula*, e clicar OK para obter a volatilidade Implícita de 69,8%.

Por várias razões, as volatilidades Implícitas calculadas dos preços observados de opções com diferentes preços de exercício, vencendo ao mesmo tempo, variam de um para o outro. É portanto costumeiro criar gráficos das volatilidades Implícitas de opções com diferentes preços de exercício. Tais gráficos são chamados de *smiles* de volatilidade; eles podem ser criados automaticamente no VBA, mas não no Excel.

4.8 MODELO 5: VARIAÇÃO DO PREÇO DE OPÇÃO COM O PREÇO DA AÇÃO

O Problema

Desenvolver um modelo e a diagrama para mostrar como o valor de uma opção Europeia *put* ou *call* sobre uma ação pagando dividendos varia com o preço da ação subjacente.

Torne o diagrama dinâmico permitindo que o usuário mude todas as outras variáveis que afetam o preço da opção.

Modelando a Estratégia

A planilha para este modelo está mostrada na Figura 4.11. Você primeiro terá de reconstruir (ou copiar) parte do último modelo para calcular os preços das *puts* e *calls* para este modelo. Nos modelos, que você adicionar botão de rotação para todas as variáveis de entrada diferentes do preço da ação de modo que o usuário possa facilmente tornar estes passos das variáveis razoáveis.

	A	B	C	D	F	G	H
1	**Variação do Preço de Opção com o Preço da Ação**						Opção Call
2							
3	Preço da Ação (S)	R$ 20,00					
4	Preço de Exercício (X)	R$ 21,00		21			
5	Dividendos (q)	2,00%		2			
6	Prazo até o vencimento (T, anos)	0,5		5			
7	Volatilidade (V)	50%		50			
8	Taxas de Juros (rr)	4,00%		4			
9	Tipo de opção, C = 1, P = 0	1		1			
10							
11	Preço mais baixo da ação	R$ 0,00					
12	Tamanho do passo do preço da ação	R$ 1,00					
13							
14	preço da call (c)	R$ 2,46					
15	Preço da put (p)	R$ 3,24					
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26		Preço da	Valor			Preço *call*	Preço *put*
27	Preço da Ação	Opção	Intrínseco			R$ 2,46	R$ 3,24
28	R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 0,00		R$ 0,00	R$ 0,00	R$ 20,58
29	R$ 1,00	R$ 0,00	R$ 0,00		R$ 1,00	R$ 0,00	R$ 19,59
30	R$ 2,00	R$ 0,00	R$ 0,00		R$ 2,00	R$ 0,00	R$ 18,60
31	R$ 3,00	R$ 0,00	R$ 0,00		R$ 3,00	R$ 0,00	R$ 17,61
32	R$ 4,00	R$ 0,00	R$ 0,00		R$ 4,00	R$ 0,00	R$ 16,62
33	R$ 5,00	R$ 0,00	R$ 0,00		R$ 5,00	R$ 0,00	R$ 15,63
34	R$ 6,00	R$ 0,00	R$ 0,00		R$ 6,00	R$ 0,00	R$ 14,64
35	R$ 7,00	R$ 0,00	R$ 0,00		R$ 7,00	R$ 0,00	R$ 13,66
36	R$ 8,00	R$ 0,00	R$ 0,00		R$ 8,00	R$ 0,00	R$ 12,67
37	R$ 9,00	R$ 0,01	R$ 0,00		R$ 9,00	R$ 0,01	R$ 11,69
38	R$ 10,00	R$ 0,03	R$ 0,00		R$ 10,00	R$ 0,03	R$ 10,72
39	R$ 11,00	R$ 0,07	R$ 0,00		R$ 11,00	R$ 0,07	R$ 9,77
40	R$ 12,00	R$ 0,14	R$ 0,00		R$ 12,00	R$ 0,14	R$ 8,84

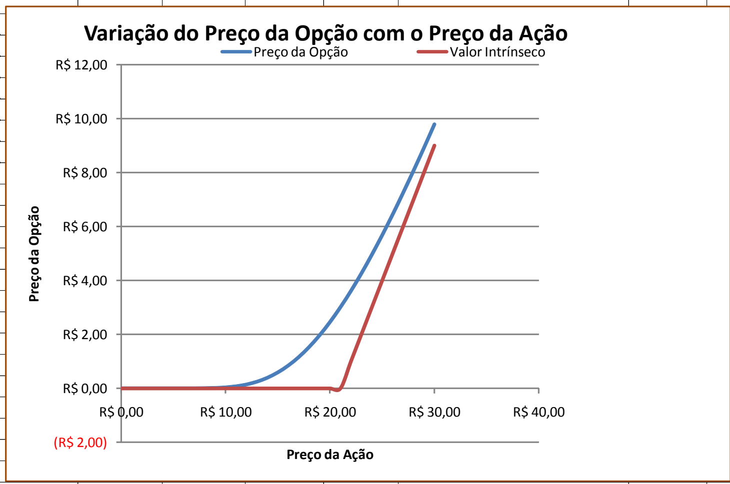


Figura 4.11 – Modelo #05: Variação do preço da opção com o preço da ação

Então você tem que calcular o preço de uma *put* ou uma *call* para um intervalo de preços de ações, de preferência usando a tabela de dados de uma variável. Finalmente, você tem que criar um diagrama para plotar o preço de uma opção versus o preço da ação.

Construindo o Modelo

1. Crie o template[55]: Comece com uma nova cópia da pasta de trabalho do modelo anterior. Nos modelos de planilha, limpe as células que você não precisa mais (por exemplo, aquelas para calcular as Gregas). Para se mover pelas variáveis intermediárias fora do caminho (como Eu fiz no modelo-amostra), Recorte e Cole A11:B22 em A62:B73. (Note que se você Copiar e Colar, os nomes das células não se moverão; eles permanecerão associados com as células originais, que não é o que você quer). Também Recorte e Cole as células para os valores da opção nos locais que Eu as tenho neste modelo. Agora usando os mesmos valores para as variáveis de entrada dos modelos anteriores e este aqui, certifique-se de que o novo aqui esteja funcionando apropriadamente.

2. Crie outras células de entrada: Crie rótulos para TipoOpção, Preço mais baixo da ação e Tamanho do passo do preço da ação.

3. Crie coluna de preços da ação: Em vez de usar um intervalo fixo de preços de ações, você quer deixar o usuário os escolher indicando em B11 o preço mais baixo da ação que ele quer para ver e em B12 o tamanho do passo no qual o preço da ação deverá aumentar. Em A28 entrar com =B11 e na A29 entrar com =A28+$B$12. Então copie a fórmula de A29 em A30:A58.

[55] Gabarito

4. Adicione botão de rotação e configure suas propriedades: Adicionar os Botões de Rotações[56] para C4:C9. Na caixa de diálogo Formatar controle[57] para cada um, vincule-o à célula à direita (na coluna D) e configure os valores Min e Max como segue: X, 0 e 1000; q, 0 e 20; T, 1 e 100; V, 0 e 100; rr, 0 e 20; TipoOpção, 0 e 1.

5. Vincule células de entrada: Vincule B4:B9 para corresponder às células em D4:D9 com multiplicadores próprios. Por exemplo, a fórmula em B4 é =D4*1. Os multiplicadores para q, V, e rr são 0,01, para T, 0,1, e para TipoOpção, 1. (Você pode usar diferentes valores de Min e Max para alguns dos Botões de Rotações, mas certifique-se que você ajustou os multiplicadores de modo que os valores de entrada façam sentido).

6. Configurar validação de dados: As equações BSM não funcionam para S = 0. Para o preço mais baixo da ação em B11, monte uma validação de dados especificando que o mínimo valor que pode ser entrado lá é 0.00001.

7. Configurar tabela de dados para preços de opção: Você quer calcular os preços *put* e *call* para cada preço da ação em A28:A58. A maneira mais eficiente de se fazer isto é montar uma tabela de dados. Para fazer isto, em F28 entrar com =A28 e copiar a fórmula em F29:F58. Isto duplicará a coluna de preços das ações. Em G27 e H27, você terá de indicar onde o Excel deverá obter os preços *call* e *put*. Em G27 entrar com =B14 e em H27 entrar com =B15 para tornar G coluna para preços *call* e H a coluna para preços *put*.

Agora selecione F27:H58 e depois então selecione a guia Dados ⇨ grupo Ferramentas de Dados ⇨ Testes de Hipóteses e no menu suspenso selecione Tabela de Dados.... Na caixa de diálogo Tabela de Dados, entrar com B3 na caixa para Células de entrada da Coluna porque você quer que o Excel use os preços de ações, que estão arranjados numa coluna, em B3 para calcular os correspondentes preços da *call* e *put*. Clique OK para terminar.

Note que no Excel, usar uma tabela de dados é a única maneira que você pode automaticamente gerar os valores de uma variável dependente para um intervalo de variáveis independentes.

Ainda mais, a tabela produzida é uma tabela dinâmica, significando que se qualquer outra variável dependente do modelo é mudada, a tabela automaticamente alterará seu conteúdo. Para ver isto, mude quaisquer das outras variáveis de entrada usando seu Botão de Rotação e veja como os preços da *call* e *put* na tabela mudam.

8. Crie colunas de preço put/*call* para diagrama: Como você quer criar um diagrama que mostre os preços da *put* ou *call* dependendo da entrada em B9, em B28:B58 você quer copiar conjunto correto de preços de opção. Em B28 entrar com =SE($B$9=1;G28;H28) para conseguir isto. Copie esta fórmula em B29:B58.

9. Calcular valores intrínsecos: Será útil também mostrar os valores intrínsecos das opções para os vários preços de ações. Para montar uma coluna de valores intrínsecos, em C28 entrar com =SE($B$9=1;MÁXIMO(0;A28-X);MÁXIMO(0;X-A28)). (O valor intrínseco é o *payoff* se uma opção for exercida imediatamente). Copie a fórmula em C29:C58[58].

10. Crie o diagrama: Você agora tem todos os dados necessários para o diagrama em A28:C58.

Selecione este intervalo e use o Chart Wizard[59] para criar um diagrama embutido como mostrado no modelo. (Para Tipo de Chart, use dispersão com linhas suaves). Formate e rotule o diagrama apropriadamente.

11. Crie opção type label para o diagrama: Para mostrar se um diagrama é para *calls* ou *puts* — o qual é determinado pela entrada em B9— em H1 entrar com =SE(B9=1;"Opção *Call*";"Opção Put") e parametrize-o apropriadamente.

Testando o Modelo

Você pode verificar que o modelo é para calcular os preços corretos de opção comparando seus resultados com as saídas dos modelos anteriores. Certifique-se de que os valores intrínsecos estão sendo calculados corretamente e que o diagrama está sendo plotado com valores corretos para ambas as *puts* e *calls*.

Usos do Modelo

[56] Na guia desenvolvedor, no grupo Controles clique em Inserir e depois selecione botão de rotação em Controles de Formulários.
[57] Na guia desenvolvedor, no grupo Controles, clique em propriedades.
[58] Não se esqueça de nomear a célula B4 para X.
[59] Assistente de gráficos.

Este modelo é uma excelente ferramenta para desenvolvimento e entendimento de como diferentes variáveis de entrada afetam o preço da opção Europeia. Ele mostra a relação entre um preço da opção e o preço da ação mais claramente. Você pode também usar os vários botões de rotações para ver o efeito sobre o preço da opção das outras variáveis.

Quando estiver experimentando o diagrama, certifique-se de que você escolheu um intervalo de preços de ações relevante selecionando o preço da ação mais baixo e passo do preço da ação apropriadamente em B11 e B12. Se você está observando uma opção com um preço de exercício de $20 e se você usar um intervalo de preço da ação de, digamos, 0 até 200, todas as coisas serão comprimidas numa das extremidades do diagrama e você não será capaz de ver os detalhes necessários.

Você pode usar este modelo para explorar outros assuntos importantes: Quando poderá ser ótimo exercer uma opção antecipadamente? É claro, as opções Europeias que discutimos aqui podem ser exercidas somente no vencimento. Entretanto, como discutimos, se é ótimo exercer a particular opção mais cedo, então a versão Americana dela será mais valiosa que a sua contrapartida opção Europeia, porque somente a versão Americana pode tirar vantagem daquela oportunidade.

Eu mencionei que nunca é ótimo exercer mais cedo uma opção *call* sobre uma ação que não paga os dividendos. Para ver isto, no modelo configure $q = 0$, e veja se você pode obter a linha de preço *call* cruzando a linha de valor intrínseco mudando qualquer uma das variáveis de qualquer maneira. Você não será capaz de fazer isto. (Você gostaria de exercer uma opção se o seu valor cair abaixo do seu valor intrínseco, porque você pode coletar o valor intrínseco ao exercê-la agora mesmo).

Para ver se é ótimo exercer antecipadamente uma *call* sobre uma ação que paga dividendos e aumentar o q para um valor muito superior — digamos, 10% — e você verá que a linha de preço *call* ficará abaixo da linha de valor intrínseco quando as *call* caírem *in-the-money*. Portanto, pode ser ótimo exercer *calls* numa tal ação antecipadamente e *calls* Americanas em tais ações serão mais valiosas do que sua contrapartida opção Europeia.

Agora tente a mesma coisa com as *puts*. Aqui, as variáveis importantes serão a taxa livre de risco e a vida remanescente. Você verá que para altas taxas livres de riscos e longas vidas remanescentes, a linha de opção *put* ficará abaixo da linha de valor intrínseco se a ação paga os dividendos ou não. Então exercer antecipadamente pode ser ótimo para *puts* sobre ambas as ações que pagam ou não dividendos, e as opções Americanas *put* podem ser mais valiosas que as suas contrapartidas opções Europeias. Exatamente quanto mais, de qualquer maneira, é uma questão muito difícil de responder.

Se você quiser desenvolver um entendimento complete de opções, tente explicar porque exercer mais cedo pode ser ótimo nas circunstâncias que acabamos de ver.

Limitações do Modelo

O modelo tem as limitações usuais do modelo BSM. Além disso, ele mostra a variação do preço da opção com o preço da ação muito mais claramente do que mostra as variações com as outras variáveis. Exploraremos isto no próximo modelo.

4.9 MODELO 6: VARIAÇÃO DO PREÇO DA OPÇÃO COM A VOLATILIDADE

O Problema

Desenvolver um modelo e um diagrama para mostrar como a variação na volatilidade impacta o preço da opção Europeia *put* ou *call* sobre uma ação pagando dividendos. Faça o diagrama dinâmico permitindo o usuário mudar todas as outras variáveis sobre as quais o preço das opções depende.

Modelando a Estratégia

A planilha para este modelo está mostrada na Figura 4.12. Este modelo é muito similar ao último. Você pode portanto começar com uma cópia do último modelo e efetivamente trocar a volatilidade e o preço da ação para ter este modelo mostrando como variações da volatilidade impactam os preços de opções.

Construindo o Modelo

Como este modelo é muito similar ao último, você não precisará detalhar as instruções passo a passo para construí-lo. Comece com uma cópia do ultimo modelo e siga estes passos:

- Troque a volatilidade com o preço da ação. Lembre-se que usar Recortar e Colar e não Copiar e Colar para manter os nomes de células V e S amarrados corretamente às células.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Variação do Preço de Opção com a Volatilidade**							Opção Put		
2										
3										
4	Volatilidade (V)	50%								
5	Preço de Exercício (X)	R$ 18,00		18						
6	Dividendos (q)	1,00%		1						
7	Prazo até o vencimento (T, anos)	0,5		5						
8	Preço da Ação (S)	R$ 20,00		20						
9	Taxas de Juros (rr)	4,00%		4						
10	Tipo de opção, C = 1, P = 0	0		0						
11										
12	Volatilidade Mais Baixa	0%								
13	Tamanho do passo da volatilidade	3%								
14										
15	preço da call (c)	R$ 3,91								
16	Preço da put (p)	R$ 1,66								
17–26										
27		Preço da					Preço *call*	Preço *put*		
28	Volatilidade	Opção					R$ 3,91	R$ 1,66		
29	0%	R$ 0,00				0%	R$ 2,26	R$ 0,00		
30	3%	R$ 0,00				3%	R$ 2,26	R$ 0,00		
31	6%	R$ 0,00				6%	R$ 2,26	R$ 0,00		
32	9%	R$ 0,01				9%	R$ 2,27	R$ 0,01		
33	12%	R$ 0,06				12%	R$ 2,31	R$ 0,06		
34	15%	R$ 0,13				15%	R$ 2,38	R$ 0,13		
35	18%	R$ 0,22				18%	R$ 2,48	R$ 0,22		
36	21%	R$ 0,33				21%	R$ 2,58	R$ 0,33		
37	24%	R$ 0,45				24%	R$ 2,70	R$ 0,45		
38	27%	R$ 0,57				27%	R$ 2,83	R$ 0,57		

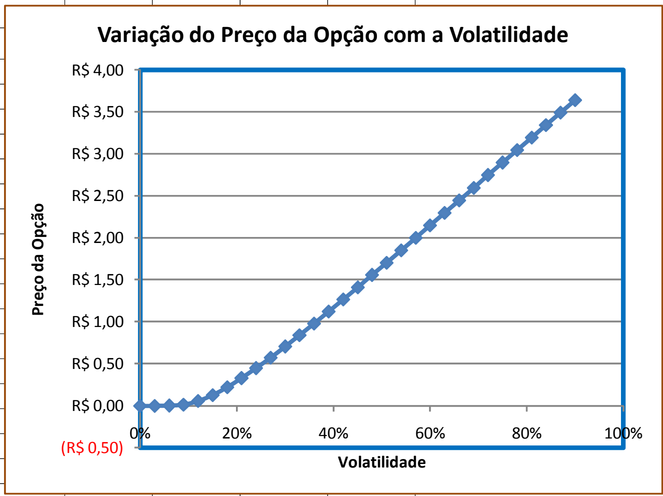


Figura 4.12– Modelo #06: Variação do preço da opção com a volatilidade

Mude as propriedades do botão giratório próximo ao preço da ação na sua nova posição para Min de 0 e Max de 1000. Mude B8 para =D8*1.

- Mude A12:A13 para a Volatilidade Mais Baixa e Tamanho do passo da volatilidade.
- Mude a tabela de dados em F27:H58 (se necessário).
- Apague os valores intrínsecos em E26:C58 e crie um novo diagrama.

Testando o Modelo

Teste o modelo da mesma maneira que você testou o último modelo.

Usando o Modelo para Calcular a Volatilidade Implícita

Como discutido anteriormente, os participantes do mercado frequentemente derivam a volatilidade do preço de mercado de opções negociadas ativamente perguntando o seguinte, *Que volatilidade justificaria* *este preço da opção?* Isto é chamado de **volatilidade Implícita** da opção. Você pode usar este modelo para calcular a volatilidade Implícita de uma opção. Uma maneira de fazer isto seria entrar primeiro com os valores para outras variáveis tais como preço da ação nas suas respectivas células de entradas (D5:D10). (Note que embora quando você usar o botão de rotação para configurar estes valores, você pode mudá-los somente em passos que você tenha configurado; você pode digitar nestas células qualquer valor que você queira). Você então olhar nas colunas *call* ou *put* da tabela G28:H58 para achar o valor mais próximo ao preço da opção para o qual você quer estimar a volatilidade Implícita e procurar a volatilidade na coluna esquerda.

Se você quiser uma estimativa mais precisa, você pode usar Atingir Metas (*Goal Seek*). Como antes, entrar com os valores apropriados para todas as outras entradas diferentes da volatilidade e daí então selecionar a guia Dados ⇨ grupo Ferramentas de Dados ⇨ clicar no ícone Teste de Hipóteses e no menu suspenso selecionar Atingir meta.... Na caixa de diálogo Atingir meta, para Definir célula: entrar com B15 para *call* ou B16 para *put*, entrar na caixa Para valor: com o valor da opção para o qual você quer calcular a volatilidade Implícita, na caixa Alternando célula: entrar com B4, e clicar OK para ver a volatilidade Implícita calculada.

Note que no Excel você tem que calcular a volatilidade Implícita "manualmente" usando Goal Seek. Você não pode criar um modelo para automaticamente calcular as volatilidades Implícitas para uma série de opções embora isto seja algo que os usuários de opções tem feito o tempo todo. Como veremos mais tarde, você pode fazer isto facilmente usando VBA.

Outros Usos do Modelo

Este modelo claramente demonstra a forte dependência de preços de opção sobre volatilidade. Usando o botão de rotação, você pode ver também como a dependência varia para diferentes valores das outras variáveis de entrada. Por exemplo, ver como a dependência é muito diferente opções *in-the-money* e opções *out-of-the-money*.

Você pode construir outros modelos similares para ver o impacto da variação nas outras entradas sobre os preços de opção mais claramente do que você pode usar o botão de rotação neste modelo. Por exemplo, você pode achar que seja interessante estudar como a razão na qual o preço de uma opção declina quando ela aproxima-se do vencimento.

4.10 MODELO 7: VARIAÇÃO DO DELTA COM O PRAZO DE VENCIMENTO

O Problema

Num modelo anterior, calculamos as Gregas para opções Europeias sobre ações pagando dividendos. Os valores das Gregas variam quando a variável que determina um preço da ação variar. Construa um modelo para mostrar como o delta de uma opção varia quando a opção aproxima do vencimento. Para ver claramente como esta relação depende se a opção é *in-the-money*, *at-the-money*, ou *out-of-the-money*, permita o usuário especificar a razão do preço de exercício da opção pelo preço da ação (em vez do preço de exercício por si). Permita também o usuário ver a relação para três diferentes opções simultaneamente. Crie um diagrama dinâmico para mostrar os resultados.

Modelando a Estratégia

A planilha para este modelo está mostrada na Figura 4.13. Este modelo é similar aos modelos anteriores com duas importantes diferenças. Primeiro, você tem que trocar o preço de exercício com a razão do preço de exercício pelo preço da ação como uma das variáveis de entrada.

Segundo, o modelo tem que calcular três valores da variável dependente simultaneamente em vez de apenas uma como nos modelos anteriores. Isto exigirá o uso de tabela de dados de duas-entradas em vez de uma-entrada.

Construindo o Modelo

1. Configurando as variáveis de entrada: Pode ser mais fácil começar com uma cópia do Modelo 5, mas você pode começar do zero, também. Mova-se (usando Recortar e Colar) as células para preço de exercício e seu rótulo para da área de entrada até A23:B23. Você ainda precisará dele, mas ele não será uma entrada a mais. Em A3:B3, crie uma nova célula de entrada para a razão do preço de exercício pelo preço da ação. Para calcular o preço de exercício das variáveis de entrada, em B23 entrar com =S*B3[60].

Em A12:B14, crie 3 variáveis de entrada para o usuário especificar as razões do preço de exercício pelo preço da ação que ele quer explorar. (Neste ponto, isto significa apenas digitar os rótulos em A11:A14.).

Rotule A17:A18 como Prazo mais curto e Tamanho do passo do prazo; você irá agora focalizar no prazo até o vencimento como a principal variável dependente.

Garanta que sua área de entrada se pareça com a do modelo mostrado. (Você deve ter que inserir/deletar algumas linhas para casar exatamente com ele).

2. Crie fórmulas para calcular os deltas: Inserir os rótulos delta *Call* e delta *Put* em A20:A21. Depois então em B20 entrar com =eq*NdUm[61] e em B21 entrar com =eq*(NdUm-1)[62] para calcular os deltas. (Como estamos usando os mesmos nomes de variáveis em todos os modelos, você deverá também copiar as fórmulas do modelo anterior onde calculamos todas as Gregas. Lembre também que porque você começou com uma cópia de um modelo anterior, você já tem todos os cálculos das variáveis intermediárias no fundo de sua folha).

3. Configure a coluna para tempo: Como antes, crie fórmulas em A28:A58 para criar as séries temporais para os quais o modelo calculará os deltas. Estes, é claro, serão amarrados à B17:B18 de modo que o usuário possa especificar as séries temporais que ele quer usar. Incluir a validação de dados em B17 para certificar-se de que o valor mínimo que o usuário pode entrar aqui seja algo como 0,0001 (para evitar de entrar com 0).

4. Crie a tabela de dados de duas entradas para deltas de *call*: Em F28 entrar com =A28 e copiar a fórmula para baixo para criar uma duplicata da série temporal. Em G27 entrar com =B12 criar uma cópia da razão Preço de Exercício/ Preço da Ação para a primeira série. Entrar com fórmulas similares em H27:I27. Em F27 entrar com =B20. Isto diz ao Excel de onde obter os valores para a variável dependente.

[60] Se você não estiver nomeando células, entre com a fórmula: =B7*B3.

[61] Se você não estiver nomeando células, entre com a fórmula: =K82*K86, ou seja onde se encontam os valores de Exp(-qT) e N(d_1).

[62] Se você não estiver nomeando células, entre com a fórmula: =K82*(K86-1).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	**Variação do Delta com o Prazo de Vencimento**							**Deltas**	***Call***					
2														
3	Preço de Exercício/Preço da Ação	1,00												
4	Prazo até o vencimento (T, anos)	0,50												
5	Dividendos (q)	1,00%		1										
6	Volatilidade (V)	50%		50										
7	Preço da Ação (S)	R$ 50,00		50										
8	Taxas de Juros (rr)	4,00%		4										
9	Tipo de opção, C = 1, P = 0	1		1										
10														
11	**Preço de Exercício/Preço da Ação**													
12	Para 1ª série	1,20												
13	Para 2ª série	1,00												
14	Para 3ª série	0,80												
15														
16														
17	Prazo mais curto	0,00												
18	Tamanho do passo do prazo	0,06												
19														
20	Delta call	0,58												
21	Delta put	-0,41												
22														
23	Preço de Exercício (K)	R$ 50,00												
24														
25														
26								Delta *Call*					Delta *Put*	
27	Prazo	E/S =1,2	E/S =1	E/S =0,8		0,58	1,20	1,00	0,80		-0,41	1,20	1,00	0,80
28	0,00	0,00	0,50	1,00		0,00	0,00	0,50	1,00		0,00	-1,00	-0,50	0,00
29	0,06	0,08	0,53	0,97		0,06	0,08	0,53	0,97		0,06	-0,92	-0,47	-0,03
30	0,12	0,17	0,54	0,92		0,12	0,17	0,54	0,92		0,12	-0,83	-0,46	-0,08
31	0,18	0,23	0,55	0,88		0,18	0,23	0,55	0,88		0,18	-0,77	-0,45	-0,12
32	0,24	0,28	0,56	0,85		0,24	0,28	0,56	0,85		0,24	-0,72	-0,44	-0,14
33	0,30	0,31	0,57	0,84		0,30	0,31	0,57	0,84		0,30	-0,69	-0,43	-0,16
34	0,36	0,34	0,57	0,82		0,36	0,34	0,57	0,82		0,36	-0,66	-0,42	-0,18
35	0,42	0,36	0,58	0,81		0,42	0,36	0,58	0,81		0,42	-0,64	-0,42	-0,19
36	0,48	0,38	0,58	0,80		0,48	0,38	0,58	0,80		0,48	-0,62	-0,41	-0,19
37	0,54	0,39	0,59	0,79		0,54	0,39	0,59	0,79		0,54	-0,60	-0,41	-0,20
38	0,60	0,41	0,59	0,79		0,60	0,41	0,59	0,79		0,60	-0,59	-0,40	-0,21

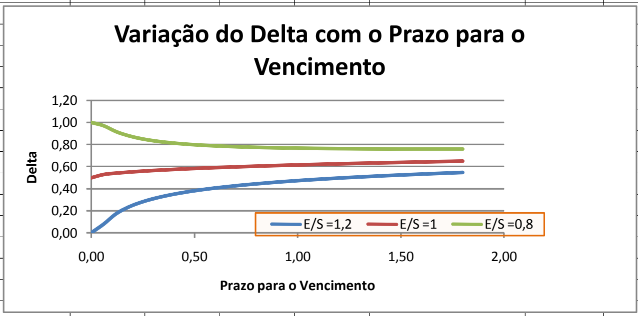


Figura 4.13

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	**Variação do Delta com o Prazo de Vencimento**							**Deltas**	***Call***						
2															
3	Preço de Exercício/Preço da Ação	1,00													
4	Prazo até o vencimento (T, anos)	0,50													
5	Dividendos (q)	1,00%		1											
6	Volatilidade (V)	50%		50											
7	Preço da Ação (S)	R$ 50,00		50											
8	Taxas de Juros (rr)	4,00%		4											
9	Tipo de opção, C = 1, P = 0	1		1											
10															
11	**Preço de Exercício/Preço da Ação**														
12	Para 1ª série	1,20													
13	Para 2ª série	1,00													
14	Para 3ª série	0,80													
15															
16															
17	Prazo mais curto	0,00													
18	Tamanho do passo do prazo	0,06													
19															
20	Delta call	0,58													
21	Delta put	-0,41													
22															
23	Preço de Exercício (K)	R$ 50,00													
24															
25															
26								Delta *Call*					Delta *Put*		
27	Prazo	E/S =1,2	E/S =1	E/S =0,8		0,58	1,20	1,00	0,80		-0,41	1,20	1,00	0,80	
28	0,00	0,00	0,50	1,00		0,00	0,00	0,50	1,00		0,00	-1,00	-0,50	0,00	
29	0,06	0,08	0,53	0,97		0,06	0,08	0,53	0,97		0,06	-0,92	-0,47	-0,03	
30	0,12	0,17	0,54	0,92		0,12	0,17	0,54	0,92		0,12	-0,83	-0,46	-0,08	
31	0,18	0,23	0,55	0,88		0,18	0,23	0,55	0,88		0,18	-0,77	-0,45	-0,12	
32	0,24	0,28	0,56	0,85		0,24	0,28	0,56	0,85		0,24	-0,72	-0,44	-0,14	
33	0,30	0,31	0,57	0,84		0,30	0,31	0,57	0,84		0,30	-0,69	-0,43	-0,16	
34	0,36	0,34	0,57	0,82		0,36	0,34	0,57	0,82		0,36	-0,66	-0,42	-0,18	
35	0,42	0,36	0,58	0,81		0,42	0,36	0,58	0,81		0,42	-0,64	-0,42	-0,19	
36	0,48	0,38	0,58	0,80		0,48	0,38	0,58	0,80		0,48	-0,62	-0,41	-0,19	
37	0,54	0,39	0,59	0,79		0,54	0,39	0,59	0,79		0,54	-0,60	-0,41	-0,20	
38	0,60	0,41	0,59	0,79		0,60	0,41	0,59	0,79		0,60	-0,59	-0,40	-0,21	

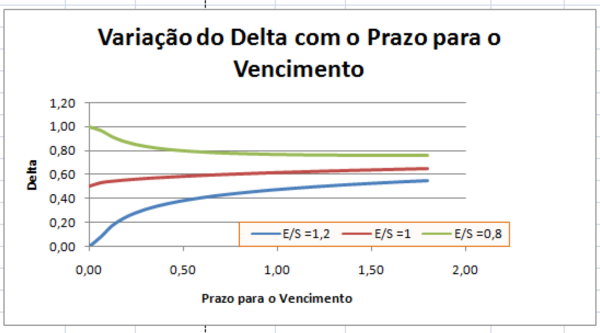


Figura 4.14 – Modelo #07: Variação do delta com o prazo até o vencimento

Célula de entrada de linha entrar com B3 e para Célula de entrada de coluna entrar com B4. Clique OK. Agora você deverá ter a tabela de valores para os deltas da *call*.

5. Crie a tabela de dados de duas entradas para deltas da *put*: Crie a tabela de valores para os deltas de *put* repetindo essencialmente o Passo 4.

6. Configure a tabela para criar o diagrama: Como o usuário especificará em D9 se ele quer um diagrama de deltas de *call* ou de *put*, você terá que criar a tabela B28:D58 para selecionar que valores de delta para o diagrama. Para fazer isto, entrar com =SE($B$9=1;G28;L28) em B28 e depois então copiá-lo pelo resto da tabela. Para configurar as legendas para o seu diagrama, em B27 entrar com ="E/S ="&G27, e copiar a fórmula em C27:D27. (O &, chamado de operador de concatenação, prende o valor em G27 ao texto incluído entre aspas).

7. Crie diagrama: Crie o diagrama usando os dados de A27:D58. Rotule e formate o diagrama apropriadamente.

Testando o Modelo

Primeiro teste se o modelo está funcionando apropriadamente usando a razão do preço de exercício da ação ao invés do preço de exercício como uma variável de entrada. Para isto, entrar com um conjunto de valores nas células de entrada (incluindo B3) e verificar os valores dos deltas da *call* e *put* neste modelo versus o modelo para as Gregas. Lembre-se que nos modelos para as Gregas você terá de usar o preço de exercício em B23.

A seguir, verificar se a tabela de dados para os deltas *call* e *put*, é calculada com valores corretos. Você pode entrar com qualquer valor em B3 para ver os valores corretos para os deltas da *call* e *put* em B20:B21 e verificar se as tabelas têm os mesmos valores.

Certifique-se de que a tabela em B28:D58 está levantando os valores corretos dos deltas da *call* ou *put* dependendo da entrada em D9.

Finalmente, verificar o diagrama versus a tabela B28:D58 para certificar-se de que ele está plotando os valores corretos.

Usos do Modelo

Você pode usar o modelo para estudar como os deltas dependem do tempo para o vencimento como também se e quão longe uma opção está *in-the-money* ou *out-of-the-money*. Por exemplo, você pode ver que quando uma opção chega muito próxima do vencimento, o delta de uma opção *in-the-money* aproxima-se de 1, de uma opção *at-the-money* aproxima-se de 0,5, e de uma opção *out-of-the-money* aproxima-se de zero. Veja se você pode explicar por sis ó por que isto acontece. Certifique-se também se você entendeu por que os deltas para opções *put* têm sinais negativos.

Você viu neste modelo como usar uma tabela de dados de duas entradas para mostrar o impacto de duas variáveis independentes sobre uma variável dependente. Você pode criar o mesmo tipo de modelo para quaisquer das outras letras Gregas.

4.11 MODELO 8: ALAVANCAGEM DE OPÇÕES

O Problema

Uma razão para os investidores comprarem opções é que as opções fornecem altas alavancagens, isto é, se a ação se mover a favor, o retorno porcentual sobre o investimento na opção é provavelmente muitas vezes o retorno porcentual sobre um investimento em ação. Crie um modelo para mostrar como a alavancagem varia quando uma opção aproxima-se do vencimento e também como ela depende da razão X/S, isto é, em quanto *in-the-money* ou *out-of-the-money* está esta opção.

Modelando a Estratégia

A planilha para este modelo está mostrada na Figura 4.14. Este modelo é muito similar aos modelos anteriores, exceto que aqui queremos calcular e diagramar a alavancagem ao invés do delta.

Construindo o Modelo

1. Calcule os preços de opção e alavancagem: Comece com uma cópia do modelo anterior e crie as células para os preços de opção e alavancagens. (Você terá que adicionar algumas linhas). De um dos modelos anteriores, copie no B19:B20 as fórmulas para calcular os preços de opção. Em B21 entrar com =eq*NdUm*S/B19 para calcular a alavancagem *call* e em B22 entrar com =eq*(1-NdUm)*S/B20 para calcular a alavancagem *put*. (Note que para a alavancagem da opção *put*, Eu efetivamente abandonei o sinal negativo para mostrar ambas as alavancagens *call* e *put* como números positivos).

2. Crie a tabela de dados de duas variáveis para alavancagens *call* e *put*: Para mudar a tabela de dados, em F28, entrar com =B21 e em K28 entrar com =B22. Agora monte as tabelas de dados como antes.

3. Rotule o diagrama apropriadamente: Mude os rótulos sobre o diagrama.

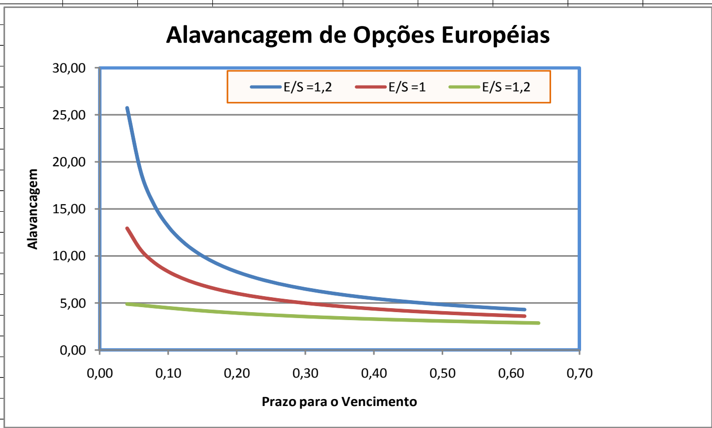
Testando o Modelo

Você pode verificar os valores da opção versus os modelos anteriores. Você também pode verificar as alavancagens através de cálculos manuais usando os modelos anteriores. Certifique-se de que o diagrama esteja refletindo os valores da tabela apropriadamente.

Usos do Modelo

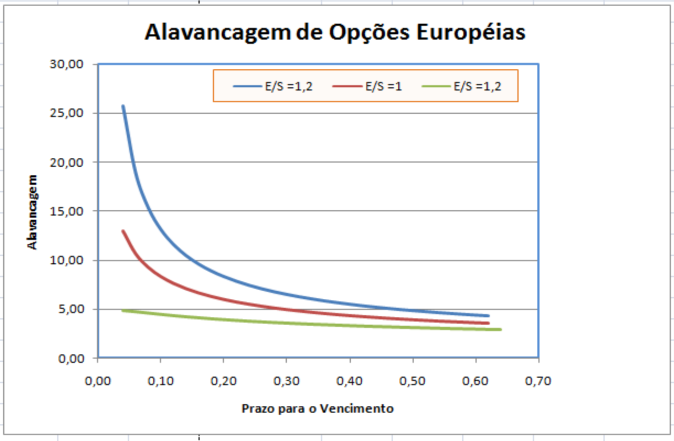
Note que a alavancagem para opções *out-of-the-money* sobe de forma afiada para a abordagem das opções no vencimento por causa do valor da opção, que está no

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	**Alavancagem de Opções Européias**							**Alavancagem**	***Call***					
2														
3	Preço de Exercício/Preço da Ação	1,10												
4	Prazo até o vencimento (T, anos)	0,60												
5	Dividendos (q)	0,00%		0										
6	Volatilidade (V)	50%		50										
7	Preço da Ação (S)	R$ 50,00		50										
8	Taxas de Juros (rr)	4,00%		4										
9	Tipo de opção, C = 1, P = 0	1		1										
10														
11	**Preço de Exercício/Preço da Ação**													
12	Para 1ª série	1,20												
13	Para 2ª série	1,00												
14	Para 3ª série	0,80												
15														
16	Prazo mais curto	0,04												
17	Tamanho do passo do prazo	0,02												
18														
19	Preço da *call*	R$ 6,25												
20	Preço da *put*	R$ 9,94												
21	Alavancagem da *call*	4,033												
22	Alavancagem da *put*	2,495												
23														
24	Preço de Exercício (K)	R$ 55,00												
25														
26														
27						Alavancagem *Call*					Alavancagem *Put*			
28	Prazo	E/S =1,2	E/S =1	E/S =0,8		4,03	1,20	1,00	0,80		2,50	1,20	1,00	0,80
29	0,04	25,73	12,95	4,91		0,04	25,73	12,95	4,91		0,04	4,81	12,13	28,35
30	0,06	18,92	10,65	4,78		0,06	18,92	10,65	4,78		0,06	4,57	9,83	20,33
31	0,08	15,36	9,28	4,64		0,08	15,36	9,28	4,64		0,08	4,34	8,46	16,18
32	0,10	13,14	8,34	4,50		0,10	13,14	8,34	4,50		0,10	4,13	7,53	13,61
33	0,12	11,60	7,65	4,37		0,12	11,60	7,65	4,37		0,12	3,95	6,84	11,85
34	0,14	10,47	7,12	4,25		0,14	10,47	7,12	4,25		0,14	3,78	6,30	10,56
35	0,16	9,60	6,69	4,13		0,16	9,60	6,69	4,13		0,16	3,64	5,87	9,57
36	0,18	8,90	6,33	4,03		0,18	8,90	6,33	4,03		0,18	3,51	5,51	8,78
37	0,20	8,33	6,03	3,94		0,20	8,33	6,03	3,94		0,20	3,39	5,21	8,13
38	0,22	7,84	5,77	3,85		0,22	7,84	5,77	3,85		0,22	3,28	4,95	7,59



Alavancagem de Opções Européias			
Preço de Exercício/Preço da Ação	1,10		
Prazo até o vencimento (T, anos)	0,60		
Dividendos (q)	0,00%		0
Volatilidade (V)	50%		50
Preço da Ação (S)	R$ 50,00		50
Taxas de Juros (rr)	4,00%		4
Tipo de opção, C = 1, P = 0	1		1
Preço de Exercício/Preço da Ação			
Para 1ª série	1,20		
Para 2ª série	1,00		
Para 3ª série	0,80		
Prazo mais curto	0,04		
Tamanho do passo do prazo	0,02		
Preço da *call*	R$ 6,25		
Preço da *put*	R$ 9,94		
Alavancagem da *call*	4,033		
Alavancagem da *put*	2,495		
Preço de Exercício (K)	R$ 55,00		

Alavancagem *Call*



					Alavancagem *Call*				Alavancagem *Put*		
Prazo	E/S =1,2	E/S =1	E/S =0,8	4,03	1,20	1,00	0,80	2,50	1,20	1,00	0,80
0,04	25,73	12,95	4,91	0,04	25,73	12,95	4,91	0,04	4,81	12,13	28,35
0,06	18,92	10,65	4,78	0,06	18,92	10,65	4,78	0,06	4,57	9,83	20,33
0,08	15,36	9,28	4,64	0,08	15,36	9,28	4,64	0,08	4,34	8,46	16,18
0,10	13,14	8,34	4,50	0,10	13,14	8,34	4,50	0,10	4,13	7,53	13,61
0,12	11,60	7,65	4,37	0,12	11,60	7,65	4,37	0,12	3,95	6,84	11,85
0,14	10,47	7,12	4,25	0,14	10,47	7,12	4,25	0,14	3,78	6,30	10,56
0,16	9,60	6,69	4,13	0,16	9,60	6,69	4,13	0,16	3,64	5,87	9,57
0,18	8,90	6,33	4,03	0,18	8,90	6,33	4,03	0,18	3,51	5,51	8,78
0,20	8,33	6,03	3,94	0,20	8,33	6,03	3,94	0,20	3,39	5,21	8,13
0,22	7,84	5,77	3,85	0,22	7,84	5,77	3,85	0,22	3,28	4,95	7,59
0,24	7,44	5,54	3,77	0,24	7,44	5,54	3,77	0,24	3,18	4,72	7,13

Figura 4.15 – Modelo #08: Alavancagem de Opções Europeias

denominador do cálculo da alavancagem, tornar-se muito pequeno. Quanto mais *out-ofthe-money* uma opção estiver, maior a sua alavancagem (e risco de vencer sem valor).

(Certifique-se de que o valor mínimo para o tempo no seu diagrama e tabela é no mínimo 0,01, porque os cálculos de alavancagem mais perto do vencimento para opções *out-of-the money* não são muito significativos. Eles apenas distorcerão a escala vertical do seu diagrama.)

4.12 MODELO 9: LUCRO DO PORTFOLIO DE OPÇÕES EM QUALQUER MOMENTO

O Problema

Modelo 2 mostra o lucro de um portfólio de ações e opções somente no momento em que as opções vencerem. Temos agora modelos para calcular os valores de opções não apenas no vencimento, mas a qualquer momento antes disto. Crie um modelo para mostrar os valores de um portfólio de ações e opções Europeias sobre ações pagando dividendos para diferentes preços de ações a qualquer momento. Todas as opções serão sobre a mesma ação e vencerão ao mesmo tempo.

Modelando a Estratégia

A planilha para este modelo está mostrada na Figura 4.15. Você terá agora que calcular o preço de cada opção no portfólio usando o modelo de precificação de opção para cada preço da ação que o usuário especificar. Nos modelos anteriores, permitimos ir até 10 posições e elas poderiam ser qualquer coisa (isto é, ação, *call*, ou *put*). Para tornar a criação do modelo mais fácil, use um total de 8 posições aqui, os primeiros três dos quais pode somente ser *calls*, os segundos três somente *puts*, e os dois últimos somente ações. Você terá que usar tabela de dados de duas variáveis para calcular estes valores das equações de precificação *call* ou *put*.

Construindo o Modelo

1. Configurar variáveis de entrada: Pode ser mais fácil começar com uma cópia do Modelo 5 que já tem as equações de precificação *call* e *put* construídas nele. Faça variações para tornar a área de entrada parecida com o exemplo para este modelo (A3:D27).

2. Criar a série de preços da ação: Criar a série de preços da ação no intervalo A34:A64, amarrando-a a B23 e B24.

3. Configurar a tabela de dados de duas variáveis para calcular preços da *call*: Duplicar a série de preços da ação em E34:E64 entrando com =A34 em E34 e depois então copie a fórmula em E35:E64.

Amarre as células em F32:H33 para duplicar os dados de entrada em C5:C7 (isto é, em F32 entrar com =C5 e assim por diante). Por clareza, rotule as células F31:H31.

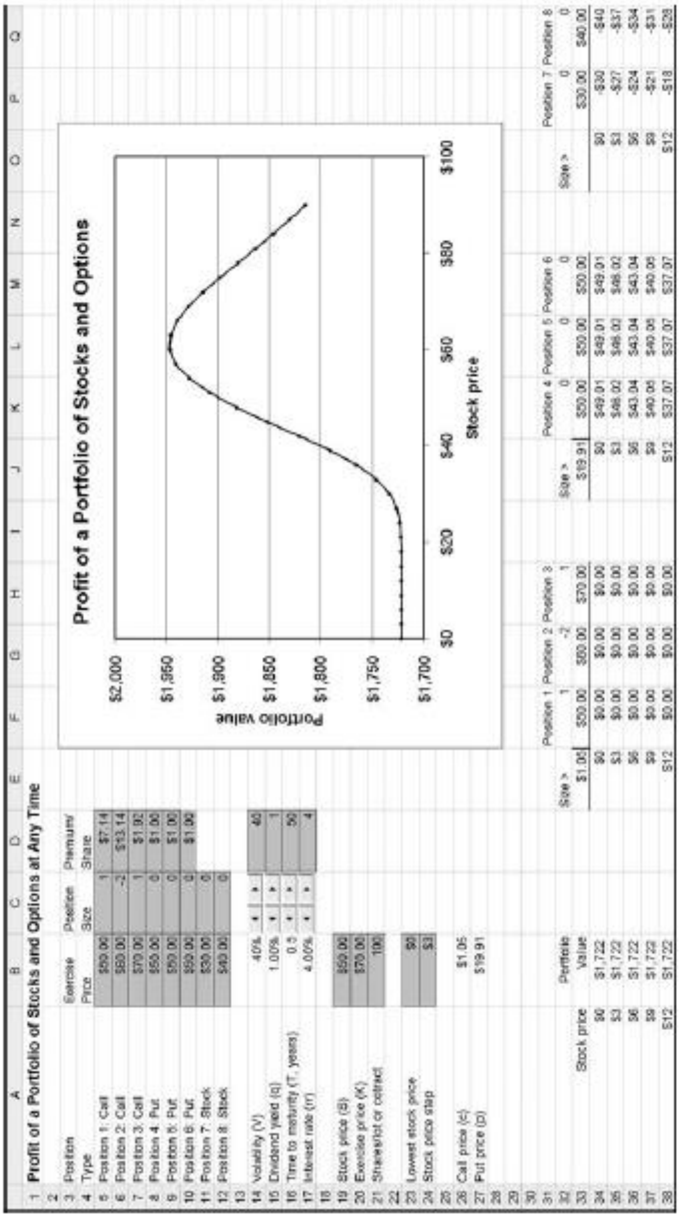
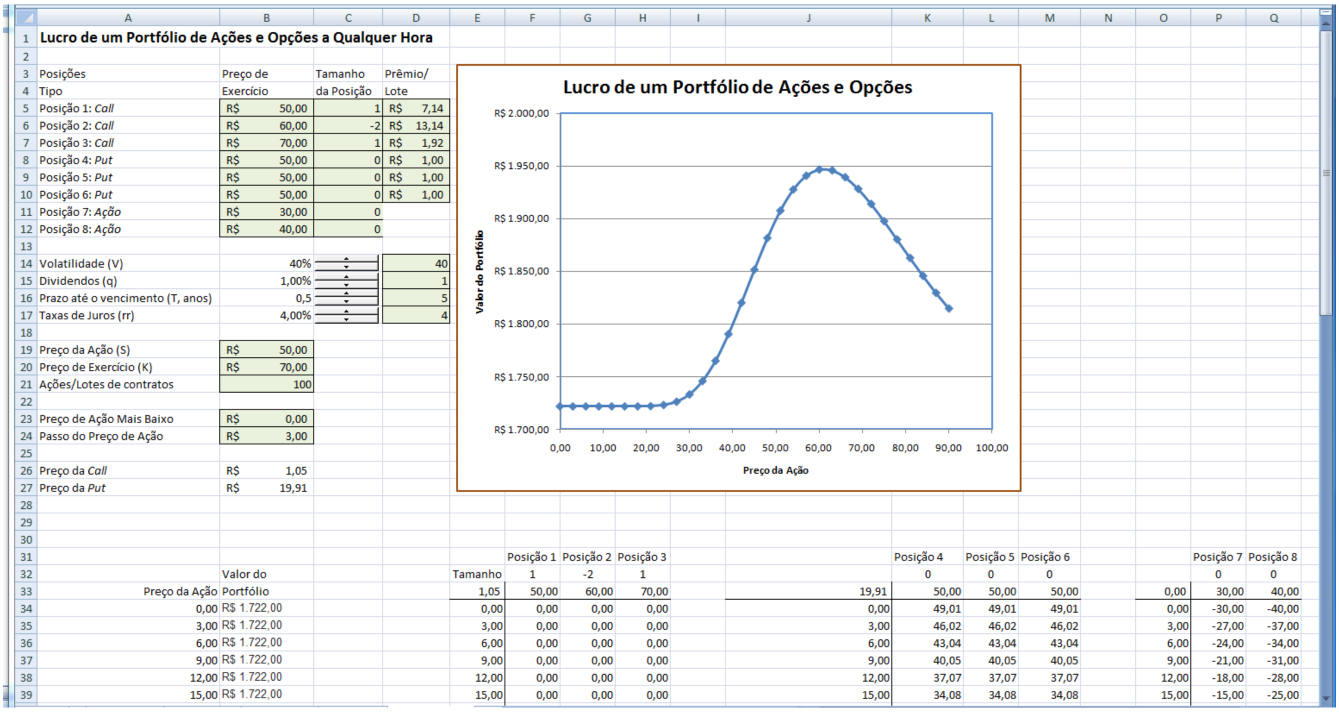


FIGURE 12.9 Model 9: Profit of a portfolio of stocks and options at any time.



	A	B	C	D
1	**Lucro de um Portfólio de Ações e Opções a Qualquer Hora**			
2				
3	Posições	Preço de	Tamanho	Prêmio/
4	Tipo	Exercício	da Posição	Lote
5	Posição 1: *Call*	R$ 50,00	1	R$ 7,14
6	Posição 2: *Call*	R$ 60,00	-2	R$ 13,14
7	Posição 3: *Call*	R$ 70,00	1	R$ 1,92
8	Posição 4: *Put*	R$ 50,00	0	R$ 1,00
9	Posição 5: *Put*	R$ 50,00	0	R$ 1,00
10	Posição 6: *Put*	R$ 50,00	0	R$ 1,00
11	Posição 7: *Ação*	R$ 30,00	0	
12	Posição 8: *Ação*	R$ 40,00	0	
13				
14	Volatilidade (V)	40%		40
15	Dividendos (q)	1,00%		1
16	Prazo até o vencimento (T, anos)	0,5		5
17	Taxas de Juros (rr)	4,00%		4
18				
19	Preço da Ação (S)	R$ 50,00		
20	Preço de Exercício (K)	R$ 70,00		
21	Ações/Lotes de contratos	100		
22				
23	Preço de Ação Mais Baixo	R$ 0,00		
24	Passo do Preço de Ação	R$ 3,00		
25				
26	Preço da *Call*	R$ 1,05		
27	Preço da *Put*	R$ 19,91		

	A	B	E	F	G	H	J	K	L	M	O	P	Q
31				Posição 1	Posição 2	Posição 3		Posição 4	Posição 5	Posição 6		Posição 7	Posição 8
32		Valor do	Tamanho	1	-2	1		0	0	0		0	0
33	Preço da Ação	Portfólio	1,05	50,00	60,00	70,00	19,91	50,00	50,00	50,00	0,00	30,00	40,00
34	0,00	R$ 1.722,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	49,01	49,01	49,01	0,00	-30,00	-40,00
35	3,00	R$ 1.722,00	3,00	0,00	0,00	0,00	3,00	46,02	46,02	46,02	3,00	-27,00	-37,00
36	6,00	R$ 1.722,00	6,00	0,00	0,00	0,00	6,00	43,04	43,04	43,04	6,00	-24,00	-34,00
37	9,00	R$ 1.722,00	9,00	0,00	0,00	0,00	9,00	40,05	40,05	40,05	9,00	-21,00	-31,00
38	12,00	R$ 1.722,00	12,00	0,00	0,00	0,00	12,00	37,07	37,07	37,07	12,00	-18,00	-28,00
39	15,00	R$ 1.722,00	15,00	0,00	0,00	0,00	15,00	34,08	34,08	34,08	15,00	-15,00	-25,00

Figura 4.16 - Modelo #09: Lucro de um Portfólio de Ações e Opções a Qualquer Hora

Para criar a tabela de dados de duas variáveis necessária, em E33, entrar com =B26, selecionar E33:H64, trazer a caixa de diálogo Tabela de Dados, entrar com B20 para Célula de entrada de linha e B19 para Célula de entrada de coluna, e clicar OK.

4. Configurar a tabela de dados de duas variáveis para calcular preços de *put*: Repita o procedimento do Passo 3.

5. Calcular valores das posições de ação: Configurar a tabela para os valores das posições de ação em O31:Q64. O valor de qualquer posição de ação (por lote) é o preço atual da ação menos o preço pago. Então para calcular os valores das posições de ação, em P34 entrar com =O34-P$33 e copiá-lo para o resto da tabela.

6. Calcular o valor do portfólio: Para isto, você tem que multiplicar por valores de opção ou por lotes de cada *call*, *put*, e ação na tabela que você acabou de criar pelos tamanhos correspondentes das posições e o tamanho do contrato, e depois então subtrair o prêmio total pago para as opções. Para criar a fórmula em B34, entrar com:

=TamanhoC*(F$32*F34+G$32*G34+H$32*H34)+TamanhoC*(K$32*K34+L$32*L34+M$32*M34)

+TamanhoC*(P$32*P34+Q$32*Q34)-TamanhoC*SOMA(C$5:C$10*D$5:D$10)

A primeira parte é para as opções *call*, a segunda para as opções *put*, e a terceira para as posições de ação. A última parte é uma formula matricial similar àquelas que usamos antes para calcular o prêmio total pago para as opções. Como isto torna a fórmula toda em B34 uma fórmula matricial, você tem que pressionar Ctrl+Shift+Enter para entrar com ela. Certifique-se de que você entendeu e entrou apropriadamente com as referências de células mistas, e daí então copie a fórmula para B35:B64.

7. Crie diagrama: Crie o diagrama usando dados de A34:B64. Parametrize apropriadamente e rotule o diagrama.

Testando o Modelo

Você tem que testar o modelo usando um procedimento similar àquele um que usamos no Modelo 2, isto é, entrando somente com uma posição de cada vez e verificando se o modelo está funcionando apropriadamente para ela. Neste caso, você pode verificar os valores com aqueles valores da opção em B26 e B27, mas certifique-se de que você os comprou somente versus os valores nas tabelas correspondentes aos valores em B19 e B20. Você pode verificar os valores da posição ação por simples cálculos manuais.

Certifique-se de que o sinal e o tamanho das posições estão sendo apropriadamente refletidos na tabela final. Daí então verificar o diagrama para certificar-se de que ele está apropriadamente refletindo os valores da tabela final do portfólio.

Usos do Modelo

Este é um dos modelos mais úteis. Você pode usá-lo para estudar um largo intervalo de estratégias de negociação de opção e ver como o valor do seu portfólio variará com o tempo ou varia com qualquer das outras variáveis. Você deverá dispensar algum tempo experimentando este modelo para melhorar o seu entendimento de opções e portfólios de opções.

Limitações do Modelo

Suas limitações principais são aquelas do modelo BSM e do modo que todas as opções no portfólio vençam ao mesmo tempo. Você pode criar um modelo no Excel para valorar portfólios com opções vencendo em diferentes momentos, mas ficará um pouco mais complexo. (Pense em como você faria isto). Se você quiser construe com mais flexibilidade do que existe neste, seria melhor criá-lo em VBA. Reconheça também que portfólios com mais do que u

CAPÍTULO 05 – MODELO BINOMIAL PARA PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES

O modelo binomial é mais flexível que o modelo de Black-Scholes-Merton, foi originalmente desenvolvido por Cox, Ross e Rubinstein, propõe a utilização de matemática elementar para o cálculo do valor da opção. De acordo com o *Financial Accounting Standards Board* – FASB (2004), esse tipo de modelo pode melhor acomodar a expetativa de volatilidade e de dividendos sobre o período do contrato das opções, além de estimar padrões de expectativa de exercício da opção.

Os autores do modelo binomial posicionaram-se de forma crítica quanto ao ferramental matemático proposto pelo modelo de Black-Scholes-Merton para o cálculo do valor das opções, argumentando que este ferramental é muito complexo e que tende a obscurecer os problemas econômicos por trás da avaliação das opções, e propuseram o uso de matemática elementar e de uma fórmula, que pressupõe que as negociações ocorram de forma discreta e não contínua, como assumido pelo modelo de Black-Scholes-Merton, como mostram as premissas deste modelo apresentadas anteriormente.

É possível deduzir fórmulas para diferentes períodos antes da data de opção (um, dois e n períodos), a partir da proposição de Cox, Ross e Rubinstein.

Vimos, anteriormente, que as equações de *Black-Scholes- Merton* (BSM) poderiam ser usadas para se calcular os preços de opções Europeias. Elas não podem, entretanto, ser usadas para precificar a maioria das opções Americanas ou muitos outros tipos de opções. Agora discutirei uma técnica popular e versátil para precificar não apenas qualquer tipo de opção, mas qualquer tipo de título derivativo. Ela envolve a criação de árvores binomiais e as usa em conjunto com o método de avaliação neutra em relação ao risco. Discutirei somente o que você precisa saber para desenvolver os modelos aqui apresentados. Minhas análises seguem em paralelo as discussões em *Options, Futures, e Other Derivatives* de John C. Hull (5ª edição), e você pode se referir a este livro ou quaisquer outros livros sobre derivativos para detalhes adicionais.

5.1 - Revisão da Teoria e Conceitos

Primeiramente vamos considerar o caso bem simples do cálculo teórico de uma opção *call* europeia derivada de uma ação A na data de exercício. Este valor da opção no momento do exercício da mesma, T, é o *valor esperado* de seus valores intrínsecos nessa data, e o preço teórico na data inicial (prêmio) é o valor presente desse valor. O exemplo abaixo mostra um procedimento inicial para determinar o preço da *call* europeia, considerando a **incerteza** do preço futuro do ativo-objeto, ou da ação.

Exemplo – Precificando *call* europeia derivada da ação A

Calcule o preço da *call* europeia derivada da ação A com preço de exercício $50, vencimento daqui a um ano e taxa de juro livre de risco de 7% a.a., medida como taxa instantânea. Os preços dessa ação na data de exercício e suas probabilidades de ocorrência estão registrados na planilha PLAN 34.

Solução

Dos valores e as respectivas probabilidades da ação na data de exercício **T** se determina o valor esperado da ação E[Ação] igual a $46, resultado obtido com: =SOMARPRODUTO(D3:J3;D4:J4) registrada na célula F9 da planilha PLAN 34. A função SOMARPRODUTO do Excel primeiro calcula os produtos dos componentes correspondentes de cada intervalo de valores ou matrizes fornecidas e, depois retorna o resultado da soma desses produtos. A sintaxe é SOMARPRODUTO(matriz1;matriz2;...;matriz30) e retorna o valor esperado também conhecido como média ponderada, as matrizes devem ter o mesmo número de valores e podem ser registradas entre duas e 30 matrizes.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Prêmio da *call***									
2										
3		*Probabilidade*		5%	10%	20%	30%	20%	10%	5%
4		$S^A{}_T$		$24	$30	$38	$46	$54	$62	$68
5		*X*		$50						
6		*Máx(0,S$_A$-X)*		$0	$0	$0	$0	$4	$12	$18
7										
8		*t*=0			*t=T*					
9		*r*	7%		E[*A*]	$46				
10		*C*	$2,70		E[C_T]	$2,90				
11										

Figura 5.1

Lembre-se de que o valor intrínseco da *call* é o maior valor entre zero e a diferença entre o preço futuro da ação $S^A{}_T$, na data de exercício, e o preço de exercício X no momento da decisão de comprar, e é expresso como: *Máximo(0;*$S^A{}_T$ *− X)*. Portanto, para X = $50, o valor intrínseco VI da *call* será maior que zero quando o preço S da ação for maior que X = $50, i.é., S > X. Para determinar o valor intrínseco (*payoff*) da *call* para cada valor da ação A, na célula D5 é registrado o preço de exercício X = $ 50, na data de exercício.

A seguir, no intervalo D6:J6 é calculado o valor intrínseco da *call* para cada valor da ação. Para isso, na célula D6 foi registrada a fórmula: MÁXIMO(0;D4-$D$5) preparada para ser copiada até a célula J6. Apenas como informação, o valor intrínseco da *put* é o maior valor entre zero e a diferença entre o preço de exercício X da *put* e a cotação da ação no exercício $S^A{}_T$: Máximo(0;X – $S^A{}_T$).

Na célula F10 é calculado o valor esperado intrínseco da opção igual a $ 2,90, resultado obtido com a fórmula: =SOMARPRODUTO(D3:J3;D6:J6). O valor $ 2,90 é o **preço teórico** C_T da *call* na data de exercício T. Por último, o preço teórico (prêmio) C da *call* na data inicial é igual a $ 2,70, que é o valor presente de $ 2,90, considerando a taxa de juro livre de risco de 7% a.a., medida como taxa instantânea, resultado obtido com:

$$C = C_T\,.\,e^{-r}$$

$$C = \$\,2{,}90\,.\,e^{-0{,}07} = \$\,2{,}70$$

Para obter esse valor, na célula C9 da planilha foi registrado o valor da taxa de juros 0,07, formatado como porcentagem. Para calcular o prêmio C, na célula C10 foi registrada a fórmula: =EXP(-$C$9)*F10.

O que aconteceu com o ativo-objeto entre a data inicial 0 e a data de exercício T?

O modelo binomial foi concebido partindo dos mesmos princípios básicos do modelo BSM. Ambos consideram que o valor do ativo-objeto tem um comportamento baseado no movimento browniano geométrico[63]. Esse processo estocástico é utilizado em muitos casos para explicar o comportamento esperado do valor de ativos financeiros, tais como ações de empresas.

O movimento browniano geométrico é dado pela fórmula:

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu(\Delta t) + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

Onde:

Δt: variação do valor do ativo-objeto

S: valor do ativo-objeto

μ: parâmetro de crescimento do valor do ativo-objeto

Δt: variação do tempo em que ocorre a variação do valor do ativo-objeto

σ: parâmetro de volatilidade do ativo-objeto

ε: parâmetro de simulação baseado na distribuição normal padronizada.

Esse movimento é composto por uma parte determinística μ(Δt) e outra parte probabilística $\sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}$. Quanto maior o parâmetro de volatilidade (parte probabilística), maior será a amplitude do valor esperado do ativo.

Vamos, então, simular a trajetória de preço futuro S para o ativo-objeto, começando do preço atual S_t e gerando uma sequência de variáveis normais-padrão independentes ε, para vários intervalos de tempo Δt, ou passos i = 1, 2, ..., n. Isto pode ser feito facilmente numa planilha Excel, por exemplo. O próximo preço S_{t+1} é construído como:

$$S_{t+1} = S_t + S_t(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon_1\sqrt{\Delta t})$$

O preço seguinte S_{t+2} é tomado como

$$S_{t+2} = S_{t+1} + S_{t+1}(\mu\Delta t + c)$$

E, assim por diante até atingirmos o horizonte alvo, onde o preço $S_{t+n} = S_T$ terá uma distribuição próxima à lognormal.

A tabela abaixo[64] ilustra uma simulação de um processo com uma tendência (μ) de 0% e volatilidade (σ) de 20% sobre o intervalo total, T, que é dividido em 100 passos (n=100).

	A	B	C	D	E
1	Passo i	Variável Aleatória		Incremento	Preço
2		Uniforme	Normal	de Preço	
3		ε_i	μΔt+σΔz	ΔS_i	S_{t+i}
4		=Aleatório()	=INV.NORM.N(ε_i;0;0;0,02)		
5	0				100
6	1	0,553496226	0,002689991	0,269	100,27
7	2	0,970305419	0,037706027	3,781	104,05
104	99	0,432768302	-0,003386612	-0,349	102,60
105	100	0,575812552	0,003823847	0,392	102,99

[63] Ver Apêndice 05 – Processos Estocáticos

[64] Ver planilha **Trajetória de Preços** na pasta Modelagem de Opções no Excel.xlsm

As linhas de 8 até 103 foram ocultadas por motivos de visualização.

Aqui tomamos o preço inicial S_t = $ 100. O retorno esperado (determinístico) em cada intervalo é:

$$\mu\Delta t = \frac{0{,}00}{100} = 0{,}00$$

A volatilidade é:

$$\sigma\sqrt{\Delta t} = 0{,}20\sqrt{\frac{1}{100}} = 0{,}02$$

A segunda coluna mostra a realização de uma variável uniforme ε_i = U(0,1), com a correspondente função Excel[65]: =ALEATÓRIO(). O valor do primeiro passo (i = 1) é ε_1 = 0,553496226.

A terceira coluna da tabela transforma esta variável numa variável normal com média 0,00 e volatilidade 0,02. Para isso introduzimos a função do Excel: =INV.NORM.N(probabilidade;média;desvio_padrão), que no nosso caso fica: =INV.NORM.N(B6;0;0,02), e que dá o valor 0,002689991.

O incremento de preço é então obtido multiplicando-se a variável aleatória da terceira coluna pelo preço anterior do ativo-objeto, =C6*E5, que no nosso caso dá 0,269. Isto gera um novo valor de S_1 = $ 100,27. O processo é repetido até o preço final de $ 102,99 atingido no passo i = 100.

Note que a cada ação feita na planilha os valores da segunda coluna ε_i mudam e, consequentemente, todos os demais valores ficam alterados.

A figura abaixo mostra uma simulação de cinco caminhos gerados pelo processo browniano para este ativo-objeto, lembrando que os valores não "baterão" com aqueles que você fizer por razões ditas no parágrafo anterior.

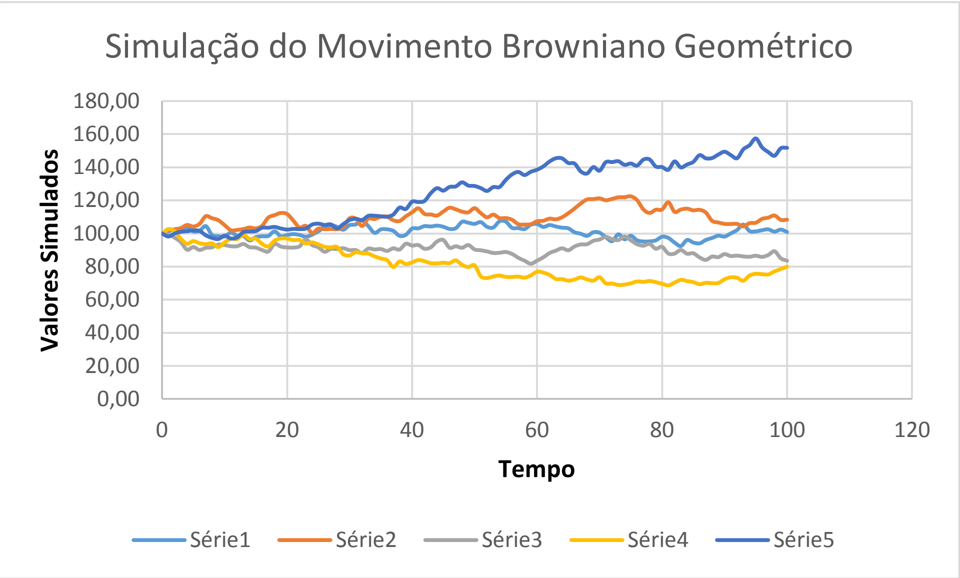


Figura 5.2

Apesar de a volatilidade (σ) manter-se constante ao longo da vida útil da opção, o <u>nível</u> de incerteza ($\sigma\sqrt{\Delta t}$) cresce, com o passar do tempo, pelo efeito acumulado da volatilidade periódica. A cada período

65 Esta função retorna um número aleatório maior ou igual a 0 e menor que 1 (modificado quando recalculado) distribuído uniformemente.

de tempo, o nível de incerteza cresce em $\sigma\sqrt{\Delta t}$ e esse aumento em relação ao tempo é representado pelo cone de incerteza.

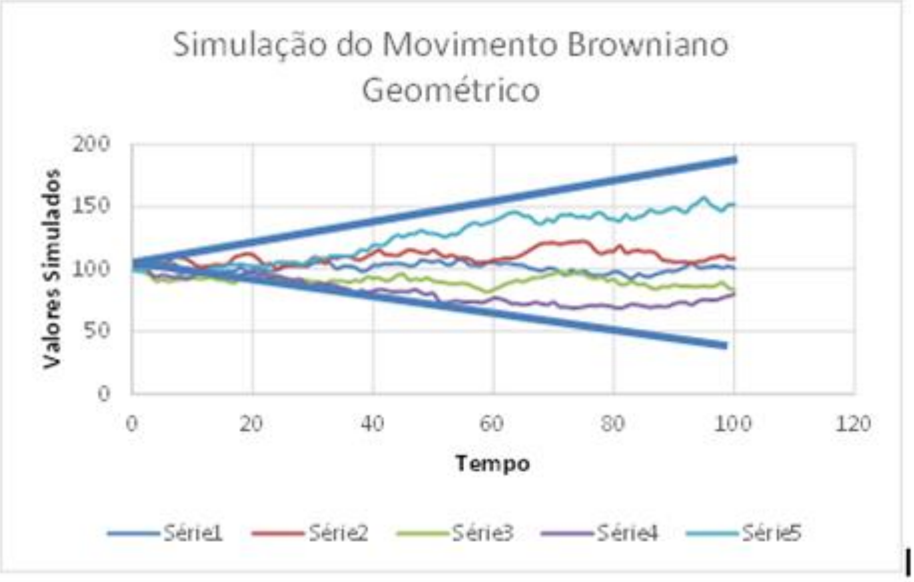


Figura 5.3

O cone de incerteza representa algo intuitivo. As projeções realizadas para datas mais próximas são menos incertas do que as elaboradas para datas mais distantes. É mais fácil prever o comportamento de uma variável para a próxima semana do que para o próximo mês ou ano. Em um projeto de investimento, isso é relevante, pois os horizontes temporais são normalmente bem extensos, conferindo alta incerteza aos fluxos de caixa.

O modelo binomial é intrinsecamente uma representação discreta do modelo contínuo baseado em um processo browniano. Veja o gráfico abaixo mostrando alguns caminhos simulados para o valor de um ativo.

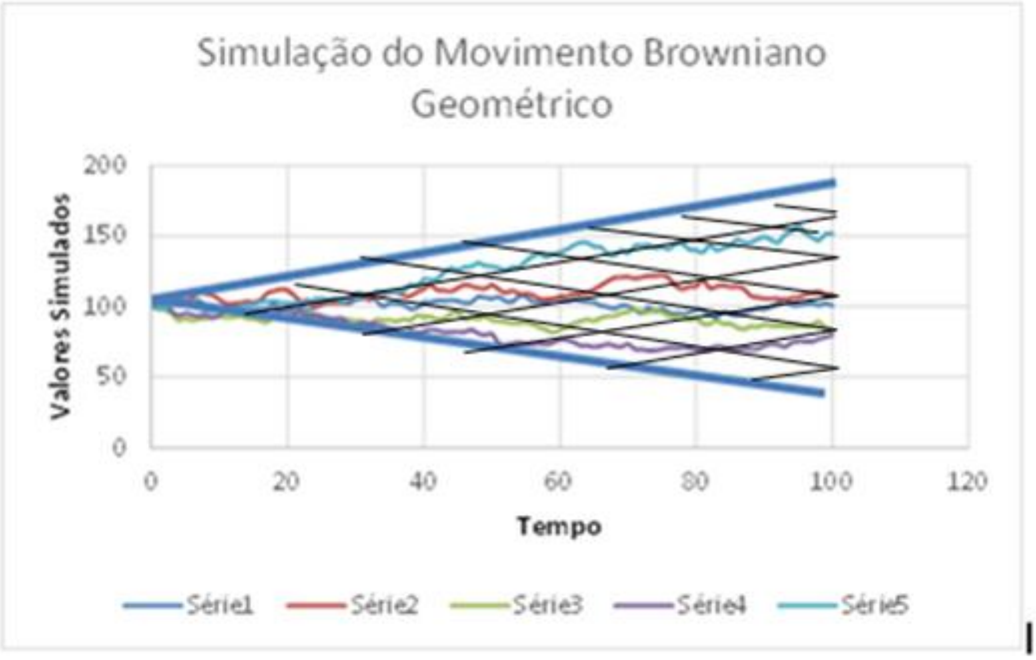


Figura 5.4

As grades diagonais representam a árvore binomial, montada a fim de reproduzir o comportamento das simulações contínuas. Em cada nó da árvore, há um ponto de decisão, próprio da ação.

É geralmente mais fácil entender árvores binomiais e seus usos trabalhando com alguns exemplos, e isto é o que faremos quando construirmos os modelos mais tarde. Se você é iniciante em árvores binomiais e não entender completamente tudo nas seguintes discussões teóricas, leia-os do princípio a fim uma vez e siga em frente para a seção de modelagem. As coisas ficarão claras quando você começar a trabalhar nos modelos.

5.2 - ÁRVORE BINOMIAL

O **valor intrínseco** S_T de uma opção, na data de exercício, é o ganho da opção *in the money*, se a opção for exercida. Além disso, o valor intrínseco (*payoff*) de uma *call* é o maior valor entre zero e a diferença entre o preço spot da ação S_T e o preço de exercício X da *call*: Máximo(0;S_T – X). Como ponto de partida, suponha que, hoje, o preço de uma ação seja S = \$ 100, e daqui a três meses o preço dessa ação será ou S_T = \$ 103 ou S'_T = \$ 99, apenas dois únicos valores conhecidos com certeza e registrados na árvore esquerda da Figura abaixo:

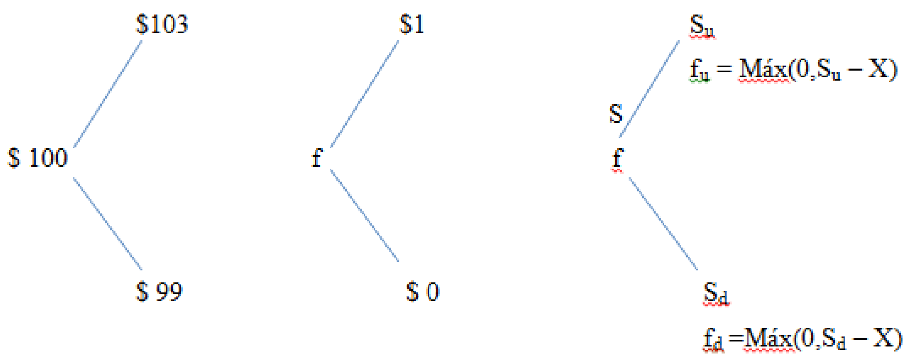


Figura 5.5– Árvore Binomial com um período

Durante esse intervalo de tempo de três meses (passo = 1) o ativo-objeto pode ou se mover *para cima* (*up*) para um novo nível $S_u = S \times u$ ou para baixo (*down*) para um novo nível $S_d = S \times d$, como mostrado na última árvore da Figura 5.5.

Avaliação neutra em relação ao risco

Quais são as probabilidades dos movimentos para cima e para baixo?

Acontece que podemos escolher estas probabilidades de tal maneira que possamos valorar opções, e todos os outros derivativos, usando árvores binomiais — *assumindo que vivemos num mundo livre de risco*. A hipótese do "*mundo livre de risco*" significa que todos os fluxos de caixa podem ser descontados usando a taxa de retorno livre de risco. Isto é muito conveniente porque a correta taxa de desconto[66] para os vários fluxos de caixa é um dos problemas mais difíceis em finanças.

Este método de avaliar derivativos assumindo um mundo livre de risco é chamado de **avaliação neutra em relação ao risco**. É importante entender que é a escolha apropriada das probabilidades dos movimentos para cima e para baixo que torna a avaliação neutra em relação ao risco possível. E uma vez valorando alguma coisa usando esta abordagem, a avaliação não é válida apenas no imaginário mundo livre de risco, mas também no mundo real.

O próximo passo é determinar o preço (prêmio) da *call* dessa ação, também denominada *ativo-objeto*, com preço de exercício **X = $ 102** e data de exercício daqui a três meses. Para isso:

#1 - montamos uma carteira formada pela compra de **Δ** ativos-objetos (ações)

#2 - vendemos uma *call* desse mesmo ativo-objeto (ação).

Resumindo:

Carteira livre de risco { Compra de Δ ativos; Venda de uma opção *call* }

O objetivo é determinar o número **Δ** de ativos-objetos (neste caso, ações) que formam uma "**carteira livre de risco**" de forma que seu *resultado* seja constante, ou que não seja alterado pelos possíveis valores do ativo-objeto.

Na data do exercício:

- Se o preço da ação S_T for $ 103, o prêmio da *call* será $ 1, o valor da "carteira" é: $ 103 x Δ - $ 1.
- Se o preço da ação S_T for $ 99, o prêmio da *call* será $ 0, o valor da "carteira" é: $ 53 x Δ.

Como para qualquer valor da ação, o **valor da carteira** sem risco não muda, então da igualdade dos dois valores possíveis da carteira obtemos: Δ = 0,25, poi:

$$\$\ 103 \times \Delta - \$\ 1 = \$\ 99 \times \Delta \quad \Rightarrow \quad \Delta = 0{,}25$$

Verifique que substituindo o valor de Δ = 0,25, no cálculo do valor da carteira, tanto para o preço da ação $ 103 como para $ 99, o valor da carteira é o mesmo e igual a **$ 24,75**. De outra maneira, embora o preço da ação possa subir para $ 103 ou descer para $ 99, o valor da carteira na data de exercício **T** é constante e igual a $ 24,75.

[66] Custo de oportunidade ou taxa mínima de atratividade.

Continuando, na determinação do preço ou prêmio da *call* na data inicial, é importante entender que a carteira livre de risco e sem oportunidade de arbitragem é remunerada com a taxa livre de risco. Considerando a taxa livre de risco de 2,5% a.t., com período de três meses e medida como taxa instantânea do regime de capitalização contínua[67], o valor da carteira na data inicial, hoje, é:

$$S_0^{carteira} = S_T^{carteira}.\,e^{-rT}$$

$$S_0^{carteira} = \$\ 24{,}75\ e^{-0{,}025\ .1} = \$\ 24{,}14$$

Para concluir, na data inicial, hoje, sendo o valor da ação S = $ 100 e o valor da carteira $ 24,14, o prêmio *f* da *call* é:

$$\$\ 100 \text{ x } \Delta - f = \$\ 24{,}14 \quad \Rightarrow \quad \$\ 100 \text{ x } 0{,}25 - f = \$\ 24{,}14 \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = \$\ 0{,}86}$$

A figura abaixo[68] mostra um "modelino" de planilha para realizar estas operações, ou seja, o cálculo do valor de carteira e de uma opção *call* durante 1 período de três meses (árvore de um passo).

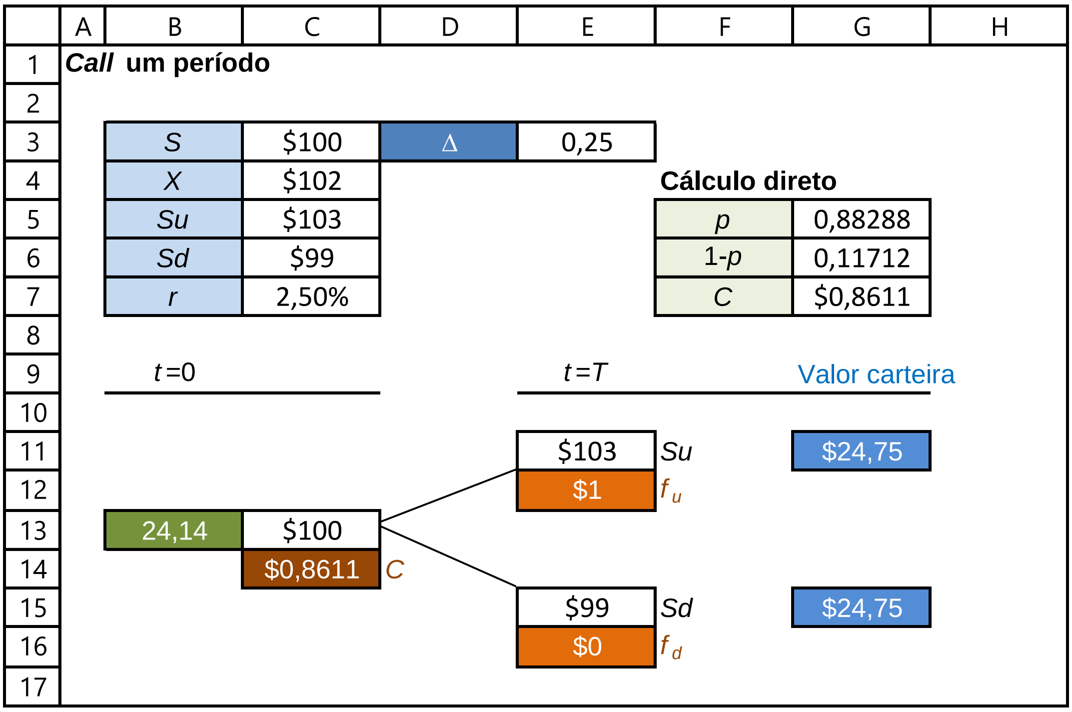


Figura 5.6

5.3 - MODELO PARA O CÁLCULO PRÊMIO DA *CALL* EUROPEIA COM UM INTERVALO

De forma geral, a árvore binomial direita da Figura 5.5 representa os valores S da ação na data inicial, e os dois possíveis valores S_u e S_d na data de exercício. Como vimos, o maior valor da ação S_u na data de exercício é o resultado de multiplicar o valor S da ação na data inicial pelo coeficiente **u** maior do que a unidade. Da mesma maneira, o outro valor S da ação na data inicial é o resultado de sua multiplicação pelo coeficiente **d** menor do que a unidade. Na árvore binomial direita da Figura 5.5 também está representado o prêmio *f* da *call* na data inicial, ainda desconhecido, e os valores intrínsecos f_u =

[67] Consultar capitalização contínua em qualquer material de matemática financeira.
[68] Ver **Plan35** na pasta Modelagem de Opções no Excel.xlsm.

Máximo(0,S_u – X) e f_d = Máximo(0,S_d – X) da opção com valor de exercício X na data de exercício T. Como foi mostrado numericamente, um procedimento utilizado para determinar o prêmio *f* da *call* do ativo-objeto começa pela formação de uma carteira incluindo a compra de Δ ações e a venda de uma *call* dessa ação de forma que, na data de exercício, o valor da carteira seja[69]:

- Para o preço da ação S_u, o valor intrínseco da *call* é f_u, e o valor da carteira: S_u x Δ - f_u
- Para o preço da ação S_d, o valor intrínseco da *call* é f_d, e o valor da carteira: S_d x Δ

Na data de exercício T, na carteira sem risco o valor de Δ será tal que o resultado da carteira seja o mesmo para os dois possíveis valores da ação. Dessa maneira, o valor de Δ é obtido com:

$$S_u\, x\, \Delta - f_u = S_d\, x\, \Delta - f_d \quad \Rightarrow \quad \Delta = \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d}$$

Este procedimento é uma "abordagem probabilística neutra" com relação ao risco que parte de uma carteira de *hedge*[70] cujo coeficiente Δ, garante que a carteira seja livre de risco no período de avaliação. Para determinar o prêmio *f* da *call* na data inicial, primeiro, tenhamos em conta que a carteira livre de risco e sem oportunidade de arbitragem é remunerada com a taxa livre de risco **r**, medida como taxa instantânea do regime de capitalização contínua. Para o prazo **T** até a data de exercício informado como fração de um ano e a taxa instantânea **r** com período anual, o valor da carteira na data inicial S x Δ – *f* se obtém o prêmio *f*:

$$S\, x\, \Delta - f = (S_u\, x\, \Delta - f_u) x\, e^{-rT}$$

$$f = S\, x\, \mathit{\Delta} - (S_u\, x\, \mathit{\Delta} - f_u) x\, e^{-rT}$$

Substituindo o valor de Δ pela sua expressão anterior:

$$\mathit{\Delta} = S\, x\, \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d} - \left(S_u\, x\, \frac{f_u - f_d}{S_u - S_d} - f_u\right) x\, e^{-rT}$$

Realizando operações algébricas nas duas parcelas:

$$f = f_u\, x \left(\frac{S}{S_u - S_d} - \frac{S_u}{S_u - S_d}\, x\, e^{-rT} + e^{-rT}\right) + f_d\, x \left(-\frac{S}{S_u - S_d} + \frac{S_u}{S_u - S_d}\, x\, e^{-rT}\right)$$

$$f = e^{-rT} f_u\, x \left(1 + \frac{e^{rT}\, x\, S}{S_u - S_d} - \frac{S_u}{S_u - S_d}\right) + e^{-rT} C_d\, x \left(-\frac{e^{rT}\, x\, S}{S_u - S_d} + \frac{S_u}{S_u - S_d}\right)$$

$$f = e^{-rT} f_u\, x \left(\frac{S_u - S_d + e^{rT}\, x\, S - S_u}{S_u - S_d}\right) + e^{-rT} f_d\, x \left(-\frac{e^{rT}\, x\, S + S_u}{S_u - S_d}\right)$$

$$f = e^{-rT}\, x\, f_u\, x \left(\frac{e^{rT} x\, S - S_d}{S_u - S_d}\right) + e^{-rT}\, x\, f_d\, x \left(\frac{S_u - e^{rT}\, x\, S}{S_u - S_d}\right)$$

[69] Nessa expressão, a compra de ações é representada com o sinal positivo, e a venda da *call* com sinal negativo.
[70] Operação que reduz ou elimina o risco. Veja T. Copeland et all. Opções Reais. Editora Campus, 2001.

$$f = e^{-rT}\ x\ f_u\ x \left(\frac{e^{rT} - \frac{S_d}{S}}{\frac{S_u}{S} - \frac{S_d}{S}} \right) + e^{-rT}\ x\ f_d\ x \left(\frac{\frac{S_u}{S} - e^{rT}}{\frac{S_u}{S} - \frac{S_d}{S}} \right)$$

A última expressão de *f* também pode ser escrita como:

$$f = e^{-rT}\ [p\ .\ f_u + (1-p)\ .\ f_d]$$

Nesta expressão, os valores de **p** e **(1 – p)** são obtidos com:

$$p = \frac{e^{rT} - \frac{S_d}{S}}{\frac{S_u}{S} - \frac{S_d}{S}} = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$$

$$(1-\text{p}) = \frac{\frac{S_u}{S} - e^{rT}}{\frac{S_u}{S} - \frac{S_d}{S}} = 1 - \frac{e^{rT} - \frac{S_d}{S}}{\frac{S_u}{S} - \frac{S_d}{S}} = 1 - \frac{e^{rT} - d}{u - d}$$

Onde **u** = S_u/S e **d** = S_d/S

O uso da taxa livre de risco é devido à certeza do resultado da carteira em **T**. Como o resultado é certo, a taxa de desconto deve refletir essa certeza, sendo livre de risco.

A capitalização contínua é comumente usada para precificar opções *financeiras* e opções *reais*. Como o modelo binomial é baseado nas premissas dos modelos contínuos de precificação, adota-se esse tipo de capitalização.

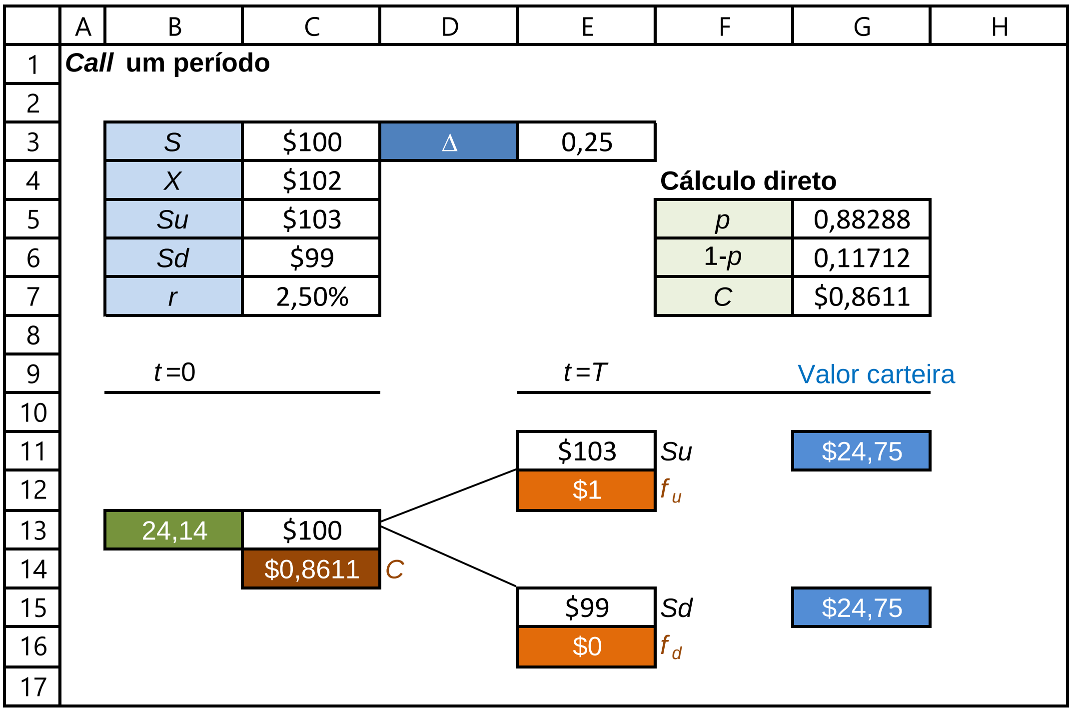


Figura 5.7 – Determinação de *f*, árvore binomial com <u>um</u> intervalo na **Plan35** da pasta Modelagem de Opções no Excel.xlsm

As probabilidades **p** e (**1 – p**) são neutras em relação ao risco e também são denominadas "*probabilidades ajustadas ao risco*" ou "*probabilidades de hedge*". A expressão de *f* mostra que o prêmio teórico da *call* é o valor esperado dos dois valores intrínsecos da opção, sendo p a probabilidade de ocorrência do valor intrínseco f_u e (1 – p) a probabilidade de ocorrência do valor intrínseco f_d. Aplicando essa expressão ao exemplo inicial deste capítulo, p = 0,88288, (1 – p) = 0,11712 e C = $ 0,86. Na planilha **PLAN 35** é resolvido o exemplo apresentado como mostrado na Figura 5.7.

5.4 - MONTAGEM DAS ÁRVORES BINOMIAIS COM VÁRIOS PASSOS

A árvore binomial representa os caminhos diferentes e possíveis que o preço de uma ação ou outro título pode seguir no decorrer do tempo. Árvores binomiais têm sido construídas seguindo certas regras de modo que os caminhos que elas geram sejam realísticos.

Vamos assumir que o preço de um ativo objeto seja ***S***. O objetivo é determinar o preço teórico na data atual 0 de uma opção de compra Europeia com preço de exercício **X**. Durante um curto intervalo de tempo (passo 1) ele pode ou se mover para cima (up) para um novo nível $S_u = S \times u$ ou para baixo (down) para um novo nível $S_d = S \times d$, como mostrado na Figura 5.8.

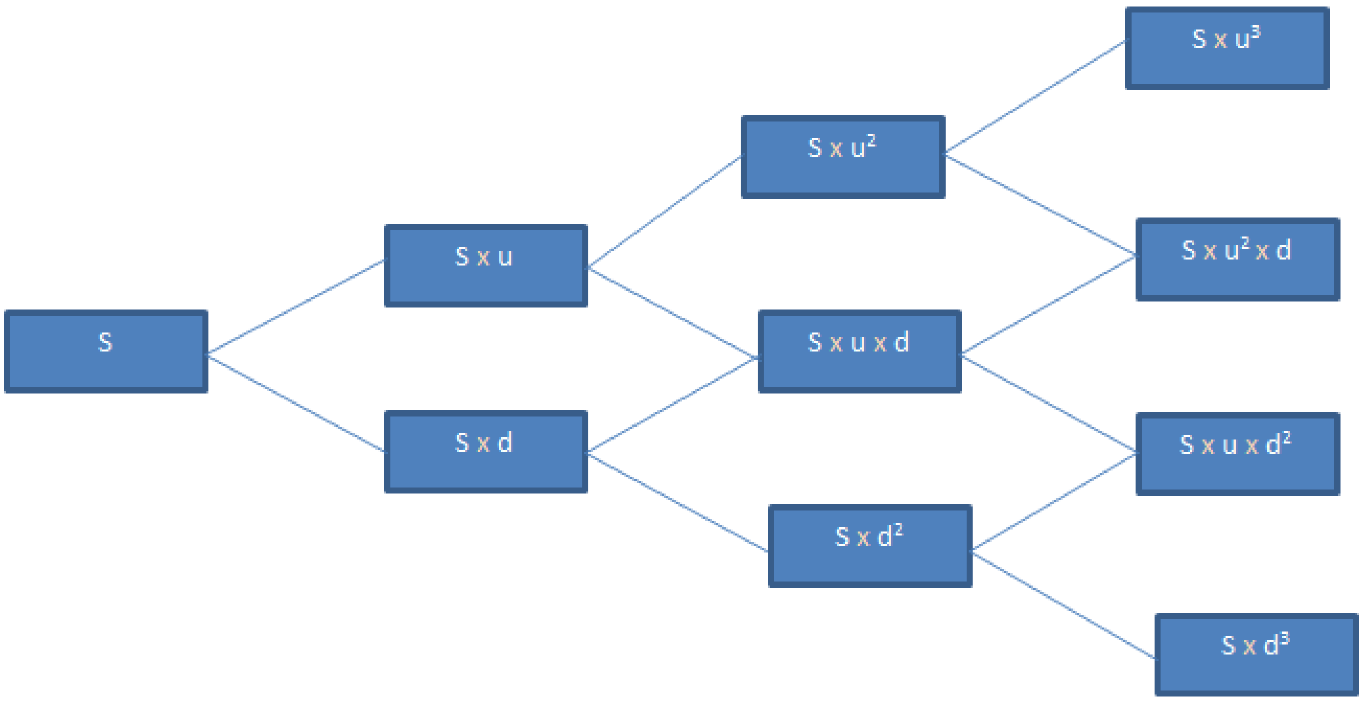


Figura 5.8 – Preços de ações numa árvore binomial de três passos

Aqui, $u > 1$, $d < 1$, $(u – 1)$ e $(1 – d)$ representam o aumento ou diminuição proporcional no preço da ação durante o intervalo (por exemplo, sobe 10% ou cai 8%). Se a ação é assumida sempre se comportar do mesmo modo, então no final do próximo intervalo (passo 2), a ação pode atingir 3 possíveis valores e pode tomar 4 possíveis caminhos para atingi-los (ver Figura 5.8).

Para formar uma árvore recombinante, **d** deve ser o inverso de **u** (ou seja, 1/u). Assim, os tamanhos dos passos ascendentes e descendentes serão os mesmos.

Como se está avaliando uma *call*, se o preço do ativo-objeto subir e for cotado a S_u, a opção valerá (S_u - S_T), que é o seu valor intrínseco[71]. Se, por outro lado, o preço do ativo-objeto estiver valendo S_d, e se for menor do que S_T, a opção valerá (valor intrínseco[72]) zero (**0**).

A mesma figura anterior poderia ser agora representada, para um ativo-objeto com preço inicial S_0, como:

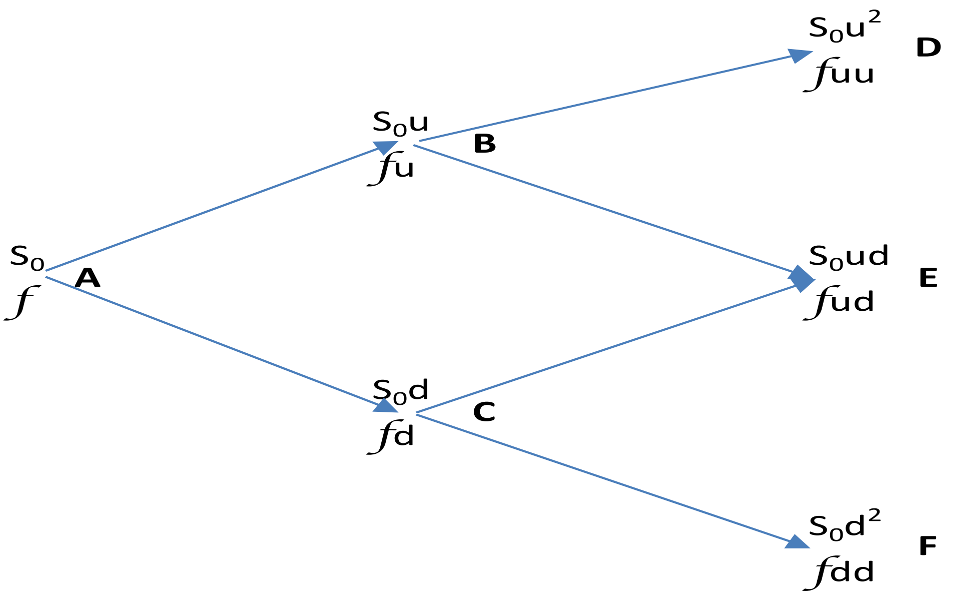


Figura 5.9 – Preços de ações e opções numa árvore binomial de dois passos.

Esta é uma árvore binomial de dois passos. Ela pode parecer simplista, mas escolhendo os valores para *u* e *d* adequadamente e fazendo os passos menores e menores, a árvore binomial pode ser produzida para se aproximar estreitamente dos caminhos que a ação possa seguir durante qualquer período de tempo.

Uma observação relevante que se faz sobre a árvore binomial está relacionada à quantidade de nós. Na data zero (hoje), há apenas um nó, ou seja 2^0 nós, que é o preço atual do ativo-objeto e/ou prêmio da opção. Na data 1, o nó inicial gera dois nós, ou seja 2^1 nós. Na data 2, cada nó da data 1 gera outros dois nós, totalizando quatro nós, ou seja 2^2 nós. Portanto, em cada data da árvore existirão 2^n nós, onde n representa a data. Como a árvore é recombinante, para facilitar o desenho das representações gráficas podem suprimir os nós que sejam repetidos, tal qual a apresentada anteriormente. Essa simplificação também é utilizada no processo de cálculo, como será percebido adiante.

5.5 - Avaliação de opções Europeias

Vamos entender o uso de árvores binomiais e avaliações de risco neutro calculando o valor de uma opção *call* Europeia que vence em **dois** períodos (intervalos). Voltada a atenção para a Figura 5.9, podemos facilmente calcular o valor da *call* em cada um dos três possíveis preços de ação (chamado nós) no final dos dois períodos. Por exemplo, se o preço de exercício da *call* for *X*, então no nó 3 o valor da *call* será o maior entre 0 e ($S_{0u^2} - X$). Representamos isto por f_{uu}.

Qual será o valor da *call* no nó **B**? Será seu valor esperado baseado nos valores dos dois nós (**D** e **E**), no final do passo 2 que pode ser atingido de **B** descontado pela *taxa livre de risco*, fornecida pelo uso das

[71] Lembrando que S_T é o valor esperado (futuro) do ativo-objeto no exercício, ou seja, no momento T. Chamemos este valor intrínseco de f_u e representa o lucro da opção *in the Money*.
[72] Chamemos este valor intrínseco da opção de f_d.

probabilidades adequadas. Vamos assumir que a correta probabilidade seja p para o movimento para cima e (1 - p) para o movimento para baixo, a taxa de retorno anual livre de risco é r, e o tamanho de cada intervalo seja δt. Então o valor da *call* em **B**, **C**, e **A** pode ser calculado como segue:

$$f_u = e^{-r\delta t}[pf_{uu} + (1-p)f_{ud}]$$

$$f_d = e^{-r\delta t}[pf_{ud} + (1-p)f_{dd}]$$

$$f = e^{-r\delta t}[pf_u + (1-p)f_d]$$

Podemos assim calcular o valor da opção *call* no instante 0 começando com os valores mais fáceis de se calcular em cada nó no vencimento e depois então calcular seus valores em cada nó intermediário movendo-se para trás exatamente como fizemos. Podemos fazê-lo para 2 passos, 200 passos, ou mais. Podemos aumentar a precisão do preço estimado da opção escolhendo mais e mais passos porque quanto menor for cada intervalo, mais realisticamente a árvore binomial representará os possíveis caminhos futuros para a ação. 50 ou 100 passos são usualmente suficientes para se produzir estimativas precisas, e num PC quase não se gasta tempo, na realização dos cálculos necessários.

O valor de uma *put* Europeia pode ser calculado similarmente. A principal diferença da *call* será nos valores, no prazo de vencimento, que se propagarão de volta para produzirem um diferente valor para a *put*.

Exemplo – Precificando *call* europeia de três passos

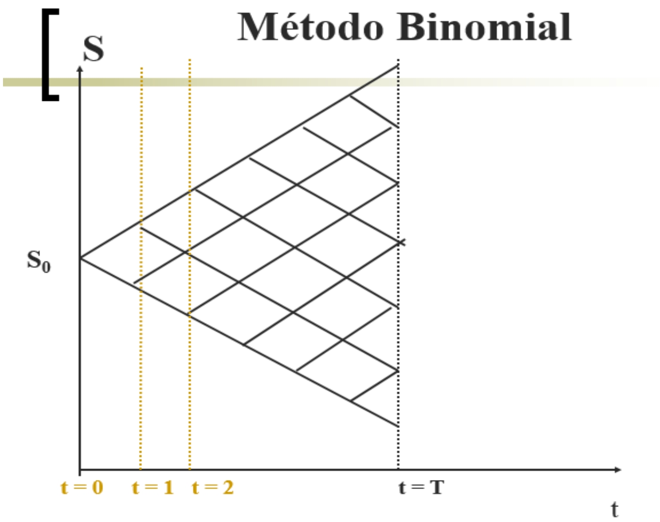
Admita uma opção de compra (*call*) Europeia sobre um ativo-objeto, cujo preço atual S é R$ 100,00. Seu preço de exercício X é R$ 100,00 e a opção tem prazo T de um ano. Sabendo-se que a taxa livre de risco é 13% a.a. e o desvio padrão anual do ativo é 18%, pede-se calcular o valor da opção, admitindo u = 1,1095, d = 0,9013 (posteriormente explicaremos os seus cálculos).

Solução

O primeiro passo é montar a árvore binomial para estimar os preços do ativo até o vencimento da opção. Sua montagem requer a definição do número de passos da árvore e o cálculo das variáveis: u, d e p. Para este exemplo, será elaborada uma árvore para os valores do ativo em 3 passos (árvore quadrimestral). Assim, a variação do tempo δt será T = um ano, dividido em 3 passos (δt = T/3 = 1/3 = 0,333...anos)

Os parâmetros u e d são, respectivamente, 1,1095 e 0,9013, como foram dados.

A árvore de valoração do ativo é montada na **PLAN36 A**, como na Figura 5.10:



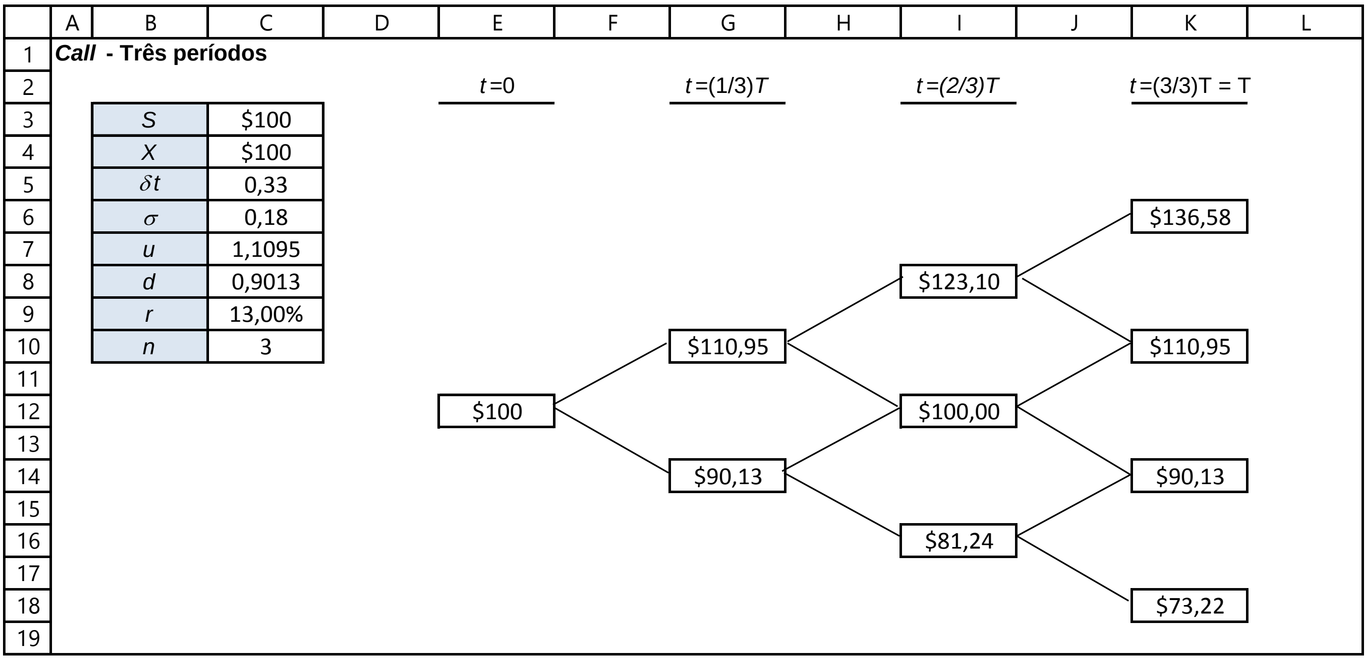


Figura 5.10

No momento **0** (atual), o ativo vale R$ 100,00. No momento 1 (0,333... anos ou, então 4 meses depois), o valor do ativo pode ser:

- $S_u = S \times u = 100{,}00 \times 1{,}1095 = R\$\ 110{,}95$ ou
- $S_d = S \times d = 100{,}00 \times 0{,}9013 = R\$\ 90{,}13$

No momento 2 (oitavo mês), o valor do ativo pode assumir os valores:

- $S_{uu} = S_u \times u = 110{,}95 \times 1{,}1095 = R\$\ 123{,}10$ ou
- $S_{ud} = S_u \times d = 110{,}95 \times 0{,}9013 = R\$\ 100{,}00$ ou
- $S_{du} = S_d \times u = 90{,}13 \times 1{,}1095 = R\$\ 100{,}00$ ou
- $S_{dd} = S_d \times d = 90{,}13 \times 0{,}9013 = R\$\ 81{,}23$

No momento 3, vencimento da opção (12° mês), o valor do ativo pode assumir um dois oito caminhos de valores:

- $S_{uuu} = S_{uu} \times u = 123{,}10 \times 1{,}1095 = R\$\ 136{,}58$ ou
- $S_{uud} = S_{uu} \times d = 123{,}10 \times 0{,}9013 = R\$\ 110{,}95$ ou
- $S_{udu} = S_{ud} \times u = 100{,}00 \times 1{,}1095 = R\$\ 110{,}95$ ou
- $S_{udd} = S_{ud} \times d = 100{,}00 \times 0{,}9013 = R\$\ 90{,}13$ ou
- $S_{duu} = S_{du} \times u = 100{,}00 \times 1{,}1095 = R\$\ 110{,}95$ ou
- $S_{dud} = S_{du} \times d = 100{,}00 \times 0{,}9013 = R\$\ 90{,}13$ ou
- $S_{ddu} = S_{dd} \times u = 81{,}23 \times 1{,}1095 = R\$\ 90{,}13$ ou
- $S_{ddd} = S_{dd} \times d = 81{,}23 \times 0{,}9013 = R\$\ 73{,}22$

Como a árvore é recombinante, alguns valores são repetidos e os nós similares são unificados.

Uma vez montada árvore dos ativos (**PLAN36 A**), pode-se iniciar o processo de cálculo da opção, através da montagem de uma árvore de valoração da opção, onde precisaremos dos valores de **p**.

Com os valores de u, d, pode-se calcular **p**:

$$p = \frac{e^{r\,\delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0{,}13\,.\,0{,}33333} - 0{,}9013}{1{,}1095 - 0{,}9013} = 0{,}6867\ ou\ 68{,}67\%$$

Logo,

(1 – p) = 1 – 0,6867 = 0,3133 ou 31,33%

Para cada nó do último período, deve-se calcular o valor da opção *call*, considerando o preço de exercício (R$ 100,00). Na data 3, ou seja no momento T do exercício, as opções valem, respectivamente:

- f_{uuu} = Máximo(0,S_T – X)= Máximo(0;136,58 – 100) = 36,58 (exerce a opção)
- f_{uud} = Máximo(0,S_T – X)= Máximo(0;110,95 – 100) = 10,95 (exerce a opção)
- f_{udu} = Máximo(0,S_T – X)= Máximo(0;110,95 – 100) = 10,95 (exerce a opção)
- f_{duu} = Máximo(0,S_T – X)= Máximo(0;110,95 – 100) = 10,95 (exerce a opção)
- f_{udd} = Máximo(0,S_T – X)= Máximo(0; 90,13 – 100) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{ddu} = Máximo(0,S_T – X)= Máximo(0; 90,13 – 100) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{ddd} = Máximo(0,S_T – X)= Máximo(0; 73,22 – 100) = 0,00 (não exerce a opção)

Com estes valores dos nós finais, pode-se iniciar o processo de retrocesso no cálculo dos nós intermediários da árvore. No nó da <u>data 2</u> (oitavo mês), ou, t = (2/3)T:

- $f_{uu} = e^{-r\delta t}\left[pf_{uuu} + (1-p)f_{uud}\right] = e^{-0,13 \cdot 1/3}\,[0,6867 \cdot 36,58 + 0,3132 \cdot 10,95] = 27,34$
- $f_{ud} = e^{-r\delta t}\left[pf_{uud} + (1-p)f_{udd}\right] = e^{-0,13 \cdot 1/3}\,[0,6867 \cdot 10,95 + 0,3132 \cdot 0,00] = 7,20$
- $f_{du} = e^{-r\delta t}\left[pf_{duu} + (1-p)f_{dud}\right] = e^{-0,13 \cdot 1/3}\,[0,6867 \cdot 10,95 + 0,3132 \cdot 0,00] = 7,20$
- $f_{dd} = e^{-r\delta t}\left[pf_{ddu} + (1-p)f_{ddd}\right] = e^{-0,13 \cdot 1/3}\,[0,6867 \cdot 0,00 + 0,3132 \cdot 0,00] = 0,00$

Para o nó anterior, ou seja, na <u>data 1</u> (quarto mês), ou, t = (1/3)T, temos;

- $f_u = e^{-r\delta t}\left[pf_{uu} + (1-p)f_{ud}\right] = e^{-0,13 \cdot 1/3}\,[0,6867 \cdot 27,34 + 0,3132 \cdot 7,20] = 20,14$
- $f_d = e^{-r\delta t}\left[pf_{du} + (1-p)f_{dd}\right] = e^{-0,13 \cdot 1/3}\,[0,6867 \cdot 7,20 + 0,3132 \cdot 0,00] = 4,74$

Para o <u>nó inicial</u>, temos:

- $f = e^{-r\delta t}\left[pf_{u} + (1-p)f_{d}\right] = e^{-0,13 \cdot 1/3}\,[0,6867 \cdot 20,14 + 0,3132 \cdot 4,74] =$ **14,67**

A **PLAN36 B** mostra como fazer isto no Excel.

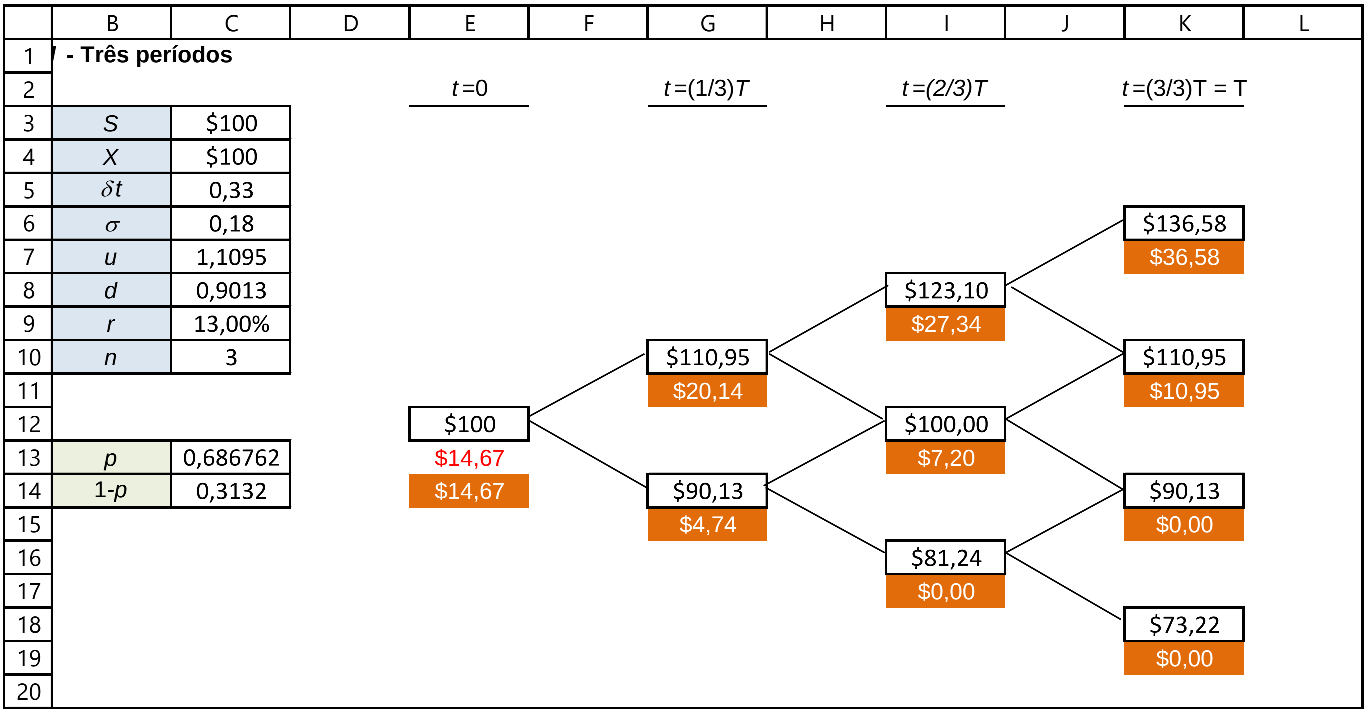


Figura 5.11

O mesmo processo do exemplo anterior poderia ser usado para precificar uma opção de venda (*put*) como mostra o exemplo abaixo:

Exemplo – Precificando *put* europeia de três passos

Admita uma opção de venda (put) europeia sobre um ativo-objeto, cujo preço atual S é R$ 100,00. Seu preço de exercício X é R$ 100,00 e a opção tem prazo T de um ano. Sabendo-se que a taxa livre de risco é 13% a.a. e o desvio padrão anual do ativo é 18%, pede-se calcular o valor da opção, admitindo u = 1,1095, d = 0,9013 (posteriormente explicaremos os seus cálculos).

Solução

Tomando a árvore montada para os ativos (**PLAN36 A**), pode-se iniciar o processo de cálculo da opção, através da montagem de uma árvore de valoração da opção. Para cada nó do último período (data T), deve-se calcular o valor da opção *put*, considerando o preço de exercício (R$ 100,00). Nos últimos nós, as opções valem, respectivamente:

- f_{uuu} = Máximo(0,X − S_T)= Máximo(0;100 - 136,58) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{uud} = Máximo(0,X − S_T)= Máximo(0;100 - 110,95) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{udu} = Máximo(0,X − S_T)= Máximo(0;100 - 110,95) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{duu} = Máximo(0,X − S_T)= Máximo(0;100 - 110,95) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{udd} = Máximo(0,X − S_T)= Máximo(0; 100 - 90,13) = 9,87 (exerce a opção)
- f_{ddu} = Máximo(0,X − S_T)= Máximo(0; 100 - 90,13) = 9,87 (exerce a opção)
- f_{ddd} = Máximo(0,X − S_T)= Máximo(0; 100 - 73,22) = 26,78 (exerce a opção)

Com estes valores dos nós da data T, pode-se iniciar o processo de retrocesso no cálculo dos nós intermediários da árvore. No nó da data (2/3)T (oito meses):

- $f_{uu} = e^{-r\delta t}\left[pf_{uuu} + (1-p)f_{uud}\right]$ = $e^{-0,13\ 1/3}$[0,6867 . 0,00 + 0,3132 . 0,00] = 0,00
- $f_{ud} = e^{-r\delta t}\left[pf_{uud} + (1-p)f_{udd}\right]$ = $e^{-0,13\ 1/3}$[0,6867 . 0,00 + 0,3132 . 9,87] = 2,96
- $f_{du} = e^{-r\delta t}\left[pf_{duu} + (1-p)f_{dud}\right]$ = $e^{-0,13\ 1/3}$[0,6867 . 0,00 + 0,3132 . 9,87] = 2,96
- $f_{dd} = e^{-r\delta t}\left[pf_{ddu} + (1-p)f_{ddd}\right]$ = $e^{-0,13\ 1/3}$[0,6867 . 9,87 + 0,3132 . 26,78] = 14,52

Para o nó anterior, na data (1/3)T, temos;

- $f_u = e^{-r\delta t}\left[pf_{uu} + (1-p)f_{ud}\right]$ = $e^{-0,13\ 1/3}$[0,6867 . 0,00 + 0,3132 . 2,96] = 0,89
- $f_d = e^{-r\delta t}\left[pf_{du} + (1-p)f_{dd}\right]$ = $e^{-0,13\ 1/3}$[0,6867 . 2,96 + 0,3132 . 14,52] = 6,30

Para o nó inicial, temos:

- $f = e^{-r\delta t}\left[pf_u + (1-p)f_d\right]$ = $e^{-0,13\ 1/3}$[0,6867 . 0,89 + 0,3132 . 6,30] = **2,47**

A **PLAN36 C** mostra como fazer isto no Excel

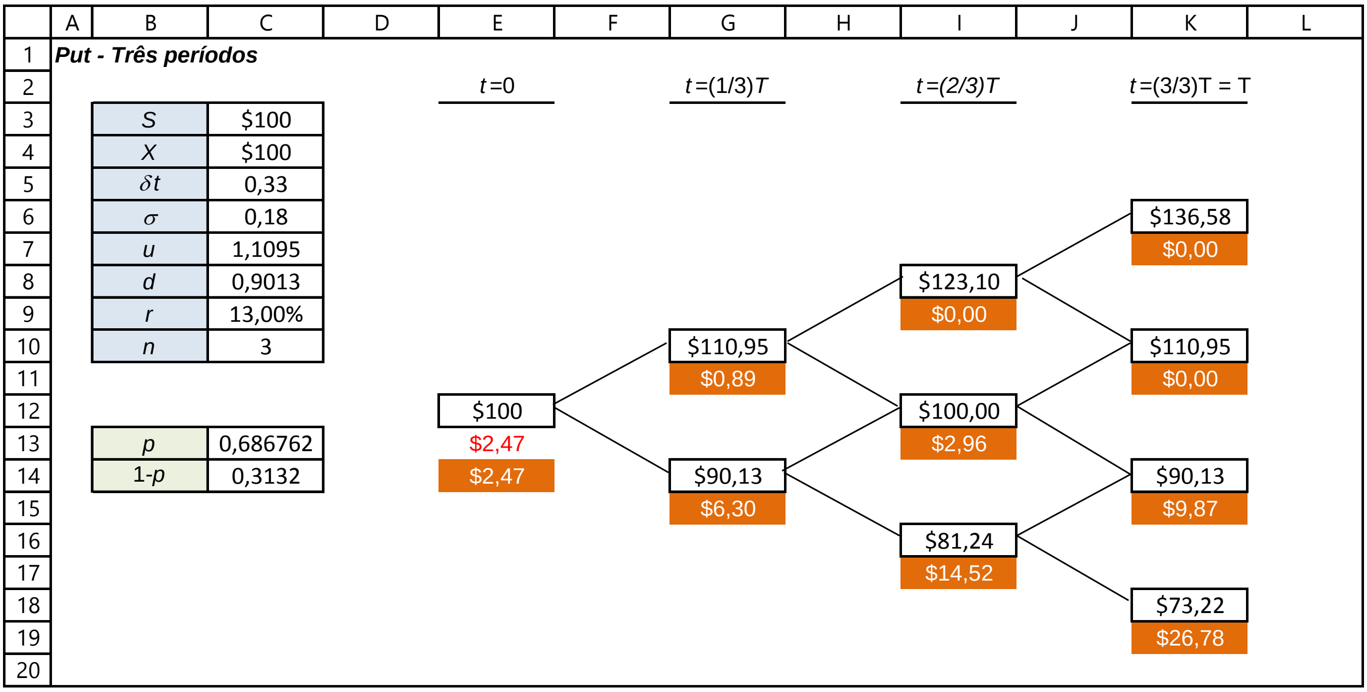


Figura 5.12

5.6 - Avaliação de opções americanas

As opções Americanas podem ser exercidas a qualquer momento. No vencimento, o valor de uma opção Americana será o mesmo que aquele da correspondente opção Europeia. Mas para opções Americanas em cada nó anterior, temos também que estimar o *payoff* de exercer a opção naquele ponto. Se o *payoff* do exercício imediato for maior que o valor calculado naquele nó como antes, então teremos que assumir que o valor naquele nó será igual ao *payoff*. (Não temos que considerar esta possibilidade para opções Europeias porque elas não podem ser exercidas em quaisquer dos nós anteriores.) Tais diferenças propagar-se-ão de volta, afetando o preço da opção no instante 0. Assim se em um ou mais nós antecipadamente o exercício tornar-se mais lucrativo do que manter a opção até o vencimento, então o valor de uma opção Americana será maior do que aquele de uma similar opção Europeia.

Acontece que sob certas circunstâncias pode ser opcional exercer opções *put* sobre ações que não pagam dividendos, e ambas opções, *call* e *put*, sobre ações que pagam dividendos, antes do vencimento. Sob estas circunstâncias, as opções Americanas são mais valiosas que as suas similares opções Europeias.

Aqui a árvore de valoração do ativo objeto mantém-se a mesma. No último nó da árvore que precifica a opção, deve-se fazer a mesma operação, na qual se exerce ou não a opção. Vamos analisar uma opção venda (*put*) americana no exemplo abaixo.

Exemplo – Precificando *put* americana de três passos

Admita uma opção de venda (*put*) americana sobre um ativo-objeto, cujo preço atual S é R$ 100,00. Seu preço de exercício X é R$ 100,00 e a opção tem prazo T de um ano. Sabendo-se que a taxa livre de risco é 13% a.a. e o desvio padrão anual do ativo é 18%, pede-se calcular o valor da opção, admitindo u = 1,1095, d = 0,9013 (posteriormente explicaremos os seus cálculos)

Solução

Como no exemplo anterior, os últimos nós da árvore são:

- f_{uuu} = Máximo(0,X – S_T)= Máximo(0;100 - 136,58) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{uud} = Máximo(0,X – S_T)= Máximo(0;100 - 110,95) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{udu} = Máximo(0,X – S_T)= Máximo(0;100 - 110,95) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{duu} = Máximo(0,X – S_T)= Máximo(0;100 - 110,95) = 0,00 (não exerce a opção)
- f_{udd} = Máximo(0,X – S_T)= Máximo(0; 100 - 90,13) = 9,87 (exerce a opção)
- f_{ddu} = Máximo(0,X – S_T)= Máximo(0; 100 - 90,13) = 9,87 (exerce a opção)
- f_{ddd} = Máximo(0,X – S_T)= Máximo(0; 100 - 73,22) = 26,78 (exerce a opção)

Iniciamos, então, o processo de cálculo dos nós intermediários. Nos nós da data 2 (oito meses), temos o seguinte:

- $f_{uu} = e^{-r\delta t}\left[pf_{uuu} + (1-p)f_{uud}\right] = e^{-0,13\ 1/3}[0,6867\ .\ 0,00 + 0,3132\ .\ 0,00] = 0,00$
- $f_{ud} = e^{-r\delta t}\left[pf_{uud} + (1-p)f_{udd}\right] = e^{-0,13\ 1/3}[0,6867\ .\ 0,00 + 0,3132\ .\ 9,87] = 2,96$
- $f_{du} = e^{-r\delta t}\left[pf_{duu} + (1-p)f_{dud}\right] = e^{-0,13\ 1/3}[0,6867\ .\ 0,00 + 0,3132\ .\ 9,87] = 2,96$
- $f_{dd} = e^{-r\delta t}\left[pf_{ddu} + (1-p)f_{ddd}\right] = e^{-0,13\ 1/3}[0,6867\ .\ 9,87 + 0,3132\ .\ 26,78] = 14,52$

O nó **dd** merece uma observação. Se for verificada a árvore de valor do ativo subjacente, percebe-se que seu valor nesse nó é R$ 81,23. Se, nesse nó, a opção de venda for exercida, seu titular receberá R$ 100,00 – R$ 81,23 = R$ 18,77. Como o exercício da opção nesse ponto é superior ao valor atual esperado da opção nos nós seguintes, o titular deverá, nesse caso, exercer a opção, obtendo um resultado melhor do que aguardar um pouco mais para realizar o exercício.

Portanto, em uma opção americana[73], em cada nó da árvore de precificação da opção deve-se verificar se é melhor exercê-la imediatamente ou aguardar o caminhar da árvore. Em cada nó, a verificação para uma opção *put* deve ser:

$$f = MÁXIMO\{e^{-rt}\ [p\ f_u + (1-p)f_d]; X - S\}$$

A árvore da opção *put* americana deste exemplo esta na **PLAN36 D** e mostrada abaixo:

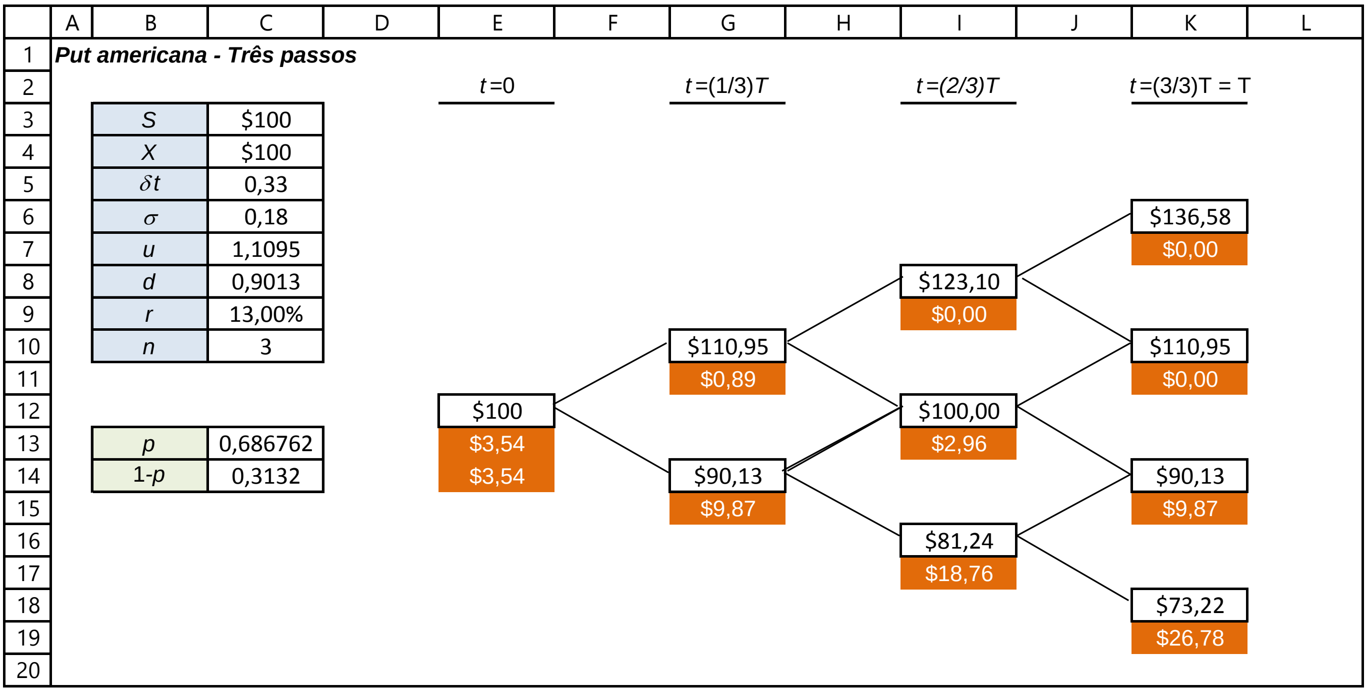


Figura 5.13

Como o nó mais baixo da data (2/3)T foi alterado, o nó mais baixo da data (1/3)T também ficou modificado em relação à árvore da opção *put Europeia*. Isso alterou o valor da opção de venda (*put*) americana para $ 3,54.

[73] É o caso das commodities agrícolas.

Esses exemplos podem conduzir à conclusão de que não se espera que uma opção americana tenha preço menor do que a opção europeia, com todas as demais variáveis semelhantes. Como a opção americana permite mais oportunidades de exercício, seu titular pode maximizar o ganho, ao antecipar o exercício, caso este se mostre superior à postergação. Apesar disso, nem sempre é interessante antecipar o exercício da opção, fazendo com que opções americanas e europeia, com todos os demais parâmetros iguais, tenham o mesmo valor.

Na opção *call* americana do mesmo exemplo, ao observar as árvores do ativo e da opção calculadas anteriormente, é fácil identificar que não há oportunidades maximizadoras de valor para antecipação do exercício. Nesse caso, os valores da opção *call* Americana e Europeia são iguais.

5.7 - Consideração sobre u e d

Duas variáveis muito importantes para o modelo binomial são os índices de subida (u) e queda (d) do preço do ativo-objeto. Eles são determinados diretamente em função da volatilidade do ativo-objeto.

Parte-se de um *movimento browniano exponencial*, usado para prever os valores de um ativo:

$$\frac{\delta S}{S} = e^{\mu(\delta t) + \sigma\, \varepsilon \sqrt{\delta t}}$$

Esse movimento pode ser decomposto em duas partes:

$$\frac{\delta S}{S} = e^{\mu(\delta t)}\ x\ e^{\sigma\, \varepsilon \sqrt{\delta t}}$$

A primeira parte é a taxa de crescimento do movimento browniano e a segunda apresenta os componentes de volatilidade, simulação e tempo.

Como as árvores binomiais são simulações discretas, o componente de simulação ε não precisa ser recalculado em cada passo. O termo estocástico remanescente, representando o tamanho de cada salto, é:

$$e^{\sigma \sqrt{\delta t}}$$

A fim de formar uma árvore recombinante, o tamanho dos saltos para cima e para baixo deve ser de mesma magnitude. Portanto, os coeficientes usados para montar a árvore são:

$$u = e^{\sigma \sqrt{\delta t}}$$

$$d = \frac{1}{u} = e^{-\sigma \sqrt{\delta t}}$$

Exemplo – Cálculo de u e d dos exemplos anteriores de árvore de 3 passos

Admita uma opção de venda (*put*) americana sobre um ativo-objeto, cujo preço atual S é R$ 100,00. Seu preço de exercício X é R$ 100,00 e a opção tem prazo T de um ano. Sabendo-se que a taxa livre de risco é 13% a.a. e o desvio padrão anual do ativo é 18%, pede-se calcular o **u** e o **d** .

Solução

Resumindo:

Preço do ativo	R$ 100,00
Preço de exercício	R$ 100,00
Taxa livre de risco anual	13,00%
Volatilidade anual	18,00%

A variação do tempo é 1/3 = 0,33 ano. Os parâmetros u e d foram calculados da seguinte forma:

$$u = e^{\sigma \sqrt{\delta t}} = e^{0{,}18 \sqrt{0{,}33}} = 1{,}1095$$

$$d = \frac{1}{u} = 0{,}9013$$

Tempo ano	1

Quanto maior a volatilidade observada do ativo, maiores também serão o **u** e o **d**. Isso forma uma árvore com nós mais amplos nos períodos finais. Uma árvore com nós mais amplos aumenta o valor da opção sobre o ativo.

Exemplo – Resolver os exemplos anteriores de árvore de 3 passos com volatilidade maior

Admita uma opção de venda (*put*) americana sobre um ativo-objeto, cujo preço atual S é R$ 100,00. Seu preço de exercício X é R$ 100,00 e a opção tem prazo T de um ano. Sabendo-se que a taxa livre de risco é 13% a.a. e o desvio padrão anual do ativo é 25%, pede-se calcular o **valor da opção**. Considere:

a. opção de compra (*call*) Europeia e Americana
b. opção de venda (*put*) Europeia
c. opção de venda (*put*) Americana

Solução

A árvore binomial dos preços do ativo ao longo dos períodos será:

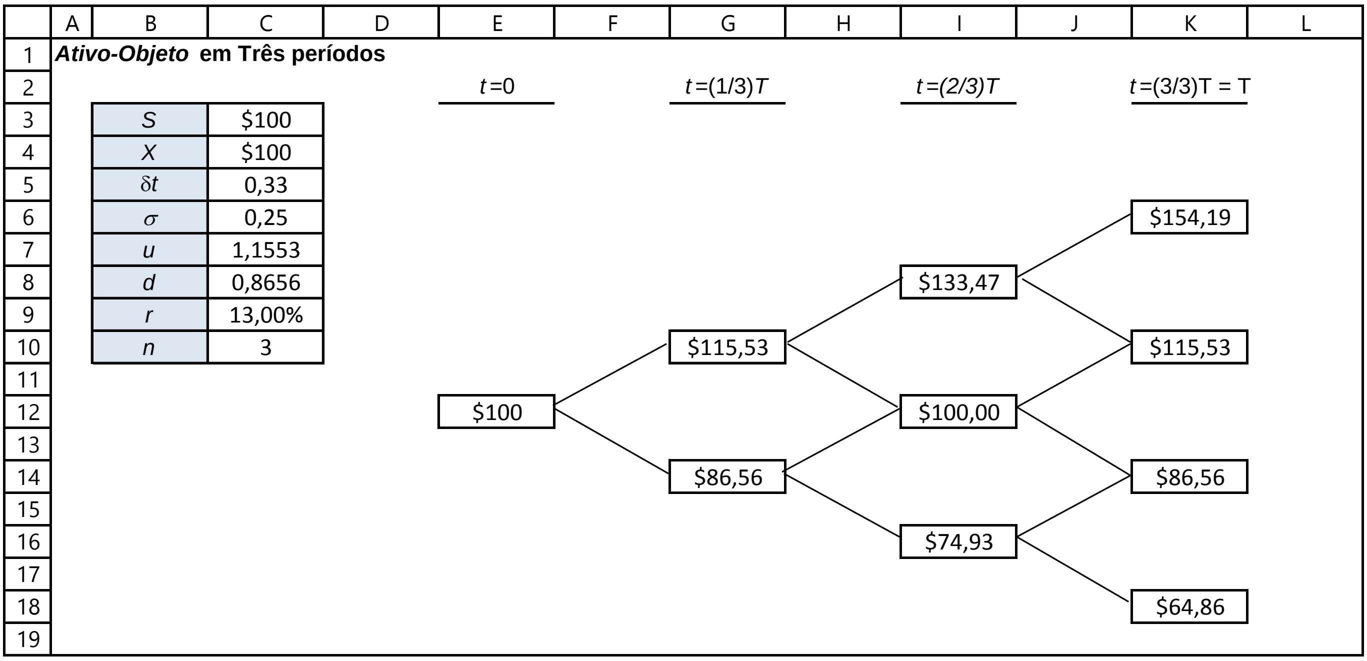


Figura 5.14 – Extraída da **Plan 36E** do arquivo Modelagem de Opções no Excel.xlsm

Para a opção *call* Europeia e Americana (ambas apresentam o mesmo valor), temos:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
21	***Call Europeia e Americana*** **- Três períodos**											
22					*t*=0		*t*=(1/3)*T*		*t*=(2/3)*T*		*t*=(3/3)T = T	
23		*S*	$100									
24		*X*	$100									
25		*δt*	0,33									
26		*σ*	0,25								$154,19	
27		*u*	1,1553								$54,19	
28		*d*	0,8656						$133,47			
29		*r*	13,00%						$37,71			
30		*n*	3				$115,53				$115,53	
31							$25,64				$15,53	
32					$100				$100,00			
33		*p*	0,616858		$17,13				$9,17			
34		1-*p*	0,3831		$17,13		$86,56				$86,56	
35							$5,42				$0,00	
36									$74,93			
37									$0,00			
38											$64,86	
39											$0,00	
40												

Figura 5.15

Para a opção de venda (*put*) Europeia, temos:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
42	***Put europeia***											
43					*t*=0		*t*=(1/3)*T*		*t*=(2/3)*T*		*t*=(3/3)T = T	
44		*S*	$100									
45		*X*	$100									
46		*δt*	0,33									
47		*σ*	0,25								$154,19	
48		*u*	1,1553								$0,00	
49		*d*	0,8656						$133,47			
50		*r*	13,00%						$0,00			
51		*n*	3				$115,53				$115,53	
52							$1,81				$0,00	
53					$100				$100,00			
54		*p*	0,616858		$4,94				$4,93			
55		1-*p*	0,3831		$4,94		$86,56				$86,56	
56							$10,56				$13,44	
57									$74,93			
58									$20,83			
59											$64,86	
60											$35,14	
61												

Figura 5.16

Para a opção de venda (*put*) Americana, temos:

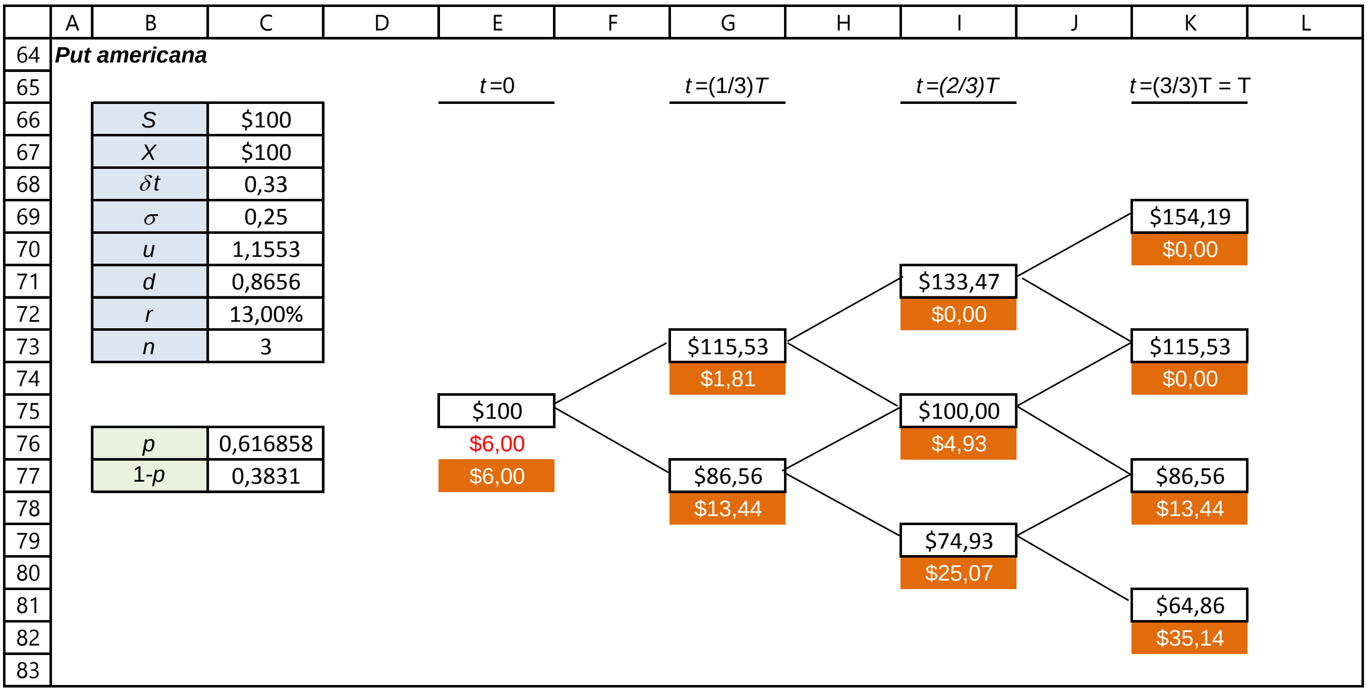


Figura 5.17

Perceba neste exemplo que os valores das opções aumentaram quando a volatilidade aumentou de 18% a.a. para 25% a.a. Como a árvore de preços do ativo gerou valores nos nós mais amplos, as opções ficaram mais dentro do dinheiro (*in the money*) e as oportunidades de exercício foram maiores. Portanto, ao exercer os direitos de compra ou de venda com valores mais altos (*call*) ou baixos (*put*), o titular pode obter ganhos maiores.

Por outro lado, no limite, quando a volatilidade σ do ativo for **zero**, os índices u e d serão 1.

$$u = e^{\sigma\ \sqrt{\delta t}} = e^{0\ \sqrt{0,33}} = 1,0000$$

$$d = \frac{1}{u} = 1,0000$$

Exemplo – Resolver os exemplos anteriores de árvore de 3 passos com volatilidade nula

Admita uma opção de venda (*put*) americana sobre um ativo-objeto, cujo preço atual S é R$ 100,00. Seu preço de exercício X é R$ 100,00 e a opção tem prazo T de um ano. Sabendo-se que a taxa livre de risco é 13% a.a. e o desvio padrão anual do ativo é NULO, pede-se calcular o **valor da opção** . Considere

a. opção de compra (*call*) europeia e americana
b. opção de venda (put) europeia
c. opção de venda (put) americana

Solução

A árvore binomial dos preços do ativo-objeto será:

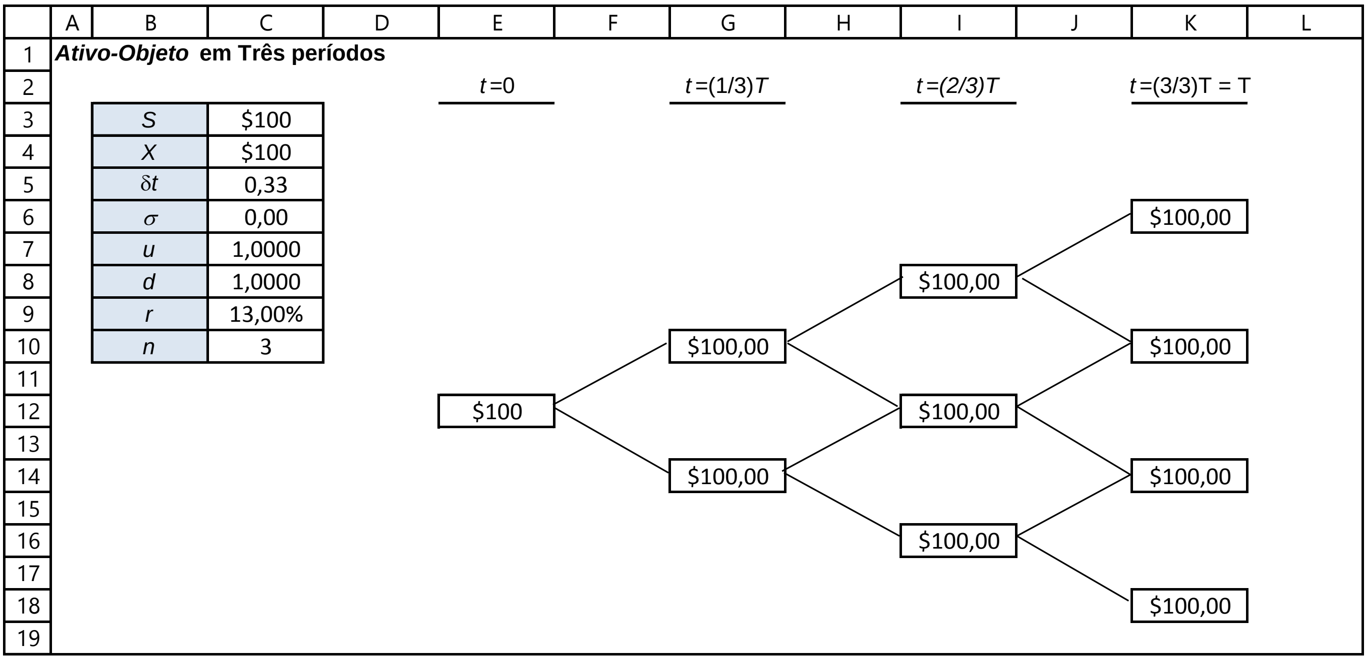


Figura 5.18

Em nenhum momento, haverá exercício da opção (*call* ou *put*), fazendo com que seu valor seja zero. Portanto, um ativo-objeto com volatilidade nula implica em montar uma árvore do valor do ativo sem ramificações, anulando o valor da opção sobre esse ativo. Se o ativo é certo, sem possibilidade de variações, não há motivo para utilizar a abordagem de opções para precificá-lo, isto é, ele não precisa de hedge.

5.8 - PRÊMIO DA *CALL* EUROPEIA COM QUATRO INTERVALOS

Como vimos o tempo a decorrer **T** até a data de exercício pode ser dividido em 2, 3, 4, n intervalos (ou passos). Consideremos a *call* do tipo Europeia com prazo T até a data de exercício, aqui informado como um ano, a taxa instantânea **r** com período anual, e uma árvore binomial com **n** = 4 períodos. Na construção dessa árvore se utilizam as seguintes definições:

- A duração δt de cada intervalo da árvore é: $\delta t = {}^{T}/_{n}$. Esse intervalo é o tempo do movimento entre dois preços consecutivos (passos).
- O movimento ascendente S_u do preço da ação é obtido com:

$$S_u = e^{\sigma.\sqrt{\delta t}}$$

  Nessa expressão, σ é a volatilidade do preço da ação e mede a incerteza de seu preço futuro. Uma medida dessa volatilidade é realizada com o desvio-padrão σ da taxa instantânea de variação do preço da ação, considerando, por exemplo, variações diárias, semanais ou anuais[74].
- O movimento descendente S_d do preço da ação é obtido com:

$$S_d = e^{-\sigma.\sqrt{\Delta t}}$$

  Ou com $d = {}^{1}/_{u}$.

[74] Para representar a volatilidade, em vez de σ se costuma utilizar também *Vol*

- No modelo, a taxa de juro livre de risco é fornecida como a taxa efetiva **i** com período anual. Entretanto, no procedimento de cálculo é utilizada a taxa instantânea equivalente **r** com período anual, convertida com:

$$r = \ln(1 + i)$$

No cálculo de valor presente de cada passo da árvore se utiliza-se a taxa instantânea **r**:

$$\delta t \,.\, r$$

Pois na capitalização contínua as taxas instantâneas se somam ou se subtraem.

Exemplo – Precificando *call* europeia com quatro intervalos

Calcule o preço da *call* europeia com preço de exercício \$100 e vencimento daqui a três meses, ou o prazo T = 0,25 de um ano. O preço da ação hoje é S = \$ 100, sua volatilidade σ = 0,18 e a taxa livre de risco i = 6% a.a. (caderneta de poupança)

Solução

ÁRVORE DE PREÇOS DA AÇÃO.

Os dados para construção da árvore binomial são os seguintes:

- A duração δt de cada intervalo da árvore é dado por:

$$\delta t = \frac{T}{n} = \frac{0{,}25}{4} = 0{,}0625\ ano$$

- O movimento ascendente u do preço da ação é encontrado com:

$$u = e^{\sigma.\sqrt{\delta t}} = e^{0{,}18\,.\sqrt{0{,}0625}} = 1{,}046028$$

- O movimento descendente d do preço da ação é encontrado com:

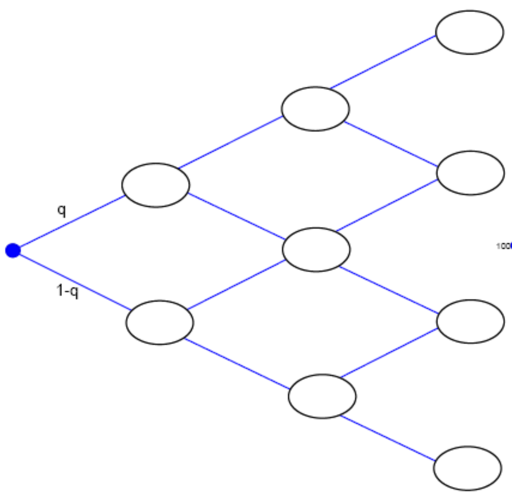
$$u = e^{-\sigma.\sqrt{\delta t}} = e^{-0{,}18\sqrt{0{,}0625}} = \frac{1}{u} = 0{,}955997$$

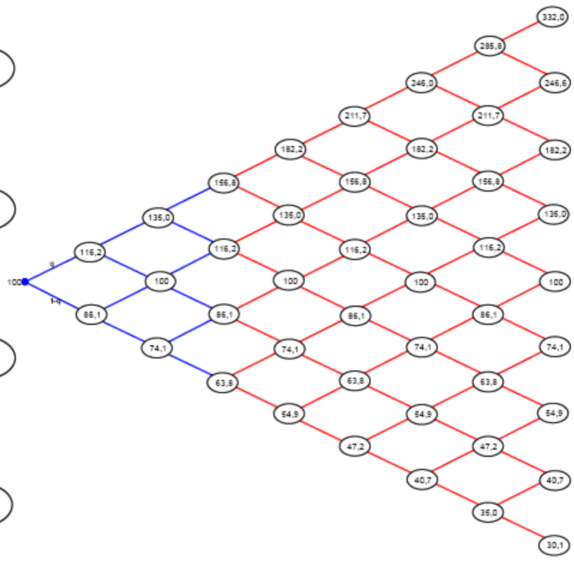
- A taxa instantânea **r** anual e livre de risco é dada por:

$$r = \ln(1 + i) = \ln(1 + 0{,}06) = 0{,}0583\ ou\ 5{,}83\%\ a.a.$$

A taxa <u>equivalente</u> para o prazo T da *call* é 0,0583/4 = 0,0146 ou 1,46% a.t.

Os dados e os resultados anteriores estão registrados na **PLAN36G**.





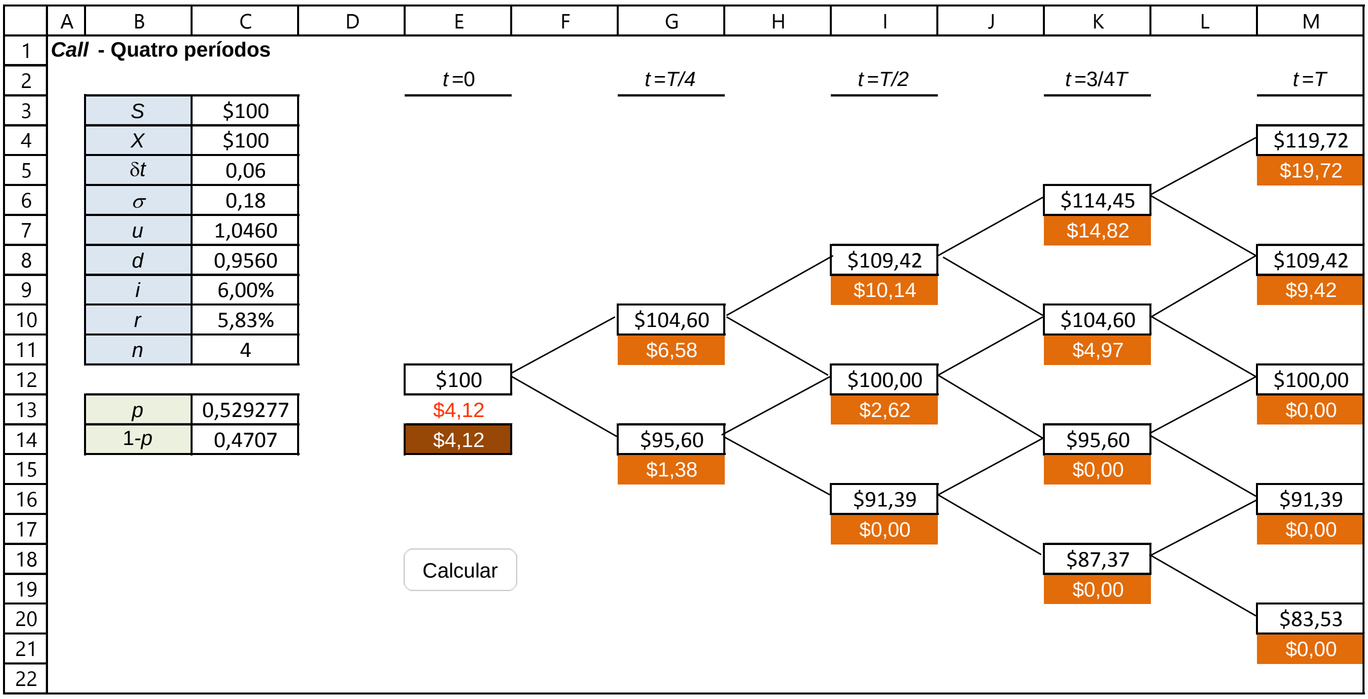


Figura 5.19

Nessa árvore com quatro intervalos, os retângulos em branco representam os preços da ação partindo do preço atual de $ 100, célula E12 e correspondente a T = 0. Em sequência, em T/4, na célula G10 é registrado o preço do movimento ascendente do primeiro intervalo da ação $ 104,60 e na célula G14 o preço do movimento descendente do primeiro intervalo da ação $ 95,60. Depois, em T/2, na coluna I deveriam ser registrados quatro resultados, entretanto, são registrados três resultados, pois o preço do movimento descendente de $ 104,60 e o preço do movimento ascendente de $ 95,60 coincidem no próprio valor atual da ação $ 100,00.[75] Continuando com o procedimento de preços ascendentes e descendentes se completa a construção da árvore de preços da ação. Verifique que, sendo conhecida a trajetória única de preços ascendentes, todos os restantes preços da árvore podem ser obtidos a partir desses valores combinados com movimentos de preços descendentes **d** até completar a trajetória única de preços descendentes. E, vice-versa, sendo conhecida a trajetória única de preços descendentes, todos os restantes preços da árvore podem ser obtidos a partir desses valores combinados com movimentos de preços ascendentes **u** até completar a trajetória única de preços ascendentes.

ÁRVORE DE PREÇOS DA OPÇÃO *CALL*

A determinação do preço da *call* é iniciada nos preços da ação no quarto intervalo, T, realizada ao contrário (dobrar a árvore). Na célula inferior à célula de cada um dos cinco preços da ação é registrado o valor intrínseco da *call* calculado de forma geral com: C = Máximo(0, S_T - $ 100) sendo S_T o preço da ação na data de exercício T. Por exemplo, na trajetória única de movimento ascendente, o valor intrínseco da *call* é $ 19,72 = Máximo(0, $119,72 - $100), resultado obtido na célula M5 com: =MÁXIMO(0;M4-$C$4). Os restantes valores intrínsecos da coluna M da planilha são obtidos de forma equivalente, copiando a fórmula da célula M5 nas células M9, M13, M17 e M21. Analisando os cinco preços finais da ação na data de exercício T da *call*, verifique que a opção será exercida em apenas dois casos. A seguir, indo do final para o início da árvore, é calculado cada um dos quatro valores intrínsecos do intervalo (3/4)T utilizando as probabilidades p e (1 – p) utilizando a expressão conhecida:

$$f = e^{-r\,\delta t}\ [p\,.\,f_u + (1-p)\,.\,f_d]$$

[75] Analise as expressões de S_u e S_d.

O valor da probabilidade p é calculado como:

$$p = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d} = = \frac{e^{0{,}0583\,.\,0{,}0625} - 0{,}9560}{1{,}0460 - 0{,}9560} = 0{,}529277$$

O valor de (1 – p) é (1 – 0,651740) = 0,4707, e o preço da *call* da trajetória de três movimentos ascendentes (na data (3/4)T), registrado na célula K7 é:

$$f = e^{-r\,\delta t}\,[p\,.\,f_u + (1-p)\,.\,f_d] = e^{-0{,}0583\,.\,0{,}0625}\,[0{,}651740\,.\,\$19{,}72 + 0{,}3483\,.\,\$9{,}42] = \$14{,}82$$

Procedendo da mesma forma até a célula E13 obtemos o preço da *call* igual a **$4,12**, na data T = 0.

5.9 - Considerações sobre p

O termo **p** pode ser entendido como uma probabilidade ajustada a uma situação sem risco, cujo resultado final é conhecido com certeza. Esse termo não deve ser confundido com a probabilidade de ocorrência do valor de subida **u** para o ativo.

Em uma situação livre de risco, a análise deve ser realizada através de taxas de desconto compatíveis com essa condição (taxa livre de risco)

Vejamos uma situação hipotética, na qual um ativo pode ter dois valores ao final de um mês. Há uma probabilidade de 50% de que o ativo valha R$ 100,00 ao final do mês e de 50% de que valha R$ 0,00. Portanto, o valor esperado no final do mês é :

E[valor do ativo] = 50% x 100 + 50% x 0 = R$ 50,00

Em termos atuais, descontando continuamente a uma taxa ajustada ao risco da operação de 1,5% a.m., esse ativo vale:

50,00 / $e^{1,5}$ = R$ 49,26

$$VP = \frac{(50\%\;x\;100{,}00) + (50\%\;x\;0{,}00)}{e^{1{,}50\%}}$$

VP 49,26

Em uma situação neutra em relação ao risco, tal qual na carteira formada pelo modelo binomial, pode-se calcular **p** a fim de gerar o mesmo resultado. Admitindo a taxa livre de risco[76] de 0,95% a.m., tem-se:

$$\frac{p\;x\;100{,}00 + (1-p)x\;0{,}000}{e^{0{,}95\%}} = 49{,}26$$

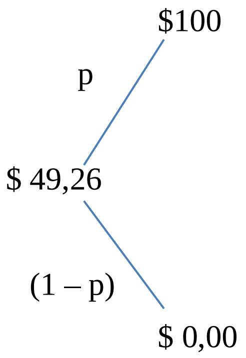
$$100{,}00\;x\;p = 49{,}26\;x\;e^{0{,}95\%}$$

$$p = 49{,}73\%$$

$$1 - p = 50{,}27\%$$

[76] Observe que temos duas taxa: uma ajustada ao risco da operação e a outra livre de risco, esta, obviamente, menor!

A árvore montada na situação livre de risco é dada por:



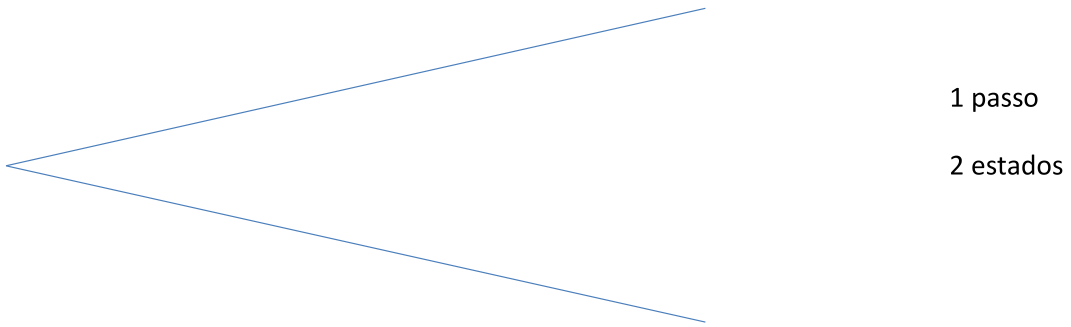
Perceba que, se for calculado o valor presente do ativo-objeto usando as probabilidades neutras em relação ao risco e a taxa livre de risco, ele será o mesmo do cálculo usando a abordagem ajustada ao risco. Portanto, as duas abordagens são equivalentes.

A teoria de opções utiliza a abordagem neutra ao risco. Isso permite que os parâmetros p e r não sejam alterados ao longo da árvore binomial, simplificando a mecânica do cálculo.

Considerações sobre p

O modelo de árvores é uma representação discreta dos modelos contínuos. Tanto árvores binomiais, trinomiais como quadrinomiais simulam o movimento browniano geométrico.

Para uma melhor representação de árvores, quanto mais passos no modelo, melhor será o resultado. Quanto menor a variação do tempo (δt), menores serão os tamanhos dos passos na árvore, mais granular ela será e maior será a precisão.



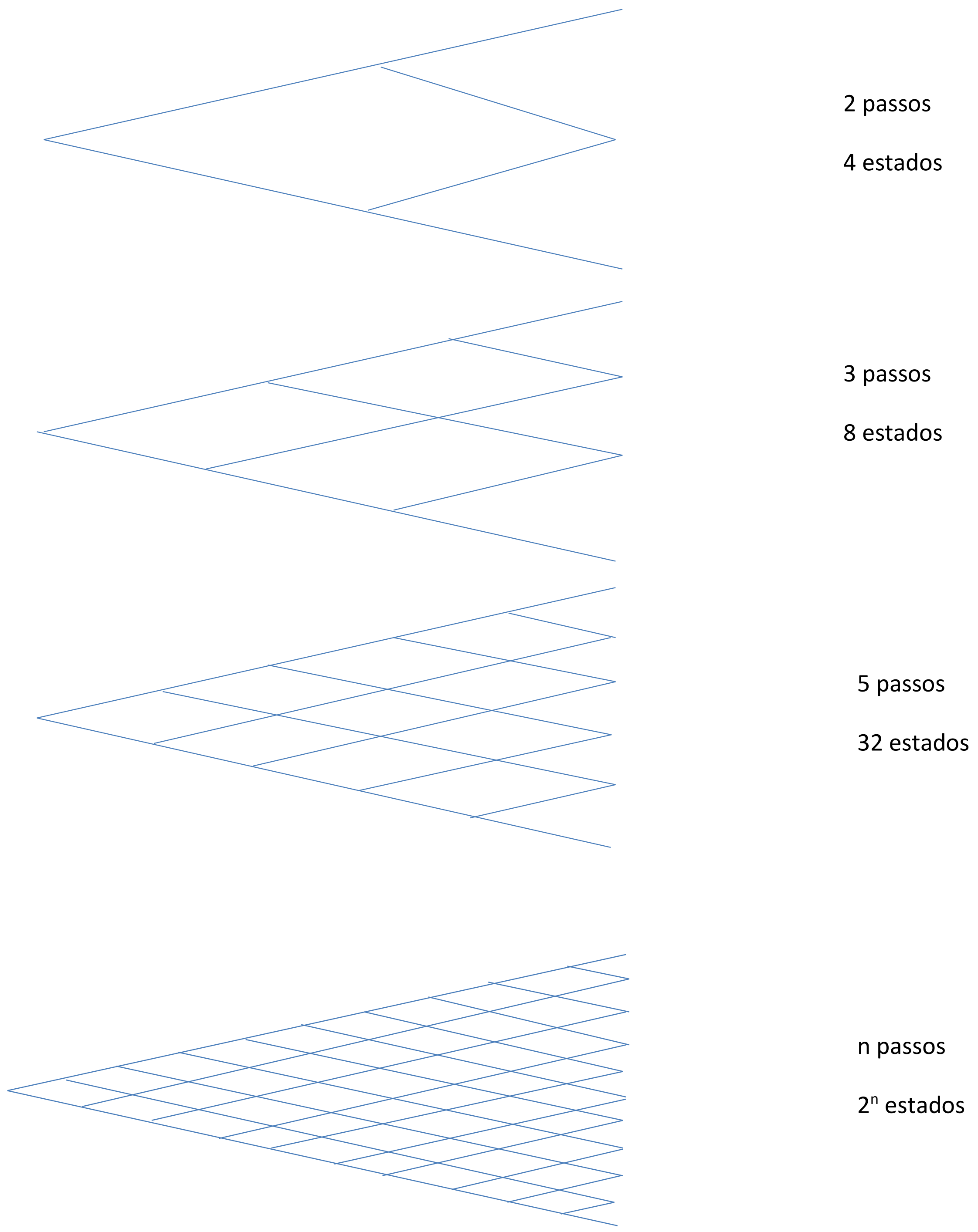


Figura 5.20

No limite, quando o tempo dos saltos se aproxima de zero ($\delta t \to 0$), a quantidade de passos da árvore tende ao infinito ($n \to \infty$). Com isso, a formação da árvore binomial tende a se aproximar do processo contínuo. Assim, o cálculo do valor da opção pelo modelo binomial se aproxima do cálculo pelos modelos, tais como o Black & Scholes.

Partindo do exemplo, anterior, pode-se resolvê-lo ampliando a quantidade de passos. Admita sua resolução com seis passos. A variação do tempo será bimestral (1/6 ano = 0,17 ano = 2 meses). Os parâmetros u, d e p serão:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = e^{0,18\sqrt{0,17}} = 1,0763$$

$$d = \frac{1}{u} = \frac{1}{1,0763} = 0,9292$$

$$p = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0,13\ 0,17} - 0,9292}{1,0763 - 0,9292} = 63,05\%$$

5.10 - OUTRA FORMA DE EXIBIR A ÁRVORE BINOMIAL

O procedimento do exemplo anterior utiliza recursos da planilha mantendo a forma da árvore binomial. Verifique que esse procedimento é simples de ser repetido para mais intervalos, por exemplo, j = 5, 6, 7, ..., n. Entretanto, manter a construção da árvore dessa forma se torna bastante trabalhoso e não se tem controle visual em toda a árvore. O próximo exemplo mostra o mesmo procedimento, porém sem manter a forma simétrica da árvore. Ao mesmo tempo, este é mais simples de ser repetido para mais intervalos, por exemplo, j = 5, 6, 7, ..., n.

Exemplo 3 – Precificando *call* europeia ou americana com outra exibição

Admita uma opção de compra (*call*) europeia ou americana sobre um ativo-objeto, cujo preço atual S seja R$ 100,00. Seu preço de exercício X é R$ 100,00 e a opção tem prazo T de um ano. Sabendo-se que a taxa livre de risco é 13,88% a.a. e o desvio padrão anual do ativo é 18%, pede-se calcular o valor da opção.

Solução

Com o preço de exercício $100 e vencimento T daqui a 1 ano, foi construída a planilha **PLAN37** com seis períodos considerando o preço da ação hoje de S = $100, prazo total T = 1 ano, sua volatilidade σ = 0,18 e a taxa efetiva livre de risco i = 13,88% a.a[77]. A planilha contém três partes, o intervalo B3:C14 com os dados S, X, δt, σ, i e n e os resultados u, d, r, p e (1-p), a planilha de preços da ação para n = 6 intervalos (passos) foi construída no intervalo de células E3:L10, e a planilha dos valores intrínsecos da opção até o prêmio da *call* na data inicial T = 0, no intervalo de células E12:L19.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	***Call* - Seis períodos**												
2													
3		S	$100		Ação	0	1	2	3	4	5	6	
4		X	$100		0	$100,00	$107,63	$115,83	$124,66	$134,17	$144,40	$155,41	
5		*δt*	0,17		1		$92,92	$100,00	$107,63	$115,83	$124,66	$134,17	
6		*σ*	0,18		2			$86,33	$92,92	$100,00	$107,63	$115,83	
7		*u*	1,0763		3				$80,22	$86,33	$92,92	$100,00	
8		*d*	0,9292		4					$74,53	$80,22	$86,33	
9		*i*	13,88%		5						$69,25	$74,53	
10		*r*	13,00%		6							$64,35	
11		*n*	6										
12					*Call*	0	1	2	3	4	5	6	
13					0	$14,19	$18,77	$24,37	$30,96	$38,41	$46,54	$55,41	
14					1		$7,20	$10,33	$14,56	$20,07	$26,81	$34,17	
15		*p*	0,630534		2			$2,29	$3,72	$6,03	$9,77	$15,83	
16		1-*p*	0,369466		3				$0,00	$0,00	$0,00	$0,00	
17					4					$0,00	$0,00	$0,00	
18					5						$0,00	$0,00	
19					6							$0,00	
20													

Figura 5.21

[77] Taxa SELIC.

Planilha de preços da ação

Na célula F4 foi inserida a fórmula =$C$3 que registra o valor da ação em T = 0.

- Na célula G4 foi registrada a fórmula: =F4*$C$7, resultado de S_u. Depois, essa fórmula foi copiada até a célula L4 que registra o valor $155,41, resultado de S_u no n = 6.
- Como mostrado nos exemplos anteriores, sendo conhecidos os preços ascendentes, todos os restantes preços podem ser obtidos a partir desses valores combinados com o fator descendente d. A seguir, na célula G5 foi registrada a fórmula: =SE($E5>G$3;"";SE($E4<=G$3;F4*$C$8;0)). Dessa maneira, se a primeira condição $E5>G$3 for verdadeira, a fórmula retorna um título vazio. Depois, se a condição $E4<=G$3 for verdadeira, então na célula G5 será registrado o resultado de F4*$C$8, caso contrário, será registrado o valor zero[78]. Note que F4 é o preço inicial da ação S, C8 é o fator descendente d e o resultado da célula G5 é S_d. Depois, essa fórmula é copiada até a célula L5.
- Para concluir, selecione o intervalo G5:L5 e a seguir arraste-o até a linha 10 da planilha.

Comparando com a árvore binomial do valor do ativo-objeto, no procedimento com a planilha, os preços da ação são registrados em células contíguas, o movimento de preços ascendentes é <u>horizontal</u>, e o movimento de preços descendentes é <u>vertical</u>.

Planilha de preços da opção

A determinação do preço da *call* é iniciada nos preços do intervalo T, coluna L da planilha. Na planilha L13 é registrada a fórmula =MÁXIMO(0;L4-$C$4), cujo resultado é $55,41, o valor intrínseco da trajetória de preços ascendentes. Depois essa fórmula é copiada até a célula L19.

- Na célula F13 é registrada a fórmula: =EXP(-$C$10*$C$5)*($C$15*G13+$C$16*G14). Nessa fórmula, EXP(-$C$10/$C$11) é o fator de desconto com a taxa instantânea (1,46%)/4, e ($C$15*G13+$C$16*G14) é a média ponderada de dois valores intrínsecos do período (1/4)T. Depois, essa fórmula é copiada até a célula K13.
- Na célula G14 é registrada =SE(F4="";"";EXP(-$C$10*$C$5)*($C$15*H14+$C$16*H15)) e depois essa fórmula é copiada até a célula K14.
- Para concluir, selecione o intervalo G14:K14 e a seguir arraste-o até a linha 19 da planilha.

Finalmente, na célula F13 obtemos o preço (prêmio) da *call* igual a $14,19, resultado na data T = 0.

As opções de venda (*put*) americana e europeia são dadas na **PLAN37 B**. A opção de venda (*put*) americana (R$ 3,39) foi maior do que a europeia (R$ 2,00) pelas oportunidades de exercício antecipadas. Na árvore da opção de venda (*put*) americana, as células que indicam os pontos de exercício antecipado estão marcadas. Em cada ponto desses, foi melhor exercer a opção de venda do que esperar os resultados dos nós seguintes.

[78] Dessa maneira construímos uma matriz diagonal superior.

***Put* - Seis períodos**

S	$100
X	$100
δt	0,17
σ	0,18
u	1,0763
d	0,9292
i	13,88%
r	13,00%
n	6

p	0,630534
1-*p*	0,369466

Ação	0	1	2	3	4	5	6
0	$100,00	$107,63	$115,83	$124,66	$134,17	$144,40	$155,41
1		$92,92	$100,00	$107,63	$115,83	$124,66	$134,17
2			$86,33	$92,92	$100,00	$107,63	$115,83
3				$80,22	$86,33	$92,92	$100,00
4					$74,53	$80,22	$86,33
5						$69,25	$74,53
6							$64,35

Put européia	0	1	2	3	4	5	6
0	$2,00	$0,88	$0,23	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00
1		$4,02	$2,03	$0,65	$0,00	$0,00	$0,00
2			$7,66	$4,51	$1,79	$0,00	$0,00
3				$13,49	$9,43	$4,94	$0,00
4					$21,23	$17,64	$13,67
5						$28,61	$25,47
6							$35,65

Put americana	0	1	2	3	4	5	6
0	$3,39	$1,34	$0,33	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00
1		$7,08	$3,13	$0,93	$0,00	$0,00	$0,00
2			$13,67	$7,08	$2,56	$0,00	$0,00
3				$19,78	$13,67	$7,08	$0,00
4					$25,47	$19,78	$13,67
5						$30,75	$25,47
6							$35,65

Figura 5.22

Baseado na **PLAN37 B** construa outra planilha com 12 passos e a analise. Você perceberá que o aumento do número de passos nas árvores favorece o detalhamento dos dados, tornando-os mais apurados. Quando é maior o número de passos, o cálculo do valor da opção torna-se mais refinado e conduz a melhores resultados.

No limite, os resultados do método binomial, quando os passos forem suficientemente pequenos, aproximam-se dos resultados pelo método Black & Scholes. Por esse método, o valor das opções de compra e de venda europeias são R$ 14,51 e R$ 2,32.

ANÁLISE DA ÁRVORE BINOMIAL

Os valores intrínsecos da *call* no último intervalo n = 6 podem ser obtidos na planilha Excel sem necessidade de desenhar a árvore. Para isso, analisemos a árvore dos preços da ação do exemplo:

- O preço final da trajetória de preços ascendentes da árvore com seis intervalos é obtido com $100 x u^6 = $ 155,41. De forma geral, para n intervalos, o preço final é S x u^n.
- O preço da ação $ 134,17 é obtido da trajetória de preços ascendentes até o intervalo 5 e o último ramo descendente com $ 100 x u^5 x d^1 = $ 134,17. De forma geral, para **n** intervalos, o preço final é $Su^{n-1}d^1$.
    - Verifique que esse mesmo resultado também pode ser obtido com as quatro seguintes trajetórias Su^5d^1, Su^4du, $Su^1d^1u^4$ e Sd^1u^5, pois estas têm o mesmo resultado $Su^{6-1}d^1$, e, de forma geral, o preço final é $Su^{n-1}d^1$

- O preço da ação $ 100 é obtido da trajetória de preços ascendentes até o intervalo 4 com os seguintes dois últimos ramos descendentes com $ 100 x u^4 x d^4 = $ 100. De forma geral, para n intervalos, o preço final é $Su^{n-2}d^2$.
- O preço da ação $ 74,53 é obtido pela trajetória de preços ascendentes até o intervalo 1 mais os seguintes cinco últimos ramos descendentes com $ 74,53. De forma geral, para n intervalos, o preço final é $Su^{n-5}d^5$.
  - Verifique que esse mesmo resultado também pode ser obtido com as quatro seguintes trajetórias Su^1d^5, Sd^1ud^4, $Sd^2u^1d^3$ e Sd^5u^1, pois estas têm o resultado $Su^{n-5}d^5$.
- Por último, o preço final da trajetória de preços descendentes da árvore com seis intervalos é obtido com $100 x d^6 = $ 64,35. De forma geral, para **n** intervalos, o preço final é Sd^n.

5.11 - OUTRO PROCEDIMENTO PARA CALCULAR A ÁRVORE BINOMIAL

Numa árvore binomial com **n** intervalos, movimento ascendente u e movimento descendente d, há (n+1) valores finais, 2^n trajetórias possíveis, sendo que algumas delas terminam no mesmo valor final, e (n + 1) x (n + 2)/2 número de nós da árvore. Considerando j = 0, 1, ..., n como ramos ascendentes da árvore binomial, o número de possíveis trajetórias de cada preço final da ação é calculado assim[79]:

$$\frac{n!}{j!\,(n-j)!}$$

Por exemplo, para n = 6, o número de trajetórias de apenas preços ascendentes é igual a um, pois para j = 6 se obtém:

$$\frac{6!}{6!\,(6-6)!} = 1$$

Outro exemplo, o número de trajetórias de dois preços ascendentes, j = 2, e consequentemente dois preços descendentes, é igual a 6, resultado obtido com:

$$\frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6!}{2!\,4!} = 15$$

A tabela abaixo mostra os resultados das combinações para n = 4 e j = 0, 1, 2, 3 e 4.

n=	**6**
j	**Combinações**
0	1
1	6
2	15
3	20
4	15
5	6
6	1

Figura 5.23 – Número de combinações possíveis para n = 5.

[79] O número de resultados possíveis pode ser obtido com a função COMBIN do Excel registrando a fórmula =COMBIN(n;j).

PRÊMIO DA *CALL* EUROPÉIA

As análises anteriores permitem deduzir uma expressão geral para a determinação do prêmio da *call* europeia. Na árvore binomial com n intervalos de movimentos ascendentes u e descendentes d há (n + 1) resultados possíveis, e o valor intrínseco no último intervalo n, considerando j = 0, 1, ..., n, é obtido com:

$$\text{Máximo}(0, Su^j d^{n-j} - X)$$

Na árvore binomial com n intervalos, a probabilidade de ocorrerem j movimentos ascendentes com probabilidade p é medida com:

$$\frac{n!}{j!\,(n-j)!} \;.\; p^j \;.\; (1-p)^{n-j}$$

Dessa maneira, o valor esperado da *call* na data de exercício, ou no final do prazo T é:

$$E(f) = \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{n!}{j!\,(n-j)!}\right) p^j (1-p)^{n-j}\; Máximo(0, Su^j d^{n-j} - X)$$

Finalmente, o prêmio f da *call* na data inicial é:

$$f = e^{-rT} \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{n!}{j!\,(n-j)!}\right) p^j (1-p)^{n-j}\; Máximo(0, Su^j d^{n-j} - X)$$

Essa expressão mostra que na determinação do prêmio da *call* europeia ou americana interessam apenas os resultados da ação no último intervalo, os parâmetros da árvore binomial, o preço de exercício X e a taxa livre de risco **r**. Como exemplo, na coluna Q da planilha **PLAN37 B** apresentada na figura abaixo, são registradas as sete parcelas (n + 1) da expressão anterior para n = 6. E o prêmio $ 14,19 da *call* é obtido na célula R30 dessa planilha com:

$$C_T = e^{-0{,}13\,.1} \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{6!}{j!\,(6-j)!}\right) 0{,}630534^j (1-0{,}3695)^{4-j}\; Máximo(0, \$\,100\, u^j\, d^{6-j} - \$\,100)$$

$$C = e^{-0{,}13} (\$\,3{,}48 + \$\,7{,}55 + 5{,}12 + \$\,0 + \$\,0 + \$\,0 + \$\,0) = \$\,14{,}19$$

Note que se forem adicionados mais intervalos, por exemplo, 5, 10, 15 ou mais, a abordagem probabilística neutra com relação ao risco continua válida. Ademais, o prêmio da opção é sempre igual ao valor intrínseco esperado em um ambiente de risco neutro e descontado com a taxa de juro r livre de risco, medida como taxa instantânea. O primeiro procedimento exige a construção da árvore binomial, porém permite que você entre dentro da árvore para modifica-la e avaliar outros tipos de opções. Mas o segundo procedimento é mais eficiente para o cálculo de um definido tipo de opção.

Estes cálculos para o exemplo anterior de 6 passos estão mostrados na **PLAN37 C**, que apresentamos abaixo:

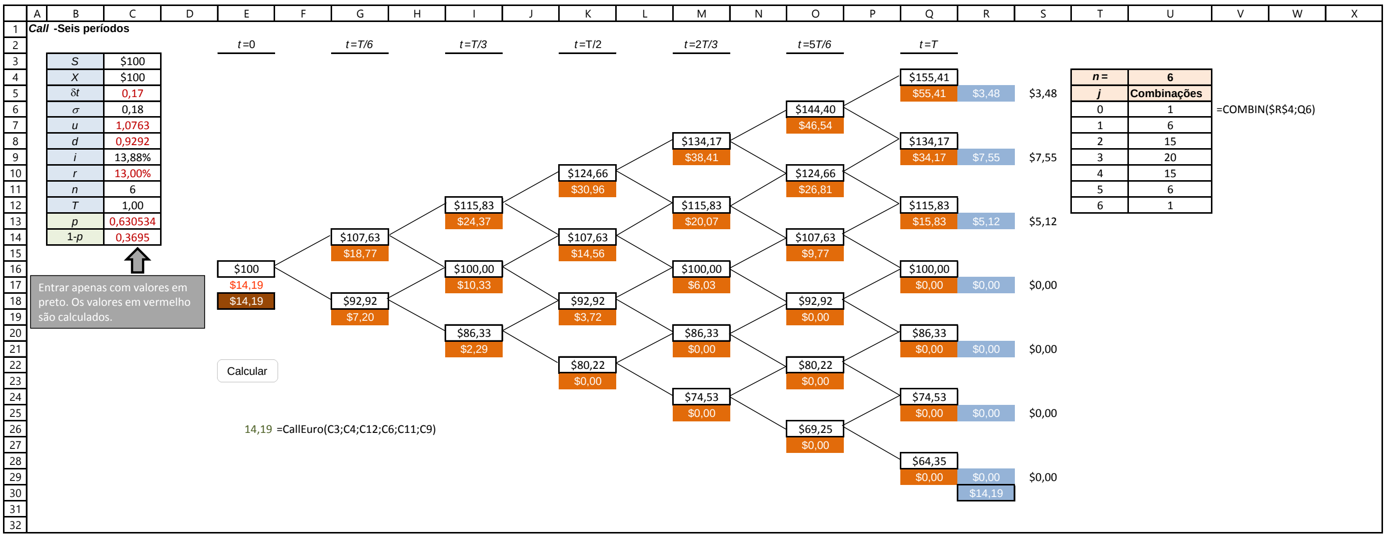


Figura 5.24

5.12 - COMENTÁRIOS

A determinação do preço da *call* construindo a árvore binomial na planilha Excel pode ser utilizada para mais de seis intervalos. Entretanto, à medida que aumentar o número de intervalos, a construção da árvore se torna trabalhosa e não se tem controle visual de toda a árvore. O exemplo 3 mostra o mesmo procedimento, porém sem manter a forma da árvore. Comparando com a árvore binomial do exemplo 2, no procedimento da planilha Excel, os preços da ação são registrados em células contíguas, os preços ocorrem numa árvore cujo movimento de preços ascendentes é horizontal, e o movimento de preços descendentes é vertical; representação mais simples de repetir para intervalos maiores. Contudo, nos dois casos, é preciso ter uma árvore para cada n definido. Essa situação é resolvida utilizando a expressão geral do valor intrínseco esperado em um ambiente de risco neutro e descontado com a taxa de juro r livre de risco, medida como taxa instantânea.

5.13 - Avaliando opções sobre ações com rendimentos de dividendos conhecidos

No caso de ações individuais, é frequentemente mais realístico assumir que a ação pagará quantias de dólares conhecidas de dividendos em datas específicas no futuro em vez de fornecer um rendimento de dividendo contínuo conhecido no decorrer do tempo. Isto pode ser manuseado com uma pequena modificação na árvore binomial.

Suponha que sabemos que uma ação pagará somente um dividendo dentro do período para o qual estamos construindo a árvore binomial. Podemos calcular o valor presente do dividendo (usando a taxa de retorno livre de risco como usual), subtraí-lo do preço inicial da ação, e ter a parte restante do preço da ação como sua componente de incerteza. Podemos então construir uma árvore como antes para apenas a componente de incerteza do preço da ação. Finalmente, podemos criar a árvore para o preço total da ação adicionando ao componente de incerteza em cada nó (das árvores anteriores) o valor presente do dividendo naquele ponto no tempo O valor presente ficará maior quando o passo ficar mais perto do momento do pagamento do dividendo, e, é claro, nenhum ajuste para o dividendo tiver sido feito nos nós além do momento do pagamento de dividendo. Esta mesma abordagem pode ser usada se existirem mais do que um pagamento de dividendo durante o tempo coberto pela árvore.

Preços de opção ou de outro derivativo podem ser calculados como antes usando a árvore para o preço total da ação.

Especificando os parâmetros para árvores binomiais

Cox, Ross, e Rubinstein (CRR) mostraram que se escolhermos o parâmetro para uma árvore binomial e probabilidade de movimento para cima como segue, a árvore se ajustará estreitamente à média e a variância do preço da ação durante curtos intervalos de tempo e podemos usar a avaliação neutra em relação ao risco.

$$u = \exp(\sigma\sqrt{\delta t})$$

$$d = \frac{1}{u}$$

$$p = \frac{a-d}{u-d}, onde\ a = \exp[(r-q)\delta t]$$

Aqui σ é a volatilidade da ação, q é o rendimento de dividendo constante, e δt é o tamanho de cada passo, isto é, ele é igual ao tamanho no tempo da árvore (por exemplo, prazo de vencimento para a opção para uma árvore de avaliação de opção) dividido pelo número de passos que escolhemos para a árvore. Para ações que não pagam quaisquer dividendos, q será 0. Árvores construídas usando estes parâmetros são chamadas árvores CRR, e nós usaremos as árvores CRR em todos os nossos modelos. Um pouco de outros conjuntos alternados de parâmetros são também usados para construir outros tipos de árvores binomiais, tais como a árvore Jarrow-Rudd, mas as árvores ainda são construídas do mesmo modo.

5.14 MODELO 1: OPÇÕES EUROPÉIAS SOBRE AÇÕES COM RENDIMENTOS DE DIVIDENDOS CONHECIDOS

O Problema

Desenvolver um modelo para estimar o preço de opções Europeias (ambas, *puts* e *calls*) sobre ações com rendimentos de dividendos conhecidos usando uma árvore binomial de 9-passos, Cox, Ross, e Rubinstein (CRR).

Modelando a Estratégia

A planilha PLAN30 para este modelo é mostrada na Figura 5.24. A maioria das pessoas acha difícil construir suas primeiras árvores binomiais. Em vez de discutir a estratégia de modelagem durante um longo tempo, então, farei umas poucas observações e sugestões que você construirá este primeiro modelo seguindo as instruções passo-a-passo na próxima seção. Comece estudando a planilha do modelo com atenção (Figura 5.24) e tente entender na maior parte como puder baseado na nossa revisão anterior da teoria por detrás do método da árvore binomial.

Em planilhas é usualmente mais conveniente construir a árvore binomial na forma de um triângulo matriz triangular) ao invés da forma de árvore que usamos para discussões. Uma árvore de 9-passos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Precificação Binomial de Opções Européias para Ações com Rendimentos de Dividendos Conhecidos**										
2											
3											
4	Tipo de opção (C = 1, P = -1)	-1			Passo (dt)	**0,0556**					
5	Preço da ação (S)	$ 50,00			u	**1,0483**	multiplicador de movimento up				
6	Preço de Exercício (K)	$ 50,00			d	**0,9540**	multiplicador de movimento down, = 1/u				
7	Taxa de Juros (rr, anual)	8,00%			p	**0,5177**	Probabilidade de risco neutro do movimento up				
8	Rendimento de Dividendos (q, anual)	3,00%			emrdt	**0,9956**	Fator de desconto por passo, =Exp(-rr*dt)				
9	Volatilidade (sigma, anual)	20,00%									
10	Prazo para Vencimento (T, anos)	0,5									
11	Número de passos (n)	9									
12											
13											
14											
15											
16	**Passo**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
17	**Tempo**	0,00	0,06	0,11	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39	0,44	0,50
18											
19	**Preço da ação**	$50,00	$52,41	$54,94	$57,60	$60,38	$63,29	$66,34	$69,55	$72,90	$76,42
20			$47,70	$50,00	$52,41	$54,94	$57,60	$60,38	$63,29	$66,34	$69,55
21				$45,50	$47,70	$50,00	$52,41	$54,94	$57,60	$60,38	$63,29
22					$43,41	$45,50	$47,70	$50,00	$52,41	$54,94	$57,60
23						$41,41	$43,41	$45,50	$47,70	$50,00	$52,41
24							$39,50	$41,41	$43,41	$45,50	$47,70
25								$37,68	$39,50	$41,41	$43,41
26									$35,95	$37,68	$39,50
27										$34,29	$35,95
28											$32,71
29											
30	**Preço da Put**	**$2,25**	$1,35	$0,68	$0,26	$0,06	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00
31			$3,24	$2,07	$1,14	$0,48	$0,12	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00
32				$4,53	$3,10	$1,85	$0,88	$0,25	$0,00	$0,00	$0,00
33					$6,11	$4,46	$2,91	$1,55	$0,53	$0,00	$0,00
34						$7,93	$6,17	$4,39	$2,66	$1,11	$0,00
35							$9,88	$8,14	$6,30	$4,35	$2,30
36								$11,84	$10,19	$8,44	$6,59
37									$13,73	$12,16	$10,50
38										$15,54	$14,05
39											$17,29

Figura 5.24– Modelo #01: Precificação Binomial de opções Europeias com rendimento de dividendo conhecido.

ocupará uma metade triangular em um retângulo de 10 x 10, e o valores podem, ou ocupar a metade triangular superior, ou a metade triangular inferior. Se você usar a metade triangular superior, então os valores do movimento para cima (up) são mostrados na mesma linha que os valores anteriores e os valores do movimento para baixo são mostrados na linha de baixo. Ambos são, obviamente, mostrados na próxima coluna. As colunas representam os passos sucessivos e são numeradas começando com 0 (agora). O tamanho de cada passo iguala o prazo para o vencimento dividido pelo número de passos.

Se a árvore for construída usando a metade triangular inferior do retângulo, então os movimentos para baixo são mostrados na mesma linha na próxima coluna e os movimentos para cima são mostrados na linha acima da próxima coluna. Ainda mais, para alternar as formas das árvores, existem também umas poucas abordagens alternativas disponíveis para gerar os valores para elas. A combinação dos usos é somente uma questão de gosto. Eu ilustrarei somente uma abordagem, que os iniciantes geralmente acham mais fácil de seguir.

Como vimos anteriormente, a única diferença em calcular o preço de uma opção *call* e uma *put* usando árvores binomiais ocorre nos nós do vencimento. Esta diferença pode ser manuseada facilmente com um indicador TipoDeOpção com os valores de +1 e –1 para *calls* e *puts*. Não precisamos criar modelos separados para *puts* e *calls*.

Construindo o Modelo

1. Configure as células de entrada: Rotule as células de entrada como mostrado e nomeie as células como indicado nos seus rótulos. A célula tipo de opção é nomeada TipoDeOpção.

2. Calcule os parâmetros para a árvore: Para calcular os parâmetros necessários para uma árvore binomial CRR, entre com fórmulas como segue:

- Para o passo tempo, dt, na célula F4 entre com a fórmula =T/n.
- Para o multiplicador movimento para cima (up), na célula F5 entre com a fórmula =EXP(B9*RAIZ(dt)).
- Para o multiplicador movimento para baixo (down), na célula F6 entre com a fórmula =1/u.
- Para a probabilidade de risco neutro de movimento para cima (up), na célula F7 entre com a fórmula =(EXP((rr-q)*dt)-d)/(u-d).
- Para o fator de desconto por passo, em F8 entre com a fórmula =EXP(-rr*dt).

3. Crie os rótulos para a árvore: Em B16:K16 entre com o número de passos. Em B17 entre com a fórmula =B16*dt e copie-a em C17:K17 para mostrar o instante que cada passo corresponde.

Entre com os rótulos em A16, A17, A19. Você pode entrar também com "Preço de opção" em A30. Entretanto, se você quiser um rótulo que diga Preço da *Call* ou Preço da Put dependendo do TipoDeOpção especificada, entre em A30 com a fórmula ="Preço da "&SE(TipoDeOpção=1; "*Call*"; "Put").

4. Construa o primeiro passo da árvore de preço da ação: Em B19 entre com a fórmula =$B$5 para começar a árvore. Na coluna C, temos que mostrar os movimentos para cima (up) e para baixo (down) deste valor inicial. Como discutido anteriormente, mostraremos os valores para os movimentos para cima na mesma linha. Em C19 entre com a fórmula =B19*u.

Em C20 você poderá entrar com B19*d para o valor do movimento para baixo e copie e cole esta fórmula em todas as células do retângulo (exceto para a primeira linha, a linha 19). Mas queremos a metade triangular inferior do retângulo fique em branco porque estas células estão fora da árvore. Então em C20 entre com a fórmula =SE(LIN()-LIN($B$19)>C$16;"";B19*d). Esta fórmula, quando copiada abaixo, pode corretamente calcular os valores do movimento para baixo em todas as linhas. Queremos somente 2 linhas no passo 1, 3 linhas no passo 2, e assim por diante. A função SE fica de olho nisto. LIN() retorna o número da linha para a célula onde a fórmula está e a função SE compara-a com o número da linha para a primeira linha da árvore, LIN($B$19). Se numa célula a diferença exceder o número de passos, então aquela célula é desligada da árvore e ficará branca. Isto é o que acontece quando a condição SE for satisfeita porque as aspas duplas resultantes ("") tornam a célula vazia.

Copie esta fórmula em C21:C28. Todas estas células aparecerão vazias porque elas estão fora da árvore.

Esta é uma fórmula importante para construção de uma árvore. Certifique-se de que você tenha entendido isto por completo.

5. Construa o restante da árvore do preço da ação: Copie C19:C28 no resto do retângulo, D19:K28. Note que como um resultado, todas as células na primeira linha terá uma fórmula e e as restantes do retângulo terão uma fórmula diferente. Você deverá ter agora uma árvore com valores idênticos àqueles mostrados na Figura 9.2.

6. Crie a última coluna da árvore preço da opção: A árvore do preço da opção tem que ser construída de volta, começando no vencimento. Baseado nos preços da ação nos diferentes nós no vencimento, podemos facilmente calcular o valores da opção nestes nós finais. Em K30 entre com a fórmula =MÁXIMO(0;TipoDeOpção*(K19-K)) para calcular o valor da opção naquele nó. Para entender a fórmula, pense em termos de uma *call* para qual TipoDeOpção seja 1. O valor da *call* é o preço da ação no nó K19 menos o preço de exercício, exceto que, se ele for negativo, o valor é 0. Isto é o que a fórmula calcula usando a função: MÁXIMO. Agora pense nela como uma *put* com TipoDeOpção = –1. Copie esta fórmula em K31:K39 para completar a última coluna da árvore.

7. Crie as fórmulas para calcular os preços de opção nos nós anteriores: Para a opção Europeia, o valor em qualquer nó é o seu valor esperado no próximo passo (calculado usando as probabilidades de risco neutro dos movimentos up- e down-movimentos) descontado pela taxa livre de risco. Para calcular o valor da opção em J30, entre com a fórmula =SE(J19="";"";(p*K30+(1-p)*K31)*emrdt). A segunda parte da fórmula calcula o valor da opção. Ela é significativa, entretanto, somente quando um nó estiver na árvore. Um modo fácil de testar isto é verificar se a célula correspondente na árvore de preço da ação está vazia ou tem um valor. Isto é o que a função SE faz, e ela torna as células que estão fora da árvore vazias. (Você pode usar também o método que usamos anteriormente para decidir quais células estão fora da árvore.)

Copie esta fórmula, primeiro em J31:J39 e depois então copie J30:J39 para o resto do retângulo, B30:I39. Isto deverá produzir o valor da opção em B30 como mostrado.

Testando o Modelo

Você tem que verificar o modelo fazendo alguns cálculos manuais para ambos, árvore do preço da ação e das opções. Você pode também verificar os preços de opção que ela gera versus os preços calculados usando as equações de *Black-Scholes-Merton* (BSM). Identifique, entretanto, que o preço calculado pela árvore não serão compatíveis aos valores BSM a mesmo que você use uma árvore com muito mais (provavelmente 100 ou mais) passos. Por exemplo, o valor BSM para a opção mostrada é $2,18.

Usos do Modelo

O mais importante uso deste modelo é o entendimento de como construir árvores binomiais. Como podemos usar as equações BSM para calcular os preços exatos para as opções Europeias para ações com rendimentos de dividendos conhecidos, não precisamos de árvores binomiais para eles. Expandir a árvore a muito mais passos é relativamente fácil porque envolve principalmente copiar e colar fórmulas. Ainda, expandir ou contrair árvores — isto é, mudar o número de passos a usar — é mais enfadonho no Excel do que fazer no VBA.

5.15 - MODELO 2: LUCRO DE PORTFÓLIOS DE OPÇÕES NO VENCIMENTO

O Problema

Desenvolver um modelo para estimar o preço de opções Americanas (ambos *puts* e *calls*) sobre ações que não pagam dividendos usando uma árvore binomial de 5-passos Cox, Ross, e Rubinstein (CRR). Simultaneamente calcular os valores das opções Europeias equivalentes e destacar as diferenças nos valores entre as árvores para mostrar onde surgem as diferenças de preços.

Modelando a Estratégia

A planilha PLAN 31 para este modelo está mostrada na Figura 5.25. A principal diferença entre calcular o preço de opções Americanas e Europeias é que opções Americanas podem ser exercidas a qualquer momento. Então temos que testar em cada nó se exercer antes do vencimento terá um *payoff* superior daquele retorno esperado de manter a opção até o vencimento. Como veremos, para ações que não pagam quaisquer dividendos, nunca é ótimo exercer *calls* antecipadamente, mkas pode ser ótimo exercer *puts* antecipadamente. Nos nossos modelos, portanto, esperaremos que os preços da *call* para opções Americanas e Europeias serem idênticos, mas os preços das *puts* Americanas poderão ser superiores daqueles de suas contrapartidas Europeias.

Entre os parâmetros da árvore, para probabilidade de risco neutro de movimento para cima, você pode ou usar a fórmula que usamos no Modelo 1 com q = 0 ou abandonar o q da equação. Gerar a árvore de preço da ação como antes. Inicie então árvores separadas para as opções Americanas e Europeias. Para ambas, calcular os valores no vencimento como antes. Para a opção Europeia, gere o restante da árvore como antes. Para as Opções Americanas, em cada nó nos passos anteriores, compare o valor que calculamos anteriormente (isto é, o valor da opção Europeia) com o *payoff* que será realizado por exercer a opção imediatamente. O valor da opção Americana naquele nó será o maior dos dois.

Usando formatação condicional, negritar os valores da árvore de opção Americana que são diferentes dos correspondentes valores na árvore de opção Europeia.

Construindo o Modelo

1. Configurar os valores de entrada e calcular os parâmetros da árvore: Esta parte é essencialmente a mesma que o Modelo 1. Ou use o rendimento de dividendo **q** = 0, ou como tenho feito,

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Precificação Binomial de Opções Americanas sobre Ações que Não Pagam Dividendos**										
2											
3											
4	Tipo de opção (C = 1, P = -1)	-1			Passo (dt)	**0,1200**					
5	Preço da ação (S)	$ 60,00			u	**1,0717**	multiplicador de movimento up				
6	Preço de Exercício (K)	$ 60,00			d	**0,9331**	multiplicador de movimento down, = 1/u				
7	Taxa de Juros (rr, anual)	4,00%			p	**0,5174**	Probabilidade de risco neutro do movimento up				
8	Volatilidade (sigma, anual)	20,00%			emrdt	**0,9952**	Fator de desconto por passo, =Exp(-rr*dt)				
9	Prazo para Vencimento (T, anos)	0,6									
10	Número de passos (n)	5									
11											
12											
13											
14											
15											
16	**Passo**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**6**				
17	**Tempo**	**0,00**	**0,12**	**0,24**	**0,36**	**0,48**	**0,72**				
18											
19	**Preço da ação**	$60,00	$64,30	$68,92	$73,86	$79,16	$84,84				
20			$55,98	$60,00	$64,30	$68,92	$73,86				
21				$52,24	$55,98	$60,00	$64,30				
22					$48,74	$52,24	$55,98				
23						$45,48	$48,74				
24							$42,43				
25											
26	**Preço da put Americana**	**$3,28**	**$1,55**	$0,45	$0,00	$0,00	$0,00				
27			**$5,18**	**$2,75**	$0,93	$0,00	$0,00				
28				**$7,84**	**$4,72**	$1,93	$0,00				
29					**$11,26**	**$7,76**	$4,02				
30						**$14,52**	$11,26				
31							$17,57				
32											
33	**Preço da put Européia**	$3,17	$1,52	$0,45	$0,00	$0,00	$0,00				
34			$4,98	$2,68	$0,93	$0,00	$0,00				
35				$7,49	$4,58	$1,93	$0,00				
36					$10,69	$7,48	$4,02				
37						$14,24	$11,26				
38							$17,57				
39											
40											

Figura 5.25 – Modelo #02: Precificação Binomial de opções Americanas sobre ações que não pagam dividendo.

delete **q** de ambas entradas e a fórmula para a probabilidade de risco neutro para o movimento para cima.

2. Gerar a árvore de preço da ação: Isto é o mesmo que no Modelo 1.

3. Crie os rótulos para as árvores: Crie os rótulos como antes. Para inserir a palavra "*put*" ou "*call*" no rótulo dependendo do TipoDeOpção, em A26 Eu usei a fórmula ="Preço da "&SE(TipoDeOpção=1;"*call*";"*put*")&" Americana".

4. Gerar a árvore de precificação de opção Americana: Como antes, comece com a última coluna. Em G26 entre com a fórmula =MÁXIMO(0;TipoDeOpção*(G19-K)) para calcular o valor da opção no vencimento. Copie-a em G27:G31.

Para calcular o valor nos passos anteriores, em F26 entre com a fórmula =SE(F19="";"";MÁXIMO(MÁXIMO(TipoDeOpção*(F19-S);0);(p*G26+(1-p)*G27)*emrdt)). É mais fácil analisar esta fórmula começando da de dentro e indo para fora. A última porção da fórmula é a mesma de antes e calcula o valor da opção como o valor presente dos *payoff*s esperados. A função MÁXIMO, mais interna, calcula o *payoff* de exercer imediatamente o modelo quando o maior entre zero e adiferença entre o preço da ação no nó correspondente e o preço de exercício. Uma multiplicação pelo TipoDeOpção manipula as *puts* e *calls* adequadamente. A função MÁXIMO, mais externa, calcula então o valor da opção Americana em relação ao maior dos dois valores estimados. A função SE verifica se a célula está ligada ou desligada na árvore verificando se a correspondente célula na árvore de preço da ação está em branco. Se ele estiver fora da árvore então o SE torna a célula branca.

Uma vez tendo entendido a fórmula, primeiro copie-a em F27:F31, e depois então copie F26:F31 e no resto do retângulo B26:E31. A célula B26 mostrará o valor da opção Americana.

5. Gerar a árvore de preço da opção Europeia: Isto é idêntico à árvore do Modelo 1.

6. Negritar as células diferentes na árvore de opção Americana: Selecione F26 e daí então na guia Início, clique no ícone Formatação Condicional e no menu suspenso em Nova Regra.... Na caixa de diálogo Nova Regra de Formatação, na caixa Selecione um Tipo de Regra: clique em Usar uma fórmula para determinar quais células devem ser formatadas. Na mesma caixa de diálogo, na seção Edite a Descrição da Regra: entre com a fórmula =ABS(F33-F26)>0,001. Clique no botão Formatar..., e na caixa de diálogo Formatar Células, na guia Fonte, na caixa Estilo da fonte: selecione Negrito e clique OK e OK. A condição será satisfeita se o valor da opção Americana for diferente do correspondente valor da opção Europeia em mais do que 0,001, caso em que o Excel tornará o valor da opção Americana em negrito. (Eu usei 0,001 em vez de 0 nos teste porque algumas vezes o arredondamento torna a diferença muito pequena entre os valores das Americanas e Europeias, o que não é significativo).

Usando Colar Especial, copie e cole a formatação condicional no resto das células na árvore de opção Americana.

Testando o Modelo

Verifique para ver que o modelo produz valores idênticos para *calls* Americanas e Europeias. Os valores das *puts* Americanas poderão ser maiores. Mas como você não sabe quanto mais, você terá que fazer alguns cálculos manuais para umas poucas células na árvore de opção Americana para certificar-se de que está fazendo a escolha correta entre exercer uma opção imediatamente e mantê-la, e calcular o *payoff* do exercício imediato corretamente. As células em negrito mais à direita (por exemplo, F29) mostram onde a opção está sendo exercida imediatamente e você pode verificar que o valor está correto.

Usos do Modelo

Árvores binomiais fornecem uma maneira conveniente para calcular os valores de opções Americanas. Para obter um valor preciso, você precisa usar um grande número de passos (por exemplo, mais 50). Não é difícil expandir a árvore Excel para estes muitos passos, mas como veremos, é muito mais fácil fazer isto para modelos binomiais no VBA.

5.16 - MODELO 3: OPÇÕES AMERICANAS SOBRE AÇÕES COM RENDIMENTOS DE DIVIDENDOS CONHECIDOS

O Problema

Desenvolver um modelo para estimar o preço de opções Americanas (ambas, *puts* e *calls*) sobre ações com rendimentos de dividendos conhecidos usando uma árvore binomial de 9-passos, Cox, Ross, e Rubinstein (CRR). Simultaneamente calcular os valores das opções Europeias equivalentes e destacar as diferenças dos valores entre as árvores para mostrar onde as diferenças de preço surgem.

Modelando a Estratégia

A planilha PLAN 32 para este modelo está mostrada na Figura 5.26. A única diferença entre este modelo e Modelo 2 é que aqui as opções são sobre ações com rendimento de dividendos conhecidos. Calculamos os valores para opções Europeias sobre ações similares no Modelo 1. Você tem, portanto, de combinar efetivamente os Modelos 1 e 2, isto é, calcular a probabilidade de risco neutro do movimento para cima, incluindo o rendimento de dividendo. Depois então, na avaliação das opções Americanas por completo mas os nós no prazo de vencimento, você terá que verificar se o exercício imediato fornecerá um *payoff* superior àquele de manter a opção Americana.

Construindo o Modelo

Será mais fácil começar com uma cópia da pasta para o Modelo 1. Eu focalizei somente na modificação necessária aqui.

1. Configurar os valores de entrada e calcular os parâmetros da árvore: Esta parte é a mesma que Modelo 1.

2. Gerar a árvore de preço da ação: Isto é o mesmo que no Modelo 1.

3. Crie os rótulos para as árvores: Crie os rótulos como antes. Para inserir a palavra "*put*" ou "*call*" no rótulo dependendo da TipoDeOpção, em A30 Eu usei a fórmula ="Preço da "&SE(TipoDeOpção=1;" *call*";" *put*")&" Americana".

4. Gerar a árvore de precificação de opção Americana: Este passo é similar àquele do Modelo 2. Comece com a última coluna. A fórmula em K30 é =MÁXIMO(0;TipoDeOpção*(K19-K)). Copie-a para o resto das células daquela coluna.

Para calcular o preço da opção nos passos anteriores, em J30 entre com a fórmula =SE(J19="";"";MÁXIMO(MÁXIMO(TipoDeOpção*(J19-K);0);(p*K30+(1-p)*K31)*emrdt)). Esta é a mesma fórmula que usamos no Modelo 2.

5. Gerar a árvore de preço de opção Europeia: Esta é idêntica à árvore do Modelo 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Precificação Binomial de Opções Americanas sobre Ações com Dividendos Conhecidos**										
2											
3											
4	Tipo de opção (C = 1, P = -1)	-1			Passo (dt)	**0,0556**					
5	Preço da ação (S)	$ 50,00			u	**1,0733**	multiplicador de movimento up				
6	Preço de Exercício (K)	$ 50,00			d	**0,9317**	multiplicador de movimento down, = 1/u				
7	Taxa de Juros (rr, anual)	7,00%			p	**0,5020**	Probabilidade de risco neutro do movimento up				
8	Rendimento de dividendo (q, anual)	2,00%			emrdt	**0,9961**	Fator de desconto por passo, =Exp(-rr*dt)				
9	Volatilidade (sigma, anual)	30,00%									
10	Prazo para Vencimento (T, anos)	0,5									
11	Número de passos (n)	9									
12											
13											
14											
15											
16	**Passo**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
17	**Tempo**	**0,00**	**0,06**	**0,11**	**0,17**	**0,22**	**0,28**	**0,33**	**0,39**	**0,44**	**0,50**
18											
19	**Preço da ação**	$50,00	$53,66	$57,60	$61,82	$66,34	$71,21	$76,42	$82,02	$88,03	$94,48
20			$46,59	$50,00	$53,66	$57,60	$61,82	$66,34	$71,21	$76,42	$82,02
21				$43,41	$46,59	$50,00	$53,66	$57,60	$61,82	$66,34	$71,21
22					$40,44	$43,41	$46,59	$50,00	$53,66	$57,60	$61,82
23						$37,68	$40,44	$43,41	$46,59	$50,00	$53,66
24							$35,11	$37,68	$40,44	$43,41	$46,59
25								$32,71	$35,11	$37,68	$40,44
26									$30,48	$32,71	$35,11
27										$28,40	$30,48
28											$26,46
29											
30	**Preço da put Americana**	**$3,78**	**$2,28**	**$1,17**	**$0,45**	$0,10	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00
31			**$5,32**	**$3,42**	**$1,89**	**$0,81**	$0,21	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00
32				**$7,28**	**$4,99**	**$3,00**	**$1,43**	$0,42	$0,00	$0,00	$0,00
33					**$9,63**	**$7,04**	**$4,60**	**$2,46**	$0,84	$0,00	$0,00
34						**$12,32**	**$9,56**	**$6,80**	**$4,12**	$1,69	$0,00
35							**$14,89**	**$12,32**	**$9,56**	**$6,59**	$3,41
36								**$17,29**	**$14,89**	**$12,32**	$9,56
37									**$19,52**	**$17,29**	$14,89
38										**$21,60**	$19,52
39											$23,54
40											
41	**Preço da put Européia**	**$3,66**	$2,23	$1,15	$0,45	$0,10	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00
42			$5,13	$3,33	$1,86	$0,80	$0,21	$0,00	$0,00	$0,00	$0,00
43				$6,99	$4,85	$2,94	$1,41	$0,42	$0,00	$0,00	$0,00
44					$9,20	$6,81	$4,50	$2,43	$0,84	$0,00	$0,00
45						$11,68	$9,19	$6,62	$4,05	$1,69	$0,00
46							$14,27	$11,86	$9,26	$6,45	$3,41
47								$16,82	$14,58	$12,17	$9,56
48									$19,20	$17,13	$14,89
49										$21,44	$19,52
50											$23,54

Figura 5.26 - Modelo #03: Precificação Binomial de Opções Americanas sobre ações com o rendimento de dividendo conhecido.

6. Negritar as células diferentes na árvore de opção Americana: Faça isto do mesmo modo que você fez no Modelo 2.

Testando o Modelo

Para ações pagando dividendos, mesmo que os valores das *calls* por outro lado sejam idênticos os das opções Americanas e Europeias podem ser diferentes. Assim você verificou o modelo fazendo cálculos manuais para umas poucas células na árvore de opção Americana para garantir-se de que ela está fazendo a escolha correta entre exercer uma opção imediatamente e mantê-la, e calculando o *payoff* do exercício imediato corretamente. As células em negrito mais à direita (por exemplo, J35) mostram onde a opção está sendo exercida imediatamente; você pode verificar que o valor está correto.

Usos do Modelo

Árvores binomiais fornecem a conveniente maneira para calcular valores de opções Americanas. Para obter um valor preciso, você precisa usar um grande número de passos (por exemplo, acima de 50). Não é difícil expander a árvore Excel para estes muitos passos, mas como veremos, é muito mais fácil fazer isto para modelos binomiais no VBA.

5.17 - MODELO 4: OPÇÕES AMERICANAS SOBRE AÇÕES COM DIVIDENDOS EM DÓLARES CONHECIDOS

O Problema

Desenvolver um modelo para estimar o preço de opções Americanas (ambas, *puts* e *calls*) sobre uma ação que pagará uma quantidade conhecida de dólares como dividendos num instante conhecido do futuro. Use uma árvore binomial de 5-passo Cox, Ross, e Rubinstein (CRR) para os cálculos. Simultaneamente calcular os valores das equivalentes opções Europeias.

Modelando a Estratégia.

A planilha PLAN 33 para este modelo está mostrada na Figura 5.27. Para construir este modelo, siga a discussão anterior sobre avaliação de opções sobre ações com dividendos conhecidos em dólares.

Comece com uma cópia da pasta para o Modelo 2, que já tem três árvores embutidas nela. Acima da árvore de preço corrente da ação, construa uma nova árvore para os componentes incertos do preço da ação usando o componente incerto do preço inicial da ação como o seu ponto inicial. Depois então converta a árvore de preço existente da ação numa para o preço total da ação entrando com novas fórmulas nela para refletir o valor presente dos dividendos futuros em cada nó anterior ao pagamento de dividendo. As árvores de valor de opção deverão funcionar sem quaisquer modificações porque elas já funcionavam na árvore que você converteu na árvore de preço total da ação

Construindo o Modelo

Comece com uma cópia da pasta do Modelo 2.

1. **Configurar variáveis de entrada e calcular os parâmetros da árvore:** Não existe nada de novo aqui exceto que você tem que adicionar novas variáveis de entrada para a quantia de dividendo e o tempo até o pagamento do dividendo. Nomeie a célula B11 por div

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Precificação Binomial de Opções Americanas sobre Ações com Dividendos em Dólares Conhecidos**										
2											
3											
4	Tipo de opção (C = 1, P = -1)	-1			Passo (dt)	**0,1200**					
5	Preço da ação (S)	$55,00			u	**1,1486**	multiplicador de movimento up				
6	Preço de Exercício (K)	$50,00			d	**0,8706**	multiplicador de movimento down, = 1/u				
7	Taxa de Juros (rr, anual)	8,00%			p	**0,5001**	Probabilidade de risco neutro do movimento up				
8	Volatilidade (sigma, anual)	40,00%			emrdt	**0,9904**	Fator de desconto por passo, =Exp(-rr*dt)				
9	Prazo para Vencimento (T, anos)	0,6000									
10	Número de passos (n)	5									
11	Quantia do dividendos	$2,00									
12	Prazo para a data ex-dividendo	0,25									
13											
14											
15											
16	**Passo**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**6**				
17	**Tempo**	**0,00**	**0,12**	**0,24**	**0,36**	**0,48**	**0,72**				
18											
19	**Preço da ação (parte incerta)**	$53,04	$60,92	$69,98	$80,38	$92,32	$106,04				
20			$46,18	$53,04	$60,92	$69,98	$80,38				
21				$40,20	$46,18	$53,04	$60,92				
22					$35,00	$40,20	$46,18				
23						$30,47	$35,00				
24							$26,53				
25											
26	**Preço da ação (total)**	$55,00	$62,90	$71,98	$80,38	$92,32	$106,04				
27			$48,16	$55,04	$60,92	$69,98	$80,38				
28				$42,20	$46,18	$53,04	$60,92				
29					$35,00	$40,20	$46,18				
30						$30,47	$35,00				
31							$26,53				
32											
33	**Preço da put Americana**	**$4,27**	**$1,88**	$0,46	$0,00	$0,00	$0,00				
34			**$6,75**	**$3,33**	$0,94	$0,00	$0,00				
35				**$10,29**	**$5,79**	$1,89	$0,00				
36					**$15,00**	**$9,80**	$3,82				
37						**$19,53**	$15,00				
38							$23,47				
39											
40	**Preço da put Européia**	$4,07	$1,82	$0,46	$0,00	$0,00	$0,00				
41			$6,40	$3,21	$0,94	$0,00	$0,00				
42				$9,71	$5,55	$1,89	$0,00				
43					$14,05	$9,32	$3,82				
44						$19,05	$15,00				
45							$23,47				
46											
47											

Figura 5.27 – Modelo #04: Precificação Binomial de Opções Americanas sobre ações com dividendo em dólar conhecido.

e célula B12 exdiv. Certifique-se de que a cópia que você está usando não inclui o rendimento de dividendo, q.

2. Construa a árvore para o componente de incerteza do preço da ação: Construa esta árvore como antes. A única diferença é que aqui na célula B19 você tem que usar a fórmula =(S-div*EXP(-rr*exdiv)), onde a segunda parte é o valor presente dos dividendos div serem pagos a qualquer instante exdiv.

3. Construa a árvore para o preço total da ação: Para adicionar o valor presente do dividendo em cada nó antes do tempo ex-dividendo, em B26 entre com a fórmula =SE(B19="";"";SE(B$17<exdiv;B19+div*EXP(rr*(B$17-exdiv));B19)). A parte longa no meio da fórmula calcula o valor presente do dividendo num nó usando a diferença entre o tempo ex-dividendo e o tempo do nó. Depois então ela adiciona este valor ao correspondente preço da ação da primeira árvore. A função SE mais interna garante que este cálculo seja feito somente nos nós anteriores ao tempo ex-dividendo. Após este tempo, o preço total da ação é o mesmo que o preço da primeira árvore. Isso é consumado pelo argumento FALSO da função SE. A função SE externa garante que somente os preços para nós que estão na árvore são entrados; as outras células ficam em branco.

Copie e cole a fórmula em todas as células restantes do retângulo.

4. Construa a árvore para as opções Americanas: Isto é construído do mesmo modo como antes baseado na árvore para o preço total da ação. Em G33 entre com a fórmula =MÁXIMO(0;TipoDeOpção*(G26-K)) e copie-a para o resto da coluna. Em F33 entre com a fórmula =SE(F26="";"";MÁXIMO(MÁXIMO(TipoDeOpção*(F26-K);0);(p*G33+(1-p)*G34)*emrdt)) e copie-o no restante do retângulo.

5. Construa a árvore para as opções Europeias: Isto também é construído do mesmo modo que antes usando a segunda árvore de preço da ação. A fórmula em G40 é =MÁXIMO (0;TipoDeOpção*(G26-K)). Copie-a para o restante da coluna. Na F40 entre com a fórmula =SE(F19="";"";(p*G40+(1-p)*G41)*emrdt) e copie-a para o resto do retângulo.

Testando o Modelo

Verifique a segunda árvore calculando manualmente o preço em um ou dois nós antes do momento ex-dividendo para se garantir de que o valor presente dos dividendos está sendo adicionado adequadamente. Verifique também se os preços em ambas as árvores de preço da ação são os mesmos após o tempo ex-dividendo. Teste as árvores de opções Americanas e Europeias como antes. Verifique também que o valor da opção Americana é sempre maior que ou igual àquele da opção Europeia.

Usos do Modelo

Este modelo pode ser facilmente estendido para acomodar diversos dividendos de quantias de dólares conhecidas. Também, mel

Vantagens e limitações do modelo de Árvore Binomial

A maior *vantagem* do modelo Binomial sobre o modelo BSM (Black-Scholes-Merton) é uma formulação matemática mais simples. Outra importante vantagem é que o modelo Binomial (Rubinstein propôs também um modelo trinomial, derivado do binomial) pode ser usado para precificar as opções do tipo americanas, de maneira mais acurada. Isso se deve ao fato de ser possível com este modelo verificar, a cada instante da vida da opção (isto é, a cada etapa da árvore binomial), a possibilidade de exercê-la antecipadamente.

O modelo binomial resolve, basicamente, a mesma equação, usando o procedimento computacional do modelo BSM e uma abordagem analítica, e assim, possibilita oportunidades de verificação do exercício antecipado para as opções do tipo americanas.

A principal *limitação* deste modelo é a sua velocidade, relativamente lenta. É trabalhoso o cálculo simultâneo das opções, e mesmo com os atuais PCs não constitui uma solução prática calcular, ao mesmo /tempo, algumas centenas de preços em poucos segundos.

CAPÍTULO 06 – MODELAGEM EM VBA DE OPÇÕES E PORTFÓLIOS DE OPÇÕES

Agora desenvolveremos no VBA alguns dos mesmos modelos que foram desenvolvidos no Excel para precificação de opções e de portfólios de opções. Ao fazer isto nos permitirá ver que muito embora possamos desenvolver estes modelos no Excel, criá-los em VBA oferece muitas vantagens. Por exemplo, desenvolveremos uma função de planilha para se calcular os preços das opções baseado no modelo de *Black-Scholes-Merton* (BSM) que pode então ser usado em outros modelos de planilha ou VBA. Desenvolveremos também uma função que calcula automaticamente a volatilidade Implícita. No modelo Excel, o usuário tinha que fazer isto usando a função Atingir Metas (*Goal Seek*). Mais importante, desenvolveremos modelos mais úteis para preço de um portfólio de opções para avaliar as várias estratégias de negociação do preço de opção.

Não precisaremos de teoria ou conceitos além daqueles cobertos anteriormente com modelagens de Opções e Portfólios de Opções. Recomendamos que você faça estude o material anterior e trabalhe nos modelos de lá antes de trabalhar nos modelos daqui.

6.1 - Exemplos de Modelagens

MODELO 1: LUCRO DE UM PORTFÓLIO DE OPÇÕES NO VENCIMENTO

O Problema

Desenvolver um modelo para calcular os lucros projetados de um portfólio de posições em ações, *calls*, e *puts*, no momento do vencimento das opções para um intervalo de preço terminais de ações (isto é, preço das ações quando as opções vencerem). Todas as posições são sobre a mesma ação e todas as opções vencem ao mesmo tempo. Para cada posição, o usuário deverá ser capaz de entrar com o tipo de posição (ação, *put*, ou *call*), preço de exercício ou preço de compra da ação, tamanho da posição, e prêmio pago (se opção).

Crie um diagrama para mostrar os lucros projetados do portfólio (valores) para um intervalo de preço terminal de ações semelhantes àquele mostrado na Figura 6.1

	A	B	C	D
1		Lucro de um Portfólio de Ações e Opções no Vencimento da Opção		
2				
3	Tipo	Preço de	Tamanho da	Prêmio
4	Posição	Exercício	Posição	
5	Usar C/P/S		Long + +	
6	C	R$ 30,00	5	R$ 10,50
7	C	R$ 40,00	-10	R$ 3,00
8	C	R$ 50,00	5	R$ 0,50
9	C	R$ 25,00		
10	C	R$ 30,00		
11	P	R$ 40,00		
12	P	R$ 10,00		
13	P	R$ 30,00		
14	P	R$ 20,00		
15	P	R$ 30,00		
16	S	R$ 20,00		
17	S	R$ 10,00		
18	S	R$ 40,00		
19	S	R$ 50,00		
20	S	R$ 20,00		
21				
22	Preço Terminal Mais Baixo		0	
23				
24				
25	Prêmio Total Receb/Pago			(R$ 2.500,00)
26				
27	Preço	Lucro		
28	Terminal	Portfólio		
29				
30	0	(R$ 2.500,00)		
31	2	(R$ 2.500,00)		
32	4	(R$ 2.500,00)		
33	6	(R$ 2.500,00)		
34	8	(R$ 2.500,00)		
35	10	(R$ 2.500,00)		
36	12	(R$ 2.500,00)		
37	14	(R$ 2.500,00)		

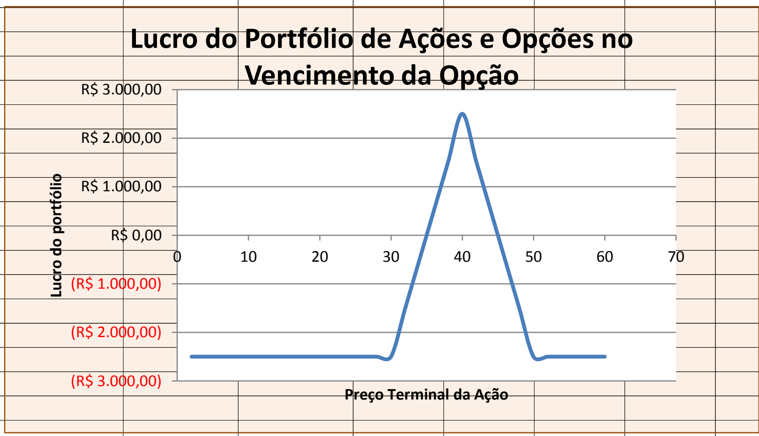


Figura 6.1 - Modelo #01: Lucro de um Portfólio de Ações e Opções no Vencimento da Opção (Ver **Plan23A**)

Modelando a Estratégia

Para fornecer flexibilidade, deixe o usuário fornecer o preço terminal mais baixo a ser usado nos seus cálculos e usar mais 30 preços terminais em passos de $2. (Você pode também fazer o tamanho do passo e o número de passos como entradas pelo usuário).

Começando por calcular o prêmio total líquido pago e recebido para todas as posições.

Você pode ignorar o investimento nas posições de ações neste estágio e calcular o lucro sobre as posições de ações no final como a diferença entre o preço terminal e o preço original.

Para calcular o lucro sobre o portfólio para todos os preços terminais, você terá de usar laços aninhados. O laço externo moverá o controle pelos preços terminais, um de cada vez, e o laço interno acumulará o lucro para todas as posições para cada preço terminal. Como o cálculo do lucro para uma posição é diferente para *puts*, *calls* e ações, você pode usar uma estrutura Select Case ou uma estrutura If aninhado para decidir qual tipo de cálculo tem que ser feito baseado no tipo de posição.

Você pode fazer o VBA criar o diagrama atualizado a cada vez, incluindo o código apropriado no seu modelo. Como mostrei nos modelos do Capítulo21: *Analisando a História do Mercado*, você pode usar o Gravador de Macro para gerar o código necessário.

Alternativamente, você pode criar o diagrama manualmente, e ele ficará automaticamente atualizado cada vez que o código for executado e a série de dados para o diagrama mudar.

O Código para o Modelo:

```
Option Explicit
Sub Lucro_Port_Opcao_Vencimento()

' Este programa calcula o lucro de um portfólio
' de puts, calls, e ações no momento em que
' as opções vencerem. Todas as opções vencem ao mesmo tempo.

Dim begPos, endPos, begTerm, totPremRow
Dim tamanhoC, prcStep, numPrc, termPrcRow
Dim typeCol, strkCol, posCol, premCol, termCol, valCol
Dim premPaid, totPrem
Dim roCnt, roTerm, roPos
Dim numPos, optPrem, termPrc
Dim posStrk, posType, portVal

'************************************************************
' Entradas do Programador
'************************************************************

begPos = 6 ' Número da linha onde posições começam
endPos = 20 ' Número da linha onde posições finalizam
termPrcRow = 22 ' Linha de entrada do preço terminal inicial
begTerm = 30 ' Número da linha onde preço terminais inicia

totPremRow = 25 ' Linha para o prêmio total

typeCol = 1 ' Número da coluna para posição tipo
strkCol = 2 ' Número da coluna para preços de exercícios
posCol = 3 ' Número da coluna para posições
premCol = 4 ' Número da coluna de prêmios
termCol = 1 ' Número da coluna para preço terminais
valCol = 2 ' Número da coluna para valores terminais

tamanhoC = 100 ' Tamanho do contrato, 150 ações/contrato
prcStep = 2 ' Passos para incrementar os preço terminais
numPrc = 30 ' No de preço terminais a mostrar
Worksheets("Portfólio Opções").Activate

'**********************************************************
' Calcula prêmio total Recebido/(Pago)
'**********************************************************
totPrem = 0

For roCnt = begPos To endPos
numPos = Cells(roCnt, posCol).Value
optPrem = Cells(roCnt, premCol).Value
premPaid = -numPos * optPrem * tamanhoC
totPrem = totPrem + premPaid
Next roCnt

Cells(totPremRow, premCol).Value = totPrem

'**********************************************************
```

```
55: ' Calcula valores de portfólio em vários preços terminais
56: '**********************************************************
57: 'Cria coluna de preço terminais
58: termPrc = Cells(termPrcRow, 3).Value
59:
60: For roTerm = begTerm To begTerm + numPrc
61: Cells(roTerm, termCol).Value = termPrc
62: termPrc = termPrc + prcStep
63: Next
64:
65: For roTerm = begTerm To begTerm + numPrc
66: termPrc = Cells(roTerm, termCol).Value
67: portVal = totPrem
68:
69: For roPos = begPos To endPos
70: posStrk = Cells(roPos, strkCol).Value
71: posType = Cells(roPos, typeCol).Value
72: numPos = Cells(roPos, posCol).Value
73:
74: If posStrk <> "" Then
75:
76: Select Case posType
77:
78: Case "C"
79: If (termPrc > posStrk) Then
80: portVal = portVal + (termPrc - posStrk) _

* numPos * tamanhoC
82: End If
83:
84: Case "P"
85: If (termPrc < posStrk) Then
86: portVal = portVal + (-termPrc + posStrk) _
87: * numPos * tamanhoC
88: End If
89:
90: Case "S"
91: portVal = portVal + (termPrc - posStrk) _
92: * numPos * tamanhoC
93: End Select
94: End If
95:
96: Next roPos
97:
98: Cells(roTerm, valCol).Value = portVal
99:
100: Next roTerm
101:
102: End Sub
```

Análise do Código

Linhas 1–38: Realiza várias tarefas tais como declaração de variáveis, atribuição de valores a elas, e assim por diante.

Linhas 43–50: O laço For calcula o prêmio pago ou recebido para cada posição e acumula-os na variável totPrem.

Linha 52: Saídas das quantias de prêmio líquido recebido.

Linhas 58–63: Começa lendo o preço terminal mais baixo da ação especificado pelo usuário e depois então cria as séries de preços terminais usando um laço For.

Linhas 65–100: O laço externo For é para se mover por um preço terminal de cada vez.

Linha 66: Lê o preço terminal para o qual o valor líquido do portfólio é para ser calculado.

Linha 67: Configura o valor líquido inicial do portfólio igual ao prêmio líquido recebido e calculado anteriormente.

Linhas 69–96: O laço interno For calcula os valores para todas as posições para o valor terminal selecionados pelo laço externo For.

Linhas 70–72: Durante cada passo, lê a informação necessária para aquela posição.

Linha 74: Pula o cálculo do valor terminal se a posição preço de exercício não for indicada (em branco).

Linhas 76–93: A estrutura Select Case que usa a posição tipo para decidir qual tipo de cálculo não terá que ser feito. Note que a menos que a posição tipo seja P, C, ou S, a posição é ignorada.

Linha 98: Uma vez que todos os valores líquidos de todas as posições tenham sido calculados para um preço terminal, o valor líquido é escrito e os cálculos começam para o próximo preço terminal.

Note que no Modul2 há uma versão alternativa do código que usa a declaração If em vez da estrutura Select Case. De qualquer maneira os dois códigos são os mesmos.

Para completar, crie o diagrama usando os dados de A30:B60 e rotule e formate-o.

Testando o Modelo

Para testar o modelo, execute o programa com apena uma posição *call* de tamanho 1. Verifique que os preços terminais refletem apropriadamente o preço terminal inferior e o tamanho do passo do preço terminal e que ambos, as séries de valores terminais líquidos e o diagrama, estão corretos. Tente o mesmo teste com uma posição *put* e uma *stock holding*, e então use algumas combinações simples. (Use cálculos manuais para verificação quando necessário).

Usos do Modelo

Este modelo pode ser usado da mesma maneira que o modelo Excel correspondente. Veja a discussão de lá.

CUV   Limitações e Flexibilidade do Modelo

Este modelo tem algumas das mesmas limitações que o correspondente Excel. É mais flexível, entretanto, porque ele pode ser estendido mais facilmente (por exemplo, para incluir ações e opções adicionais). Também, suas equações são mais fáceis de entender e verificar do que o modelo Excel correspondente.

MODELO 2: PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES USANDO AS EQUAÇÕES BSM

O Problema

Desenvolver uma função para calcular o preço para *puts* e *calls* Europeias sobre ações pagando dividendos baseada no modelo de Black-Scholes-Merton (BSM).

Modelando a Estratégia

A vantagem de se criar este modelo como uma função é que pode então ser usada em ambos os modelos de planilha e outros modelos VBA como funções embutidas.

A função deverá ter como seus argumentos todas as entradas que o usuário necessitar para fornecer para as equações BSM. Um argumento adicional deverá ser um indicador do tipo de preço da opção. Como vimos no correspondente modelo Excel, incorporando um TipoOp de1 para *calls* e -1 para *puts*, podemos usar as mesmas equações para as *puts* e as *calls*.

Valores negativos ou zero de preço da ação, preço de exercício, e volatilidade não fazem sentido. Como tal, se o usuário entrar com quaisquer destes valores então a função deverá produzir um valor erro. Você pode usar o zero ou qualquer número negativo para indicar um valor erro.

As equações BSM requerem o cálculo de variáveis intermediárias *d*1 e *d*2. Por razões práticas, você pode querer criar duas funções separadas para calculá-las. Uma vantagem adicional de se fazer isto é que você pode então usar estas funções em outros cálculos também.

O Código para o Modelo

```
Option Explicit
Function PreçoOpcaoBSM(TipoOp, S0, K, r, q, T, sigma)

' Calcula o preço da opção Black-Scholes-Merton
' TipoOp = 1 para call, -1 para put
' Esta função usa Funções BSD1 e BSD2

Dim exprT, expqT, ND1, ND2

If S0 > 0 And K > 0 And T > 0 And sigma > 0 Then
exprT = Exp(-r * T)
expqT = Exp(-q * T)
ND1 = Application.NormSDist(TipoOp * _
BSD1(S0, K, r, q, T, sigma))
ND2 = Application.NormSDist(TipoOp * _
BSD2(S0, K, r, q, T, sigma))
PrecoOpBSM = TipoOp * (S0 * expqT * ND1 - _
K * exprT * ND2)
ElseIf S0 > 0 And K > 0 And sigma > 0 And T = 0 Then
PrecoOpBSM = Application.Max(0, TipoOp * (S0 - K))
Else
'MsgBox "Uma das entradas fornecida é inválida"
PrecoOpBSM = 0

End If

End Function

'------------------------------------------------------------
'------------------------------------------------------------
Private Function BSD1(S0, K, r, q, T, sigma)

' Calcula D1 para a precificação de Black-Scholes-Merton para a opção

BSD1 = (Log(S0 / K) + (r - q + 0.5 * sigma ^ 2) * T) / _
(sigma * Sqr(T))

End Function

'------------------------------------------------------------
```

```
40: '---------------------------------------------------------
41: Private Function BSD2(S0, K, r, q, T, sigma)
42:
43: ' Calcula D2 para a precificação de Black-Scholes-Merton para a opção
44:
45: BSD2 = BSD1(S0, K, r, q, T, sigma) - (sigma * Sqr(T))
46:
47: End Function
```

Análise do Código

Linha 2: comando Declaração para o procedimento Function. O primeiro argumento TipoOp é o indicador *call* ou *put*. O usuário deverá usar 1 para *calls* e -1 para *puts*.

Linha 8: Declara (usando Dim) todas as variáveis usadas na função, mas aquelas umas incluídas como argumentos não precisam ser declaradas separadamente aqui.

Linhas 10–23: O If estruturado usado para manipular argumentos inválidos.

Linha 10: Usa a declaração If com a condição definida com os operadores And. A condição avalia para True somente se todas as condições forem satisfeitas, neste caso o preço da opção é calculado usando o modelo BSM. Se T = 0, isto é, no vencimento, o valor de um preço da opção pode ser calculado diretamente. Então as equações BSM são usadas somente quando T > 0; caso contrário, elas são contornadas.

Linhas 13–14: Calcula as probabilidades necessárias usando as funções embutidas do Excel NormSDist como fizemos no modelo Excel. A função é precedida por Application porque ela é uma função Excel sendo usada no VBA. Peça para o procedimento Function BSD1 calcular *d*1.

Linhas 17–18: Calcula o preço da opção e atribui o valor à função quando for exigido pelos procedimentos Function.

Linha 19: Se todas as entradas forem válidas mas T = 0, então o preço da opção é calculado na linha imediatamente seguinte.

Linha 20: Para T = 0, isto é, no vencimento, esta porção de código calcula preço da opção como o máximo de 0 ou a diferença entre o preço terminal da ação e o preço de exercício. O TipoOp é usado para fornecer o sinal correto.

Linha 23: Se o controle alcançar esta linha, então uma das entradas foi inválida. Neste caso, o programa atribui um valor zero ao preço da opção conforme o indicador de erro. (Você pode também fornecer a mensagem de erro e um valor negativo para a função, mas estas algumas vezes podem causar problemas quando esta função for usada em outros modelos de planilha ou VBA).

Linha 30: Declara o procedimento Function para calcular *d*1. Declara-o como uma função Private de modo que ela não aparecerá na lista das funções definidas pelo usuário.

Linha 34: Atribui o valor calculado ao nome da função. Como a entradas dos dados já foram validadas no procedimento que chama a função, não é necessário verificá-los novamente aqui.

Linha 41: Declara o procedimento Function para calcular *d*2.

Linha 45: Usa a função BSD1 para calcular o valor de *d*2 e o atribuir ao nome da função.

Descrição da Função

Para entrar com uma breve descrição da função que se mostrará quando a função for selecionada na lista de funções, selecione Ferramentas ⇨Macro e depois então Macros (ou pressione Alt+F8). Na caixa nome da Macro, digite o nome da função PrecoOpBSM e clique Opções. Entre com uma breve descrição na caixa Descrições. Você não pode entrar com uma descrição separada para os argumentos.

Testando o Modelo

A única maneira prática para testar este modelo é comparar suas saídas com aquelas dos outros modelos de precificação de opção. Você pode comparar a saída deste modelo com aquela do modelo Excel que desenvolvermos anteriormente.

Usos do Modelo

Esta é uma função útil para se ter disponível. Se você quiser tê-la disponível todas as vezes, você pode copiá-la num modulo na Personal.xls (ela sempre abre em background sempre que o Excel for aberto).

MODELO 3: VOLATILIDADE IMPLÍCITA DE OPÇÕES

O Problema

Crie uma função para calcular a volatilidade Implícita de um preço da opção usando as equações BSM dado seu preço e as outras entradas necessárias (ver **Plan23B**)

Modelando a Estratégia

Como discutido anteriormente, volatilidade Implícita foi calculada das equações BSM usando iteração. Porquanto você possa usar um método de iteração sofisticado tal como bisecção para minimizar o número de iterações necessário, não é crítico fazer assim aqui por duas razões. Primeiro, a estimativa da volatilidade nunca são muito precisa, então podemos fazer iterações em passos de 1%. Segundo, as volatilidades para ações geralmente caem no intervalo de 20% até 60%. Então para iteração você pode seguramente iniciar com uma estimativa inicial de 1%. Calcula o preço da opção usando a função do modelo BSM de precificação da opção que desenvolvemos anteriormente. Se o preço da opção calculado for menor que o preço especificado, aumente a volatilidade em 1% e continue tentando até que o preço calculado exceda o preço especificado. Para resguardar-se da possibilidade de que o preço da opção especificado esteja errado, pare a iteração na volatilidade 200%. Se uma estimativa mais precisa da volatilidade for desejada, use uma dos esquemas de iteração sofisticados em que o tamanho do passo decresça com a estimativa fica mais próxima da resposta.

O Código para o Modelo

```
Option Explicit
Function VolatilImplícita(TipoOp, S0, K, r, q, T, opPreco)

' Calcula a volatilidade Implícita para um preço da opção por iteração
' Usa a função PrecoOpBSM.
' TipoOp = 1 para call, -1 para put

Dim itCount, sigma, preçoEst

sigma = 0.01
For itCount = 1 To 200
preçoEst = PrecoOpBSM(TipoOp, S0, K, r, q, T, sigma)
If preçoEst >= opPreco Then
VolatilImplícita = sigma
Exit For
End If
```

```
17: sigma = sigma + 0.01
18: Next

19:
20: If itCount > 200 Then MsgBox "Volatilidade acima de 200%"
21:
22: End Function
```

Análise do Código

Aqui discuto apenas uma função VolatilImplícita porque já discutimos as outras funções que ela usa.

Linha 10: Estimativa inicial para o sigma.

Linha 11–18: O laço de iteração.

Linha 12: Calcula o preço da opção usando o modelo BSM para a estimativa corrente do sigma.

Linha 13–16: Quando o preço calculado exceder o preço especificado, esta seção de código atribui os valores correntes do sigma a VolatilImplícita, o nome da função, e existe o laço For.

Linha 17: Se o controle atingir esta linha pule a estrutura If, então o sigma corrente é aumentado por 1% e a iteração continua.

Linha 20: Se o controle atingir esta linha devido ao limite de 200 iterações excedeu (isto é, as iterações com volatilidades de até 200% não encontrar uma resposta), então ela fornece uma mensagem antes de encerrar a função.

Testando O Modelo

Teste o modelo calculando preço da preço da opção usando a volatilidade Implícita. O preço calculado deverá estar próximo ao preço da opção você originalmente especificou.

Usos do Modelo

Esta é outra função útil para se ter disponível para se usar nos modelos de planilha (ver **Plan23B**) ou em outros modelos VBA.

Volatilidades Smiles

Como eu discuti no Excel no capítulo sobre opções, volatilidades Implícitas calculadas dos preços de opções observados com diferentes preços de exercícios vencendo ao mesmo tempo variam de uma para outra por várias razões. É costume criar *gráficos* de volatilidades Implícitas de opções com diferentes preços de exercícios. É fácil calcular as volatilidades para uma série de preços de opção observados usando esta função e *plotar* os resultados como uma volatilidade *smile*. O mesmo pode ser feito numa planilha também.

MODELO 4: LUCRO DE PORTFÓLIO DE OPÇÕES EM QUALQUER MOMENTO

O Problema

Desenvolver um modelo para calcular os lucros projetados de um portfólio de posições em ações, *calls*, e *puts* em qualquer instante para um intervalo de preço das ações. Todas as posições são da mesma ação e todas as opções vencem ao mesmo tempo. Para cada posição, o usuário deverá ser capaz de entrar com o tipo de posição (ação, *put*, ou *call*), preço de exercício ou preço de compra da ação, tamanho da posição, e prêmio pago (se opção). Ainda mais, o usuário deverá fornecer também valores de entrada para a data do vencimento, volatilidade, taxa de juros, e o rendimento para a ação.

Crie um diagrama para mostrar os lucros projetados do portfólio (valor) para um intervalo de preço das ações. (A planilha para este modelo está mostrada na Figura 6.2).

Modelando a Estratégia

Este modelo é semelhante ao Modelo 1 exceto que você tem de calcular o preço das opções no instante especificado usando as equações de precificação BSM da opção. A maneira mais fácil de fazer isto é usar a função PrecoOpBSM que desenvolvemos no Modelo 2.

O preço da opção no momento do vencimento, isto é, se o usuário especificar o prazo de vencimento como zero, os cálculos serão os mesmos daqueles do Modelo 1. Você pode começar com

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Lucro de um Portfólio de Ações e Opções a Qualquer Hora**						
2							
3	**Tipo de**	**Preço de**	**Tamanho**	**Prêmio**			
4	**Posição**	**Exercício**	**da Posição**				
5	Usar C/P/S		Long + +				
6	C	R$ 30,00	5	R$ 10,50			
7	C	R$ 40,00	-10	R$ 3,00			
8	C	R$ 50,00	5	R$ 0,50			
9	C	R$ 25,00					
10	C	R$ 30,00					
11	P	R$ 40,00					
12	P	R$ 10,00					
13	P	R$ 30,00					
14	P	R$ 20,00					
15	P	R$ 30,00					
16	S	R$ 20,00					
17	S	R$ 10,00					
18	S	R$ 40,00					
19	S	R$ 50,00					
20	S	R$ 20,00					
21							
22	Preço Terminal mais baixo		0				
23							
24							
25	Prêmio Toal Receb/Pago			-2500			
26							
27	Preço	Valor do					
28	Terminal	Portfólio				**Entradas Adicionais**	
29						Prazo até o vencimento (T, anos)	0,10
30	0,00	(R$ 2.500,00)				Volatilidade (V)	40,00%
31	2,00	(R$ 2.500,00)				Taxas de Juros (rr)	4,00%
32	4,00	(R$ 2.500,00)				Dividendos (q)	2,00%
33	6,00	(R$ 2.500,00)					
34	8,00	(R$ 2.500,00)					
35	10,00	(R$ 2.500,00)					
36	12,00	(R$ 2.500,00)					
37	14,00	(R$ 2.500,00)					

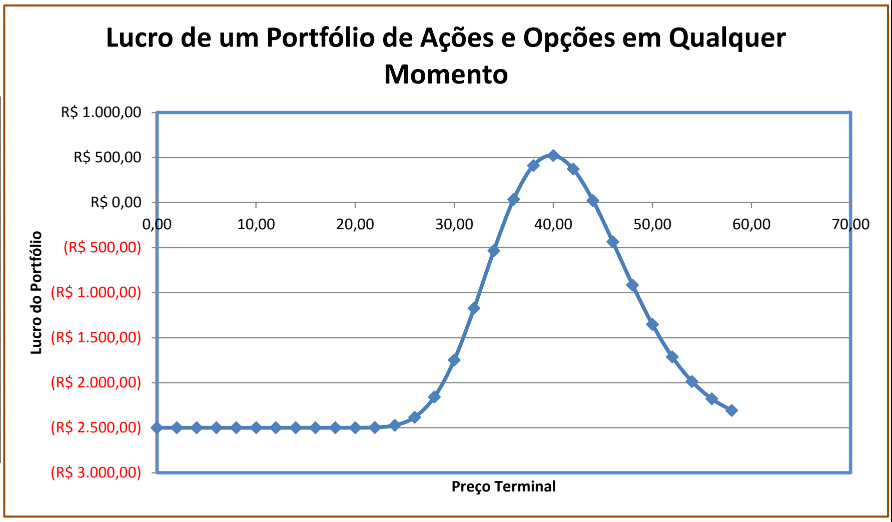


Figura 6.2 - Modelo #04: Lucro de um Portfólio de Ações e Opções em Qualquer Momento (**Plan23C**)

o código for Modelo 1, e onde o preço das *puts* e *calls* são calculados, adiciona declarações If para calcular preços usando a função PrecoOpBSM também.

O Código para o Modelo

```
Option Explicit
Sub Option_Portfolio_Val_AnyTime()

' Este programa calcula o valor de um portfólio de
' puts, calls, ações em qualquer momento usando o modelo de
' precificação BSM para o preço da opção.Todas as posições são
' assumidas vencerem ao mesmo tempo.
```

```
Dim begPos, endPos, begTerm, totPremRow
Dim tamanhoC, prcStep, numPrc, termPrcRow
Dim typeCol, strkCol, posCol, premCol, termCol, valCol
Dim premPaid, totPrem
Dim roCnt, roTerm, roPos
Dim numPos, optPrem, termPrc
Dim posStrk, posType, portVal
Dim r, q, T, sigma, opPreco
'**********************************************************
' Lê as entradas do usuário
'**********************************************************
r = Cells(31, 7).Value ' Taxa de juros
q = Cells(32, 7).Value ' Dividendos
T = Cells(29, 7).Value ' Vida restante em anos
sigma = Cells(30, 7).Value ' Volatilidade
'**********************************************************
' Entradas do Programador
'**********************************************************
begPos = 6 ' Número da linha onde posições começam
endPos = 20 ' Número da linha onde posições encerram
termPrcRow = 22 ' Linha de entrada do preço terminal inicial
begTerm = 30 ' Número da linha onde preço terminais iniciam
totPremRow = 25 ' Linha para o prêmio total
typeCol = 1 ' Número da coluna para posição tipo
strkCol = 2 ' Número da coluna para os preços de exercícios
posCol = 3 ' Número da coluna para as posições
premCol = 4 ' Número da coluna dos prêmios
termCol = 1 ' Número da coluna para os preço terminais
valCol = 2  ' Número da coluna para os valores terminais
tamanhoC = 100 'Tamanho do contrato, 250 ações/contrato
prcStep = 2 ' Passo para incrementar os preço terminais
numPrc = 30 ' No de preços para a ação mostrar
Sheets("Opções Portfolio").Activate
'************************************************************
' Calcula prêmio total recebido/(pago)
'************************************************************
totPrem = 0
For roCnt = begPos To endPos
numPos = Cells(roCnt, posCol).Value
optPrem = Cells(roCnt, premCol).Value
premPaid = -numPos * optPrem * tamanhoC
totPrem = totPrem + premPaid
Next roCnt
Cells(totPremRow, premCol).Value = totPrem
'************************************************************
' Calcula os valores de portfólio para vários preços terminais
```

```
'*************************************************************
'Cria coluna de preço das ações
termPrc = Cells(termPrcRow, 3).Value
For roTerm = begTerm To begTerm + numPrc
Cells(roTerm, termCol).Value = termPrc
termPrc = termPrc + prcStep
Next
For roTerm = begTerm To begTerm + numPrc
termPrc = Cells(roTerm, termCol).Value
portVal = totPrem
For roPos = begPos To endPos
posStrk = Cells(roPos, strkCol).Value
posType = Cells(roPos, typeCol).Value
numPos = Cells(roPos, posCol).Value
If posStrk <> "" Or numPos <> 0 Then
Select Case posType
Case "C"
If T = 0 Then
If (termPrc > posStrk) Then
portVal = portVal + (termPrc _
- posStrk) * numPos * tamanhoC
End If
Else
opPreco = PrecoOpBSM(1, termPrc, _
posStrk, r, q, T, sigma)
portVal = portVal + opPreco _
* numPos * tamanhoC
End If
Case "P"
If T = 0 Then
If (termPrc < posStrk) Then
portVal = portVal + (-termPrc _
+ posStrk) * numPos * tamanhoC
End If
Else
opPreco = PrecoOpBSM(-1, termPrc, _
posStrk, r, q, T, sigma)
portVal = portVal + opPreco _
* numPos * tamanhoC
End If
Case "S"
portVal = portVal + (termPrc - posStrk) _
* numPos * tamanhoC
End Select
End If
Next roPos
Cells(roTerm, valCol).Value = portVal
```

```
122: Next roTerm
123:
124: End Sub
```

Análise do Código

Desenvolvi este código modificando o código para o Modelo 1. Então eu discuti principalmente as mudanças que fiz. (Não inclui os códigos para as funções que já discuti).

Linhas 21–24: Lê as entradas adicionais.

Linhas 87–97: Esta estrutura If calcula o preço *call* do mesmo modo que no Modelo 1 se T = 0; caso contrário ela usa a função PrecoOpBSM.

Linhas 100–110: As mesmas modificações que nas linhas 87–97.

Testando o Código

Teste o código usando sucessivamente 1 para posição *call*, 1 *put*, e 1 ação. Verifique os valores com os cálculos dos valores da *put* e *call* de quaisquer dos modelos anteriores. Depois então use uma ou duas combinações para certificar-se de que os lucros de todas as posições estão sendo adicionados apropriadamente para cada preço da ação.

Usos do Modelo

Este é um modelo muito útil para comprovar as várias estratégias de negociação sobre o preço da opção. Ele é muito mais poderoso que o Modelo 1 porque você pode usá-lo para ver como o valor do portfólio mudará com o tempo como também variações nas variáveis subjacentes tais como a volatilidade.

Comparado ao correspondente modelo Excel, este modelo é mais fácil de verificar e ele pode ser estendido mais facilmente. Por exemplo, estendê-lo para mais do uma ação ou para opções que vencem em instantes diferentes é relativamente fácil.

CAPÍTULO 07 – PRECIFICAÇÃO BINOMIAL DE OPÇÕES NO VBA

Neste capítulo, desenvolveremos modelos de precificação binomial de opções no VBA que seguirá em paralelo os modelos binomiais que desenvolvemos no Excel na Parte Dois. É geralmente mais fácil entender e aprender a desenvolver árvores binomiais com Excel. Portanto, se você não tiver coberto o correspondente capítulo do Excel ainda, Eu recomendo que você trabalhe no mínimo o primeiro modelo de lá antes de tentar desenvolver modelos binomiais em VBA. Também, este capítulo não usa qualquer teoria ou conceitos adicionais, mas você tem que entender a teoria e os conceitos que Eu discuti no capítulo anterior.

Os modelos deste capítulo demonstrarão que uma das vantagens principais de desenvolvê-los em VBA é que é mais fácil modificá-los e usá-los com qualquer número de passos para obter o meio de precisão necessário para aplicações do "mundo real".

7.1 – Exemplos de Modelagens

MODELO 1: OPÇÕES EUROPÉIAS SOBRE AÇÕES COM RENDIMENTOS DE DIVIDENDOS CONHECIDOS

O Problema

Desenvolver um modelo para estimar o preço de opções Europeias (ambas, *puts* e *calls*) sobre ações com rendimentos de dividendos conhecidos usando uma árvore binomial de 9-passos de Cox, Ross, e Rubinstein (CRR). (A planilha para este modelo é mostrada na Figura 7.1.)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Precificação Binomial de Opções Americanas sobre Ações com Dividendos Conhecidos**							
2								
3								
4	Tipo de opção (C = 1, P = -1)	-1		**Preço put**	**2,25**			
5	Preço da ação (S)	$50,00						
6	Preço de Exercício (K)	$50,00						
7	Taxa de Juros (rr, anual)	8,00%						
8	Rendimento de dividendo (q, anual)	3,00%						
9	Volatilidade (sigma, anual)	20,00%						
10	Prazo para Vencimento (T, anos)	0,5						
11	Número de passos (n)	9						

Figura 7.1 – Modelo #01: Precificação binomial de opções Europeias com rendimentos de dividendos conhecidos.

Modelando a Estratégia

Você pode achar mais fácil estudar o código deste primeiro modelo de árvores binomiais antes de tentar escrevê-lo por si próprio. Entretanto, se você puder prosseguir por si só usando a seguinte estratégia, faça isto.

No VBA, construa árvores em matrizes e visualize-as como retângulos nas correspondentes planilhas do Excel. Você pode achar mais fácil fazer assim se você usar as colunas para os passos e as linhas para os diferentes nós ao mesmo tempo. Também, para manter o paralelo, use a metade triangular superior de uma matriz para a árvore. Você pode usar matrizes bidimensionais separadas para cada árvore ou você pode usar uma matriz tridimensional e usar uma página diferente para cada árvore. Para conservar espaço de memória, pode também ser melhor usar matrizes dinâmicas e as ReDim baseado no número de passos especificado. Entretanto, isto não é geralmente necessário com os PCs modernos.

Você pode achar conveniente numerar as linhas começando do 1 mas as colunas de 0 de modo que você possa usar a coluna 0 por enquanto. Após você ler as entradas (como mostrado na Figura 24.1), siga essencialmente a mesma abordagem que usamos para o modelo Excel. Inicie calculando os parâmetros para a árvore. Daí então gere a árvore de preço da ação usando um laço aninhado de dois níveis **Do** com o passo (a coluna) como o laço externo. Certifique-se que você usou uma equação diferente para a primeira linha (usando uma declaração **If**) que você fez para as linhas remanescentes. Para criar a forma triangular da árvore, o **index** do laço interno precisa somente ir para um valor máximo que é dependente do index do laço externo.

Você também terá de usar um par de laços aninhados para gerar a árvore para os preços de opção. Os cálculos são os mesmos que aqueles que usamos no modelo Excel.

O Código para o Modelo

```
Option Explicit
Sub Euro_Div()

' Calcular preços de opções Europeias para uma ação com rendimento
' de dividendos conhecidos.
' Nas matrizes, as colunas representam passos no tempo.

Dim Stk(), Euro()
Dim optType, S, K, sig, T, r, q, n
Dim dt, u, d, p, emrdt, i, j

'**********************************************************
' Ler as entradas do usuário
'**********************************************************
Worksheets("Entradas").Activate

optType = Cells(4, 2).Value
S = Cells(5, 2).Value
K = Cells(6, 2).Value
sig = Cells(9, 2).Value
T = Cells(10, 2).Value
r = Cells(7, 2).Value
q = Cells(8, 2).Value
n = Cells(11, 2).Value

'**********************************************************
' Cálculos
'**********************************************************
'Redimensionar as matrizes baseadas no número de passos especificado
ReDim Stk(1 To n + 1, 0 To n)
ReDim Euro(1 To n + 1, 0 To n)

dt = T / n 'Tamanho dos passos em anos
```

```
34: u = Exp(sig * Sqr(dt)) 'Multiplicador de movimento up
35: d = 1 / u 'Multiplicador de movimento down
36: emrdt = Exp(-r * dt) 'Fator de desconto por passo
37:
38: 'p é a probabilidade de risco neutro do movimento up
39: p = (Exp((r - q) * dt) - d) / (u - d)
40:
41: Stk(1, 0) = S 'Valor inicial, no instante 0
42:
43: 'Gera árvore de preços da ação
44: For j = 1 To n ' Contagem dos passos
45: For i = 1 To j + 1
46: If i = 1 Then
47: Stk(i, j) = Stk(i, j - 1) * u
48: Else
49: Stk(i, j) = Stk(i - 1, j - 1) * d
50: End If
51: Next
52: Next
53:
54: ' Gerar a árvore de valor da opção
55: For j = n To 0 Step -1
56: For i = 1 To j + 1
57: If j = n Then
58: Euro(i, j) = Application.Max(optType * _
59: (Stk(i, j) - K), 0)
60: Else
61: Euro(i, j) = (p * Euro(i, j + 1) + (1 - p) _
62: * Euro(i + 1, j + 1)) * emrdt
63: End If
64: Next
65: Next
66:
67: 'Saída calculada do valor da opção
68: Cells(4, 5).Value = Euro(1, 0)
69:
70: End Sub
```

Análise do Código

Linhas 1–24: Realizar tarefas preliminares e lê as variáveis de entrada da planilha.

Linhas 30–31: Redimensione as matrizes baseado no número de passos especificado pelo usuário.

Linhas 33–39: Calcula os parâmetros da árvore.

Linhas 44–52: Os laços aninhados **For** usados para criar a árvore de preço da ação. Note que Eu tenho feito o limite superior para o contador do laço interno For dependente do número de passos para criar uma árvore de formato triangular.

Linhas 55–65: Os laços aninhados For usados para gerar a árvore de valores da opção. Como sempre, os valores da opção são calculados iniciando no vencimento, isto é, o último passo. Os valores no vencimento (nós onde $j = n$) são calculados usando a função **Máximo** do Excel. Os valores nos nós anteriores são calculados como os valores presentes dos valores esperados no próximo passo adiante. Como antes, Eu gerei uma árvore de forma triangular especificando adequadamente o intervalo do contador para o laço **For** interno.

Linha 68: Escreve o preço da opção como o valor na árvore de valor de opção no instante 0.

Testando o Modelo

Como aqui você pode facilmente usar um número grande de passos, calcule o valor das poucas opções usando 100 ou mais passos. Daí então compare os preços calculados com aqueles das equações de *Black-Scholes-Merton* (BSM) usando um dos modelos que construímos anteriormente para eles. Os dois deverão concordar dentro de poucos centavos.

Usos do Modelo

O uso mais importante deste modelo é entender como construir árvores binomiais. Como podemos usar as equações BSM para calcular os preços exatos para opções Europeias de ações com rendimentos de dividendos conhecidos, nós não precisamos de árvores binomiais para elas. Agora deverá ser óbvio quão fácil é mudar o número de passos para uma árvore binomial no VBA. Note também que você poderá criar facilmente este modelo como um procedimento *Function* e tê-la disponível para uso como uma função definida pelo usuário.

MODELO 2: OPÇÕESAMERICANAS SOBRE AÇÕES QUE NÃO PAGAM DIVIDENDOS

O Problema

Desenvolver um modelo para estimar o preço de opções Americanas (ambas, *puts* e *calls*) sobre ações que não pagam dividendos usando a árvore binomial de Cox, Ross, e Rubinstein (CRR). Simultaneamente calcular os valores das equivalentes opções Europeias. (A planilha para este modelo está mostrada na Figura 7.2).

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Precificação Binomial de Opções Americanas sobre Ações que Não Pagam Dividendos**						
2							
3							
4	Tipo de opção (C = 1, P = -1)	-1		**Preço da put Americana**	**3,28**		
5	Preço da ação (S)	$60,00		**Preço da put Européia**	**3,17**		
6	Preço de Exercício (K)	$60,00					
7	Taxa de Juros (rr, anual)	4,00%					
8	Volatilidade (sigma, anual)	20,00%					
9	Prazo para Vencimento (T, anos)	0,6					
10	Número de passos (n)	5					
11							
12							

Figura 7.2 - Modelo #02:Precificação binomial de opções Americanas sobre ações que não pagam dividendos.

Modelando a Estratégia

Este modelo pode ser desenvolvido como uma modificação do Modelo 1. A diferença principal entre calcular o preço de opções Americanas e Europeias é que as opções Americanas podem ser exercidas a qualquer momento; então temo que testar em cada nó para ver se exercer antes do vencimento terá *payoff* superior aquele retorno esperado de manter a opção até o vencimento. De qualquer forma, os dois modelos são idênticos. (Você pode ou eliminar o rendimento de dividendo q de ambos a entrada e o cálculo da probabilidade de risco neutro do movimento para cima ou mantê-la e atribuir a ela um valor de (0).

O Código para o Modelo

```
Option Explicit
Sub Amer_NonDiv()
' Calcular preços de opção Americana que não
' pagam dividendos.
' Nas matrizes, as colunas representam os passos no tempo.
Dim Stk(), Amer(), Euro()
Dim optType, S, K, sig, T, r, n
Dim dt, u, d, p, emrdt, i, j, exVal
'************************************************************
' Ler as entradas de usuário
'************************************************************
Worksheets("Entradas2").Activate
optType = Cells(4, 2).Value
S = Cells(5, 2).Value
K = Cells(6, 2).Value
sig = Cells(8, 2).Value
T = Cells(9, 2).Value
r = Cells(7, 2).Value
n = Cells(10, 2).Value
'************************************************************
' Cálculos
'************************************************************
'Redimensiona as matrizes baseado no número de passos especificado
ReDim Stk(1 To n + 1, 0 To n)
ReDim Amer(1 To n + 1, 0 To n)
ReDim Euro(1 To n + 1, 0 To n)
dt = T / n 'Tamanho dos passos em anos
u = Exp(sig * Sqr(dt)) 'Multiplicador de movimento up
d = 1 / u 'Multiplicador de movimento down
emrdt = Exp(-r * dt) 'Fator de desconto por passo
' p é a probabilidade de risco neutro do movimento up
p = (Exp(r * dt) - d) / (u - d)
Stk(1, 0) = S ' Valor inicial, no momento  0
' Gera a árvore de preços da ação
For j = 1 To n ' Conta os passos
For i = 1 To j + 1
If i = 1 Then
Stk(i, j) = Stk(i, j - 1) * u
Else
Stk(i, j) = Stk(i - 1, j - 1) * d
End If
Next
Next
```

```
54: ' Gera a árvore de valores de opção
55: For j = n To 0 Step -1
56: For i = 1 To j + 1
57: If j = n Then
58: Amer(i, j) = Application.Max(optType * _
59: (Stk(i, j) - K), 0)
60: Euro(i, j) = Application.Max(optType * _
61: (Stk(i, j) - K), 0)
62: Else
63: Amer(i, j) = (p * Amer(i, j + 1) + (1 - p) _
64: * Amer(i + 1, j + 1)) * emrdt
65: Euro(i, j) = (p * Euro(i, j + 1) + (1 - p) _
66: * Euro(i + 1, j + 1)) * emrdt
67: exVal = Application.Max(0, optType * _
68: (Stk(i, j) - K))
69: Amer(i, j) = Application.Max(Amer(i, j), exVal)
70: End If
71: Next
72: Next
73:
74: ' Saída calculada do valor de opção
75: Cells(4, 5).Value = Amer(1, 0)
76: Cells(5, 5).Value = Euro(1, 0)
77:
78: End Sub
```

Análise do Código

Inicie com uma cópia da pasta do Modelo 1. Note que Eu eliminei o q como uma variável de entrada. Devido a maior parte do código ser idêntico daquele um do Modelo 1, Eu discuti somente as diferenças aqui.

Linhas 17–23: Mude as células tanto quanto o necessário para ajustar os números de células para os dados de entrada na planilha de entrada.

Linha 39: Deletes q nesta equação na versão do Modelo 1 se você decidiu não usá-la como uma variável de entrada.

Linhas 58–61: Calcular os valores (idênticos) da opção no vencimento para ambas as árvores de valores de opção Americana e Europeia.

Linhas 63–66: Como no Modelo 1, para ambas as opções Americanas e Europeias, calcular os valores (idênticos) das opções nos nós anteriores como os valores presentes dos valores esperados.

Linhas 67–68: Calcular o *payoff* do exercício imediato.

Linha 69: Para opções Americanas, escolha o maior dos dois valores calculados como o valor apropriado.

Testando o Modelo

Verifique para ver que o modelo produz valores idênticos para as *calls* Americanas e Europeias. Os valores das *puts* Americanas devem ser superiores porque nós não sabemos quão maiores, não podemos verificar diretamente isto no modelo. É mais fácil verificar os cálculos para o modelo no Excel porque você pode ver a árvore toda. (Se você quiser fazer, você pode imprimir a árvore para o modelo VBA bem facilmente usando dois laços aninhados). Como você já tem o modelo paralelo do Excel, você pode verificar os resultados do modelo VBA versus ele.

Usos do Modelo

Este é um modelo útil para se calcular os valores das opções Americanas porque ele pode facilmente aumentar o tamanho do passo para 50 ou 100 para obter estimativas precisas. Você pode facilmente convertê-lo numa função definida pelo usuário que pode ser usada em ambos, modelos de planilha e outros modelos VBA.

MODELO 3: OPÇÕES AMERICANAS SOBRE AÇÕES COM RENDIMENTOS DIVIDENDOS CONHECIDOS

O Problema

Desenvolver um modelo para estimar o preço de opções Americanas (ambas, *puts* e *calls*) sobre ações com rendimentos de dividendos conhecidos usando um Cox, Ross, e Rubinstein (CRR)

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Precificação Binomial de Opções Americanas sobre Ações com Dividendos Conhecidos**						
2							
3							
4	Tipo de opção (C = 1, P = -1)	-1		**Preço da put Americana**	**3,78**		
5	Preço da ação (S)	$50,00		**Preço da put Européia**	**3,66**		
6	Preço de Exercício (K)	$50,00					
7	Taxa de Juros (rr, anual)	7,00%					
8	Rendimento de dividendo (q, anual)	2,00%					
9	Volatilidade (sigma, anual)	30,00%					
10	Prazo para Vencimento (T, anos)	0,5					
11	Número de passos (n)	9					
12							
13							

Figura 7.3 - Modelo #03: Precificação binomial de opções Americanas sobre ações com rendimento de dividendos conhecido.

Modelando a Estratégia

A única diferença entre este modelo e o Modelo 2 é que aqui as opções são sobre ações com rendimentos de dividendos conhecidos. Podemos facilmente fazer esta modificação no Modelo 2 adicionando q, o rendimento de dividendo, como uma entrada adicional e incluí-la no cálculo da probabilidade de risco neutro do movimento para cima (como fizemos no Modelo 1).

Inicie com uma cópia da pasta do Modelo 2 e faça as modificações acima. Como existem tão poucas modificações nos códigos do Modelo 2 e Modelo 3, Eu não incluirei o código para o Modelo 3 aqui. Está, entretanto, incluído na pasta no CD se você precisá-lo.

Testando O Modelo

Para ações pagando dividendos, mesmos os valores das *calls* por outro lado das opções Americanas e Europeias idênticas podem ser diferentes. Você terá portanto que verificar o modelo fazendo cálculos manuais. É mais fácil verificar os cálculos para o modelo no Excel porque você pode ver a árvore inteira. (se você quiser fazer, você pode imprimir a árvore para o modelo VBA muito facilmente usando dois laços aninhados). Como você já tem o modelo paralelo no Excel, você pode verificar os resultados do modelo VBA versus ele.

Usos do Modelo

Este é um modelo útil para se calcular os valores de opções Americanas porque você pode facilmente aumentar o tamanho do passo para 50 ou 100 para obter as estimativas precisas. Você pode também facilmente convertê-la numa função definida pelo usuário que pode ser usada em ambos os modelos de planilha e outros modelos VBA.

MODELO 4: OPÇÕES AMERICANAS SOBRE AÇÕES COM DIVIDENDOS EM DÓLARES CONHECIDOS

O Problema

Desenvolver um modelo para estimar o preço de opções Americanas (ambas, *puts* e *calls*) sobre uma ação que pagará uma quantia de dólares conhecida de dividendo num momento conhecido no futuro. Simultaneamente calcule os valores das equivalentes opções Europeias. (A planilha para este modelo está mostrada na Figura 7.4).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Precificação Binomial de Opções Americanas sobre Ações com Dividendos em Dólares Conhecidos**							
2								
3								
4	Tipo de opção (C = 1, P = -1)	-1		**Preço da put Americana**	**4,27**			
5	Preço da ação (S)	$55,00		**Preço da put Européia**	**4,07**			
6	Preço de Exercício (K)	$50,00						
7	Taxa de Juros (rr, anual)	8,00%						
8	Volatilidade (sigma, anual)	40,00%						
9	Prazo para Vencimento (T, anos)	0,6000						
10	Número de passos (n)	5						
11	Quantia do dividendos	$2,00						
12	Prazo para a data ex-dividendo	0,25						
13								
14								

Figura 7.4 - Modelo #04: Precificação binomial de opções Americanas sobre ações com dividendos em dólares conhecidos.

Modelando a Estratégia

Para construir a árvore binomial para este modelo, temos que calcular o valor presente dos dividendos (usando a taxa de retorno livre de risco como usual), subtraí-la do preço inicial da ação, e tratar a parte restante do preço da ação como sua componente de incerteza. Podemos então construir uma árvore apenas para a componente de incerteza do preço da ação. Finalmente, podemos criar uma árvore para o preço total da ação adicionando a ela o componente de incerteza em cada nó (da árvore anterior) o valor presente do dividendo naquele instante. O valor presente ficará maior quando o passo ficar mais perto do momento do pagamento do dividendo, e, é claro, nenhum ajuste para o dividendo fora feito nos nós além do momento do pagamento dos dividendos.

Calcular o valor das opções como antes, usando a árvore para o preço total da ação.

Será mais fácil construir este modelo começando com uma cópia do Modelo 2. Construa duas árvores separadas de preço de ação, inicie com uma para o componente incerto do preço da ação. Depois que você tiver a árvore para o preço total da ação, você pode construir as árvores e calcular os preços para as opções Americanas e Europeias como antes.

O Código para o Modelo

```
Option Explicit
Sub Amer_DollarDiv()

' Calcular os preços de uma opção Americana para uma ação que
' pagará um dividendo em dólares conhecido
' Nas matrizes, as colunas representam passos no tempo.

Dim Stku() 'Componente de incerteza do preço da ação
Dim Stka() 'Preço total da ação
Dim Amer(), Euro(), stepTime()
Dim optType, S, K, sig, T, r, n, Su, div, exDiv
Dim dt, u, d, p, emrdt, i, j, exVal
Dim divPV

'*************************************************************
' Ler as entradas do usuário
'*************************************************************
Worksheets("Entradas4").Activate

optType = Cells(4, 2).Value
S = Cells(5, 2).Value
K = Cells(6, 2).Value
sig = Cells(8, 2).Value
T = Cells(9, 2).Value
r = Cells(7, 2).Value
n = Cells(10, 2).Value
div = Cells(11, 2).Value ' Quantia de dólares do dividendo
exDiv = Cells(12, 2).Value ' Prazo até a data ex-dividendo

'*************************************************************
' Cálculos
'*************************************************************
'Redimensiona as matrizes baseado no número de passos especificado
ReDim Stka(1 To n + 1, 0 To n)
ReDim Stku(1 To n + 1, 0 To n)
ReDim Amer(1 To n + 1, 0 To n)
ReDim Euro(1 To n + 1, 0 To n)
ReDim stepTime(0 To n)

dt = T / n ' Tamanho do passo em anos
u = Exp(sig * Sqr(dt)) ' Multiplicado do movimento up
d = 1 / u ' Multiplicado do movimento down
emrdt = Exp(-r * dt) ' Fator de desconto por passo
Su = S - div * Exp(-r * exDiv) 'Componente de incerteza inicial

' p é a probabilidade de risco neutro do movimento up
p = (Exp(r * dt) - d) / (u - d)
Stka(1, 0) = S
Stku(1, 0) = Su ' Componente de incerteza no instante 0
stepTime(0) = 0

' Gera a árvore de preços da ação
For j = 1 To n ' Conta os passos
stepTime(j) = j * dt ' tempo pra cada passo
divPV = div * Exp(-(exDiv - stepTime(j)) * r)
For i = 1 To j + 1
```

```
57: If i = 1 Then
58: Stku(i, j) = Stku(i, j - 1) * u
59: Else
60: Stku(i, j) = Stku(i - 1, j - 1) * d
61: End If
62:
63: Stka(i, j) = Stku(i, j)
64: If stepTime(j) < exDiv Then Stka(i, j) = Stka(i, j) _
65: + divPV
66: Next
67: Next
68:
69: ' Gera a árvore de preços da opção
70: For j = n To 0 Step -1
71: For i = 1 To j + 1
72: If j = n Then
73: Amer(i, j) = Application.Max(optType * _
74: (Stka(i, j) - K), 0)
75: Euro(i, j) = Application.Max(optType * _
76: (Stka(i, j) - K), 0)
77: Else
78: Amer(i, j) = (p * Amer(i, j + 1) + (1 - p) _
79: * Amer(i + 1, j + 1)) * emrdt
80: Euro(i, j) = (p * Euro(i, j + 1) + (1 - p) _
81: * Euro(i + 1, j + 1)) * emrdt
82: exVal = Application.Max(0, optType * _
83: (Stka(i, j) - K))
84: Amer(i, j) = Application.Max(Amer(i, j), exVal)
85: End If
86: Next
87: Next
88:
89: ' Saída calculada do valor da opção
90: Cells(4, 5).Value = Amer(1, 0)
91: Cells(5, 5).Value = Euro(1, 0)
92:
93: End Sub
```

Análise do Código

Desde que este código está baseado no código para o Modelo 2, Eu somente discutirei as modificações.

Linhas 8–10: Declare duas matrizes separadas para preços da ação e uma matriz unidimensional para armazenar o instante de cada passo.

Linhas 27–28: Adicione novas variáveis de entrada div e exdiv

Linha 44: Calcular a componente de incerteza do preço inicial da ação.

Linhas 49–50: Inicialize os valores no instante 0.

Linha 54: Calcular o instante para cada passo.

Linhas 55: Calcular o valor presente do dividendo para cada passo usando a diferença entre o ex-dividendo time e time do passo.

Linhas 57–61: Calcular os preços para a árvore do componente de incerteza do preço da ação.

Linhas 63–65: Calcular os preços totais para a ação. O valor é o mesmo que o correspondente componente de incerteza exceto que o valor presente dos dividendos são adicionados nos nós anteriores aos ex-dividendo time.

Linhas 70–91: Essencialmente o mesmo daquele do Modelo 2.

Testando o Código

O modo mais fácil de verificar o modelo é contra os valores do correspondente modelo Excel. De qualquer forma será necessário imprimir as árvores de modo que você possa verificá-las com cálculos manuais.

Usos do Modelo

O modelo pode ser facilmente estendido para acomodar várias quantias de dólares conhecidas de dividendos. Ele pode produzir estimativas precisas de valores de opção quando usado com um grande número de passos.

CAPÍTULO 08 – OPÇÕES FINANCEIRAS NO CRYSTAL BALL

Uma *opção* financeira é um título que garante ao seu proprietário o direito, mas não a obrigação, de negociar outro título financeiro numa data especificada no futuro por uma quantia acordada. O título financeiro que pode ser negociado no futuro é chamado ativo base, ou simplesmente *base*. Uma opção é um exemplo de um título *derivativo*, assim chamado porque o seu valor é derivado daquele da base. O problema de colocar um valor numa opção torna-se difícil pelo pagamento assimétrico que surge da opção do direito do proprietário negociar a base no futuro se for favorável fazer isto, mas evitar a negociação quando esta não for favorável.

As opções permitem o *hedging*[80] contra o risco unilateral[81]. Entretanto, um pré-requisito para a administração eficiente do risco é que estes títulos derivativos sejam precificados corretamente quando eles são negociados. Os prêmios Nobel, Fischer Black, Robert Merton e Myron Scholes desenvolveram no início dos anos 1970 um método para precificar tipos específicos de opções exatamente, mas o método deles não produz preços exatos para todos os tipos de opções. Na prática, a simulação de Monte Carlo é frequentemente usada para precificar títulos derivativos. Este capítulo mostra como usar o Crystal Ball para precificação de opção.

A opcionalidade conduz a um pagamento não linear que é convoluído[82] com um preço de ação lognormalmente distribuído para resultar numa distribuição de probabilidade para o valor da opção que é difícil para muitos analistas visualizarem sem o Crystal Ball. Os diagramas de pagamentos familiares os negociantes de opções dão o intervalo e nível do valor de opção como uma função de preço de ação mas não oferece percepção nas probabilidades associadas com os pagamentos. Entretanto, os *forecasts* do Crystal Ball faz isto com prazer. A próxima seção fornece um breve material *background* sobre as opções financeiras. Para mais informações, consulte os livros de Hull (1997), McDonald (2006) ou Wilmott (1998, 2000).

TIPOS DE OPÇÕES

Denote os preços dos ativos-bases por S_t, para $0 \leq t \leq T$, onde T é a data de vencimento da opção. A quantia acordada para a qual a base é negociada quando a opção vencer é chamado de *preço de exercício*[83], o qual é denotado por K. Existem muitos tipos diferentes de opções. Alguns tipos básicos estão listados abaixo.

> ***Call.*** Uma opção *call* dá ao seu proprietário o direito de *comprar* o título base pelo *preço de exercício* na data de vencimento. O pagamento para uma opção *call* com *preço de exercício* K quando for exercido na data T é max $(S_T - K, 0)$.

[80] proteção
[81] one-sided risk
[82] Enrolado para dentro
[83] Preço de exercício – é uma variável principal em contratos derivatives entre duas partes. Onde o contrato requer entrega do instrumento base, o negócio será ao preço de exercício, a despeito do spot price (preço de mercado) do instrumento base naquele momento.

Put. Uma opção *put* dá ao seu proprietário o direito de *vender* o título base pelo *preço de exercício* na data do vencimento. O pagamento para uma *put option* com *preço de exercício K* quando for exercido na data *T* é max $(K - S_T, 0)$.

Europeia. Uma *opção Europeia* permite o proprietário exercê-la *somente na data final*, ***T***. Assim, o proprietário não pode influenciar os fluxos de caixa futuros de uma *opção Europeia* com qualquer decisão tomada após a compra.

Americana. Uma *opção Americana* permite o proprietário a exercer *a qualquer tempo na, ou antes da, data final*, **T**. Assim, o proprietário de uma opção American *call* (ou *put*) pode influenciar os fluxos de caixa futuros com uma decisão tomada após a compra usufruindo da opção quando o preço da base está alto (ou baixo) o suficiente para compelir o proprietário a fazer isso.

Exótica. Os pagamentos para a opções *exótica* dependem mais do que apenas o preço da base no exercício. Alguns exemplos de *exóticas* são: opções Asiáticas, que pagam a diferença entre o preço de exercício e a base média durante um período específico; opções up-and-in barrier, que pagam a diferença entre os preços de exercícios e spot no exercício somente se o preço da base exceder algum nível de barreira pré-especificado; e opções down-and-out barrier, que pagam a diferença entre os preços de exercícios e spot do exercício somente se o preço da base não tiver ido abaixo de algum nível de barreira pré-especificada.

Novos tipos de opções aparecem frequentemente. Como elas são designadas a cobrirem circunstâncias individuais, métodos analíticos para precificar novos títulos derivativos não são sempre disponíveis quando os títulos são desenvolvidos. Entretanto, é possível obter boas estimativas do valor da maioria dos tipos de opções usando o Crystal Ball e o conceito de precificação de risco-neutro.

PRECIFICAÇÃO DE RISK-NEUTRAL E O MODELO DE BLACK-SCHOLES

Arbitragem é a compra de títulos de um Mercado para imediatamente revendê-lo em outro a fim de lucrar com a discrepância de preço. Como a venda do título no mercado de preço superior financia a compra do título no mercado de preço inferior, uma oportunidade de arbitragem não exige investimento de capital. Uma oportunidade de arbitragem é dita existir quando uma combinação de transações for disponível que não exige investimento de capital, não poder perder dinheiro, e ter uma probabilidade positiva de fazer dinheiro para aquele que se ocupa da arbitragem.

Num mercado eficiente, oportunidades de arbitragem não podem sobreviver durante muito tempo. Quando os que se dedicam à arbitragem compram títulos no mercado com o preço mais baixo, as forças de oferta e de demanda fazem o preço subir naquele mercado. Similarmente, quando os que se dedicam à arbitragem vendem títulos no mercado com preços mais altos, as forças de oferta e de demanda fazem o preço cair naquele mercado. A combinação da motivação do lucro e a aproximadamente instantânea negociação assegura que os preços nos dois mercados convergirão rapidamente se existir oportunidades de arbitragem.

Usando a hipótese da não arbitragem, economistas financeiros mostraram que o preço de um título derivativo pode ser encontrado como o valor esperado dos seus pagamentos descontados quando o valor esperado é tomado com respeito a uma transformação da medida da probabilidade original chamada medida *equivalent martingale* ou medida do *riskneutral*. Ver Duffie (1996), Hull (1997), McDonald (2006), ou Wilmott (1998, 2000) para mais a respeito da precificação de risco neutro[84].

[84] risk-neutral pricing

O preço de uma *opção put Europeia* corretamente avaliada é o valor presente esperado do pagamento $E[e^{-rT}\max(K - S_T, 0)]$, onde a esperança é tomada sob medida de *riskneutral*. Para calcular esta esperança, Black e Scholes (1973) modelaram o processo estocástico gerando o preço de uma ação que não paga os dividendos como *geometric Brownian motion*[85] (GBM).

O preço de Black-Scholes para uma opção *call Europeia* sobre uma ação que não paga os dividendos, negociada no tempo *t* é

$$C_t(S_t, T-t) = S_t N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2), \tag{12.1}$$

onde

$$d_1 = \frac{\log\left(S_t/_K\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{12.2}$$

$$d_2 = \frac{\log\left(S/_K\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \tag{12.3}$$

$N(di)$ é o valor da distribuição acumulada para uma variável randômica normal padrão com valor di, K é o *preço de exercício*, r é a taxa de juros livre de risco[86], e T é o tempo de vencimento.

A solução Black-Scholes para uma *opção put Europeia* sobre uma ação sem pagamentos de dividendos no instante *t* é:

$$P_t(S_t, T-t) = -S_t N(-d_1) + K e^{-r(T-t)} N(-d_2), \quad 12.4)$$

onde $d1$ e $d2$ são dados pelas expresses (12.2) e (12.3) acima.

Note que as variáveis que aparecem nas equações de Black-Scholes são o preço atual da ação, *St*; a volatilidade do preço da ação, *σ*; *preço de exercício*, *K*; data do vencimento, *T*; e a taxa de juros livre de risco, *r*; todas elas são independentes das preferências de risco individuais. Isto permite a hipótese de que todos os investidores são neutros ao risco, que conduz às soluções Black-Scholes acima. Entretanto, estas soluções são válidas para todo mundo, não apenas para aqueles onde os investidores são neutros ao risco.

Precificando Opções com o Crystal Ball

Na cosmovisão de Black-Scholes, um valor justo para uma opção é o valor presente do pagamento da opção no vencimento sob um *random walk* de risco neutro para os preços dos ativos base[87]. Portanto, a abordagem geral para usar simulação para encontrar o preço da opção é simples:

1. Usar a medida livre de risco, simular trajetórias amostrais das variáveis de ativos *subjacente* (p.ex., preços de ativos e taxas de juros *subjacente*) sobre um horizonte de tempo relevante.

2. Avaliar os fluxos de caixa descontados de um título sobre cada trajetória amostral, como determinado pela estrutura do título em questão.

3. Tirar a média dos fluxos de caixa descontados sobre as trajetórias amostrais.

Com efeito, este método computa uma estimativa de uma integral multidimensional que conduz ao valor esperado dos pagamentos descontados sobre o espaço das trajetórias amostrais. O aumento na complexidade dos títulos derivativos tem conduzido à necessidade de avaliar integrais de dimensões altas. A simulação de Monte Carlo é atrativa com relação às outras técnicas numéricas porque ela é flexível,

[85] Movimento Browniano Geométrico
[86] risk-free rate of interest
[87] underlying

fácil de implementar e modificar, e a taxa de convergência de erro é independente da dimensão do problema.

Para simular preços de ações usando as hipótese por detrás do modelo Black-Scholes, gere replicações independentes do preço da ação no instante $t + \delta$ da fórmula

$$S^{i}_{t+\delta} = S_t \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\delta + \sigma\sqrt{\delta}\, Z^{(i)}\right), \tag{12.5}$$

Para $i = 1, \ldots, n$, onde S_t é o preço da ação no instante t, r é a taxa de juros sem risco, σ é a volatilidade da ação, e $Z(i)$ é uma variável randômica normal padrão.

Os arquivos Excel EuroCall.xls na Figura 8.1 e EuroPut.xls na Figura 8.2 contém modelos de simulação para precificação de opções Europeias *Call* e Put sobre uma ação com preço corrente S_0 =$100 e volatilidade anual σ = 40%. As opções têm *preço de exercício K* =$100, e seis meses antes do vencimento, num mundo com taxa livre de risco r = 5%. É claro, estes são títulos para os quais as fórmulas Black-Scholes (12.1) e (12.4) fornecem uma resposta exata, então não há necessidade de usar simulação para precificá-las. Entretanto, opções Europeias servem para ajudar-nos ver quão bem a abordagem de precificação de Monte Carlo funciona — desde que conhecemos a solução exata, torna-se possível verificar a acurácia dos resultados de nossa simulação versus a solução exata fornecida por Black-Scholes. No arquivo Excel EuroCall.xls, o preço *call Europeia* estimado pela simulação com 100.000 iterações é $12,33 (com erro padrão 0,06), em quanto o preço Black-Scholes é $12,39. Na EuroPut.xls, o preço da *put* Europeia estimado pela simulação com 100.000 iterações é $9,92 (0,04), enquanto o preço Black-Scholes é também $9,92.

A capacidade disponibilizada e aumentada dos computadores e os softwares de fácil uso têm aprimorado o recurso da simulação para precificar derivativos. O principal defeito da simulação de Monte Carlo é que um número grande de replicações pode ser exigido para obter resultados precisos. Felizmente, as velocidades dos computadores aumentaram grandemente nos últimos 30 anos e os algoritmos dos softwares tais como a função Extreme Speed do Crystal Ball tornaram-se mais eficientes. Além disso, as técnicas de redução da variância podem ser aplicadas para dar ênfase às inferências e reduzir o número de replicações exigido. As técnicas de redução da variância serão cobertas no Apêndice C.

	A	B	C	D	E
1	EuroCall.xls				
2					
3	Entradas			Black-Scholes Solution	
4	S_0	$ 100,00		d_1	0,2298
5	K	$ 100,00		d_2	-0,0530
6	Sigma	40%		N(d_1)	0,5909
7	T	0,5		N(d_2)	0,4789
8	R_f	5%		C(S,T)	$ 12,39
9	Z	0,0000			
10					
11	S_T	$ 98,51			
12	Pagamentos	$ -			
13	Valor presente da call	$ -		VP médio	$ 12,39

FIGURA 8.1 Segmento de planilha do modelo para simular uma opção *call Europeia*.

	A	B	C	D	E
1	**EuroPut.xls**				
2					
3	**Entradas**			**Black-Scholes Solution**	
4	S_0	$ 100,00		d_1	0,2298
5	K	$ 100,00		d_2	-0,0530
6	Sigma	40%		N(-d_1)	0,4091
7	T	0,5		N(-d_2)	0,5211
8	R_f	5%		**P(S,T)**	**$ 9,92**
9	Z	0,0000			
10					
11	Preço final (S_T)	$ 98,51			
12	Pagamentos	$ 1,49			
13	Valor presente do put	$ 1,45		**VP médio**	**$ 9,87**

FIGURA 8.2 Segmento de planilha do modelo para simular uma opção European *put*.

SEGURO (INSURANCE) DE PORTFOLIO[88]

Nesta seção, usamos o Crystal Ball para simular a combinação de manter uma opção *put* com o ativo *subjacente*. Isto limita a potencial parte superior, mas protege contra potenciais perdas e assim é uma forma de segurança de portfólio[89]. Veremos como esta estratégia abaixa o risco e valor esperado dos níveis obtidos quando se mantém o ativo *subjacente* por si só. Embora esta estratégia abaixe o risco para qualquer ativo *subjacente* selecionado, ela poderá induzir um administrador de dinheiro a comprar um *subjacente* de maior risco com um retorno esperado maior se ele puder ser protegido com uma *put*.

A Figura 8.3 mostra um segmento de planilha do modelo no arquivo VFH.xls usada para estimar o retorno sobre um portfólio composto em 21 de Agosto de 2006, de um lote de *exchange-traded fund* (ETF) seguindo ação VFH e uma opção *put* sobre VFH que vence em 16 de Março de 2007. O *holding period* é calculado como 0,57 anos na célula E13. A VFH segue a performance do índice *benchmark* da *Morgan Stanley (MSCI) U.S. Investable Market Financials*. Este índice consiste de ações de grandes, de tamanho médio e de pequenas companhias dos U.S.A. dentro do setor financeiro, que é composto de companhias envolvidas nas atividades tais como bancos, finanças hipotecárias, finanças ao consumidor, finanças especializadas, bancos de investimentos e corretagens, administradoras de ativo e custódia, empréstimos corporativos, seguros, investimentos financeiros, e *real estate*. Os parâmetros *drift* (arrastamento) e volatilidade foram estimados como sendo 11,50% e 11,75%, respectivamente, dos preços de fechamento mensais de VFH para os 31 meses anteriores. A célula D21 tem a taxa de retorno ganha se a ação sozinha fosse mantida de 21 de Agosto até 16 de Março, e a célula D23 tem a taxa de retorno ganha sobre o portfólio de ação e opção *put* mantidos durante o mesmo período.

[88] É um método de hedging um portfolio de ações contra o risco de mercado por posição short (descoberto ou vendida) de índices futuros de ações.
[89] portfolio insurance

	A	B	C	D	E	F
1	**VFH.xls**					
2						
3	Drift	11,50%				
4	Vol	11,75%				
5	Data	Fech. Ajust.*	Retorno	Put Option		
6	21/ago/06	59,33	-0,29%	Comprada	21/08/2006	
7	18/ago/06	59,5	0,08%	Preço	1,95	
8	17/ago/06	59,45	0,32%	Vencimento	16/03/2007	
9	16/ago/06	59,26	0,51%	*Strike*	58,00	
10	15/ago/06	58,96	1,62%	Ação		
11	14/ago/06	58,01	0,14%	Comprada	21/08/2006	
12	11/ago/06	57,93	-0,46%	Preço	59,33	
13	10/ago/06	58,2	0,60%	Holding Period	0,57	
14	09/ago/06	57,85	-1,08%	Z	0,00	
15	08/ago/06	58,48	-0,87%			
16	07/ago/06	58,99	-0,41%	Preço da Ação na Data doVencimento		
17	04/ago/06	59,23	0,37%	$ 69,98		
18	03/ago/06	59,01	0,56%	Valor da Put na Data do Vencimento		
19	02/ago/06	58,68	0,12%	$ -		
20	01/ago/06	58,61	-0,26%	Retorno sobre a Ação Sózinha		
21	31/jul/06	58,76	-0,41%	17,96%		
22	28/jul/06	59	1,76%	Retorno sobre a Ação e Put		
23	27/jul/06	57,97	-0,52%	14,20%		
24	26/jul/06	58,27	0,00%			
649	02/fev/04	47,67	0,44%			
650	30/jan/04	47,46				

FIGURA 8.3 Segmento de planilha do modelo na VFH.xls para simular o retorno sobre a manuter uma ação e uma opção *put*.

A Figura 8.4 mostra os diagramas *forecast* para as células D21 e D23, especificadas para ter a mesma escala no eixo horizontal. Note como a opção para vender VFH pelo preço de exercício, se seu preço cair abaixo disto, limita o valor da perda financeira do portfólio mas não a parte superior. Entretanto, esta proteção sucede à custa do preço da opção, assim o retorno porcentual médio sobre o portfólio de 4.09% é inferior daquele de manter a ação sozinha, que é 6,81%. Isto é similar a comprar cobertura de seguro para proteger-se contra uma perda, assim a estratégia de comprar uma *put* juntamente com ação é uma forma de segurança de portfólio.

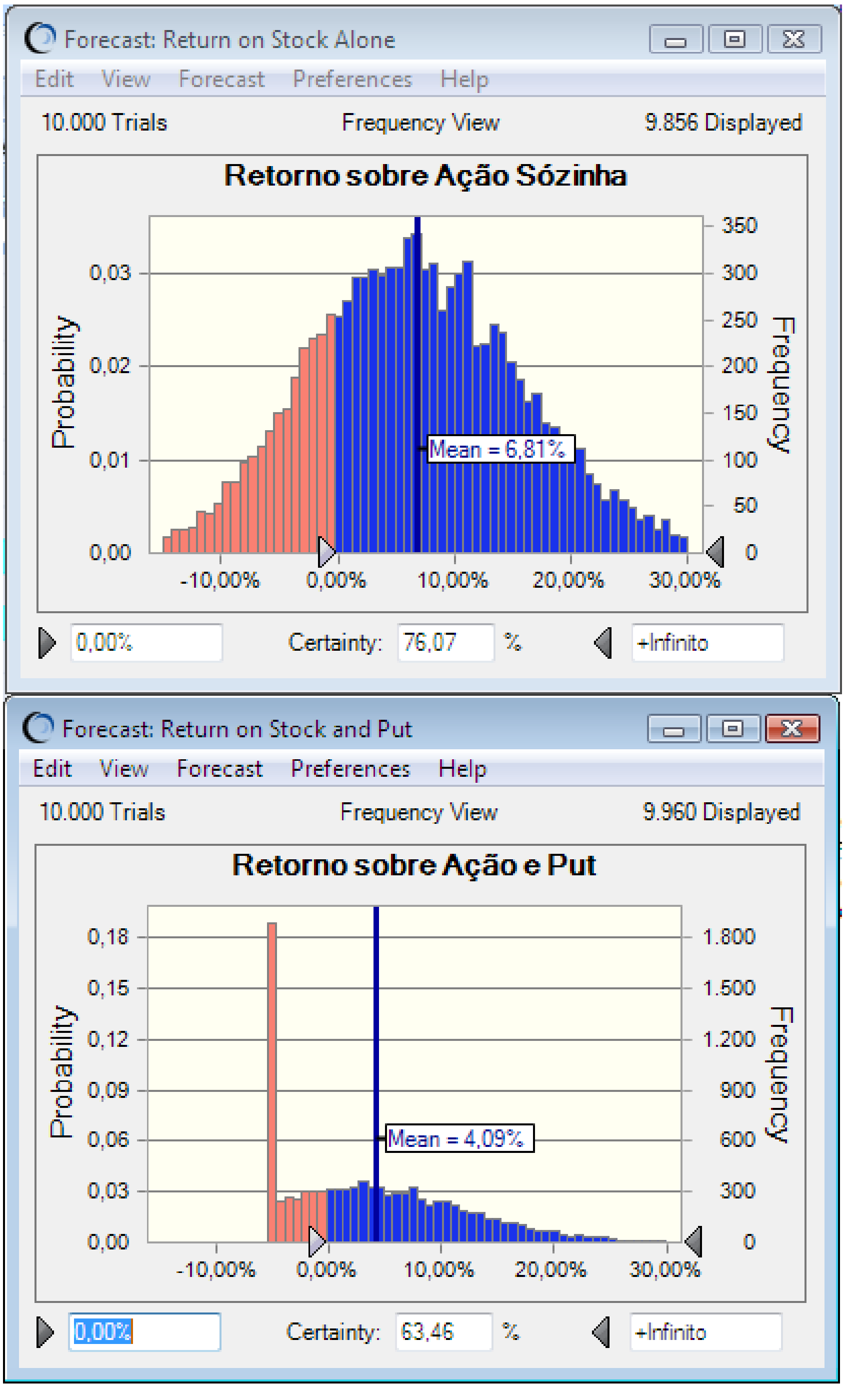


FIGURA 8.4 Diagramas *Forecast* do modelo em VFH.xls para simular o retorno em manter uma ação e uma opção *put*.

PRECIFICAÇÃO DA OPÇÂO AMERICANA

Enquanto uma *opção Européia* garante ao seu proprietário o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender lotes de uma ação ordinária pelo preço de exercício, K, na data do vencimento T, uma *opção Americana* garante seu proprietário o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender lotes de uma ação ordinária pelo preço de exercício, K, *na ou antes da* data do vencimento T.

As expressões Black-Scholes (12.1) e (12.4) são para opções Europeias e assim rendem aproximações para os valores da opções *call* e *put* Americanas. Na prática, técnicas numéricas são usadas para obter aproximações mais próximas das opções que podem ser exercidas na, ou antes da, data de vencimento **T**.

O valor correto de uma opção American *put* é o valor esperado descontado dos seus fluxos de caixa futuros. Os fluxos de caixa surgem porque o *put* pode ser exercido no próximo instante, *dt*, ou o instante seguinte, 2*dt*, se não previamente exercido, . . . , *ad infinitum*. Na prática, opção Americanas são aproximadas por títulos que podem ser exercidos em somente um número finito de oportunidades, *k*, antes de vencer na data **T**. Estes tipos de instrumento financeiro são chamados *opções das Bermudas*. Escolhendo *k* grande o suficiente, o valor computado de uma opção *das Bermudas* será praticamente igual ao valor de uma opção American.

Geske e Johnson (1984) desenvolveram uma aproximação numérica para o valor de uma opção American baseada em valores extrapolados para *opções das Bermudas* tendo números pequenos (1, 2, e 3) de oportunidades de exercício. Seus resultados são exatos no limite quando o número de oportunidades de exercício vai ao infinito. Broadie e Glasserman (1997) usaram simulação para precificar opções Americanas gerando dois estimadores, um altamente tendencioso e um de baixa tendenciosidade, ambos assintoticamente imparciais e convergentes ao preço verdadeiro. Avramidis e Hyden (1999) discutiram maneiras de melhorar as estimativas de Broadie e Glasserman. Longstaff e Schwartz (1998) forneceram um método alternativo para precificar opções Americanas.

As funções do exercício anterior de opções Americanas tornam sua avaliação mais difícil porque uma política de *optimal exercise* deve ser estimada como parte da avaliação. Este aspecto *free–boundary* do problema de precificação levou alguns autores a concluirem que a simulação de Monte Carlo não é adequada para avaliar opções American (por exemplo, Hull 1997). Entretanto, veremos a seguir como usar o Crystal Ball e OptQuest para este propósito.

O arquivo BermuPut.xls contém um exemplo de avaliação de uma opção *das Bermudas put* com preço de ação inicial de $S0$ = 40, taxa livre de risco r = 0,0488, data de vencimento T = 0,5833 (sete meses), volatilidade σ = 0,4, *preço de exercício* K = 45, e seis early-exercise opportunities nos Meses 1 a 6. De Geske e Johnson (1984), o valor verdadeiro desta opção é $7,39.

A planilha na Figura 8.5 ilustra um método para precificar esta opção usando Crystal Ball e OptQuest. Este método usa a *tabu search* do OptQuest para identificar uma

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	BermuPut.xls							
2								
3	Entradas							
4	S_0	$40,00						
5	K	$45,00						
6	Sigma	40%						
7	T	0,5833						
8	R_f	4,88%						
9								
10	Mês	Tempo	Z	S	Limite	Venda	Vendida	VP(Pagamento)
11	0	0		$40,00				
12	1	0,08	0,00	$39,90	$30,05	0	0	$ 5,08
13	2	0,17	0,00	$39,79	$30,10	0	0	$ 5,17
14	3	0,25	0,00	$39,69	$30,36	0	0	$ 5,25
15	4	0,33	0,00	$39,59	$34,53	0	0	$ 5,33
16	5	0,42	0,00	$39,48	$35,88	0	0	$ 5,41
17	6	0,50	0,00	$39,38	$36,85	0	0	$ 5,48
18	7	0,58	0,00	$39,28	$45,00	1	1	$ 5,56
19								
20	Valor na Data 0							
21	$5,56							

FIGURA 8.5 Segmento de planilha do modelo para simular uma opção *das Bermudas put*.

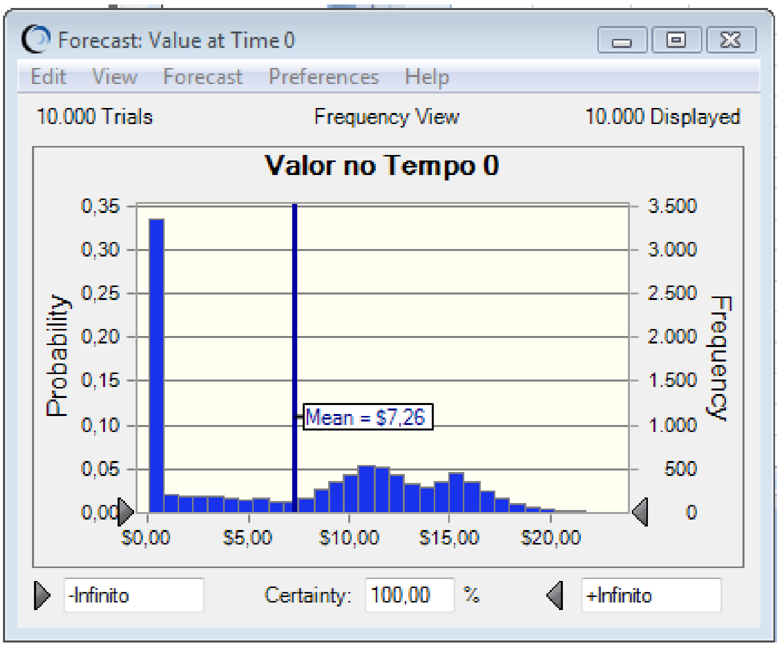


FIGURA 8.6 *Forecast* do modelo para similar uma opção *das Bermudas put*. Os valores das variáveis de decisão nas células E12:E17 foram selecionados pelo OptQuest.

política ótima, daí então um conjunto final de iterações para estimar o valor da opção sob a política identificada. O preço estimado para a opção descrito acima está mostrado na Figura 8.6 como $7,26. O erro padrão desta estimativa é $0,06.

A Figura 8.7 mostra somente as restrições sobre as variáveis de decisão. Como ficou mais comprido o tempo que leva até o vencimento, maior a chance do preço da ação cair abaixo do preço de exercício, assim o valor limite do exercício anterior deverá também ser menor que o valor num tempo posterior. Estas restrições são impostas na Figura 8.7 pela exigência do limite no mês t ser maior que ou igual ao limite no mês anterior, $t - 1$, para $t = 2, 3, 4, 5, 6$.

PRECIFICAÇÂO DE OPÇÃO EXÓTICA

Opções exóticas são instrumentos financeiros tendo estruturas de pagamentos mais complicadas que as *puts* e *calls* “plain vanilla”. Como o termo exóticas é usado para descrever opções no sentido *não-usual*, não há uma categorização bem aceita das opções exóticas. O que são opções exóticas para uns *trader* poderá ser tratado com base diária por outros, e então não usual. Para os nossos propósitos, usamos o termo para aplicar a qualquer opção diferente da *puts* e *calls* Europeia ou Americana que descrevemos até aqui.

Existem muitas opções exóticas para listar aqui, mas as próximas três subseções mostram como modelar algumas opções que são representativas destas que você poderá encontrar.

Opções Digital

As opções Digitais pagam ou uma quantia pré especificada de um ativo, ou absolutamente nada. Por exemplo, uma opção Europeia *cash-or-nothing* digital (chamada também de binária) *call* paga $1 se e somente se o preço da *subjacente* exceder o *preço de exercício* na data do vencimento. Isto é, o pagamento é

$$\begin{cases} \$1 \text{ se } S_T > K, \\ 0 \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

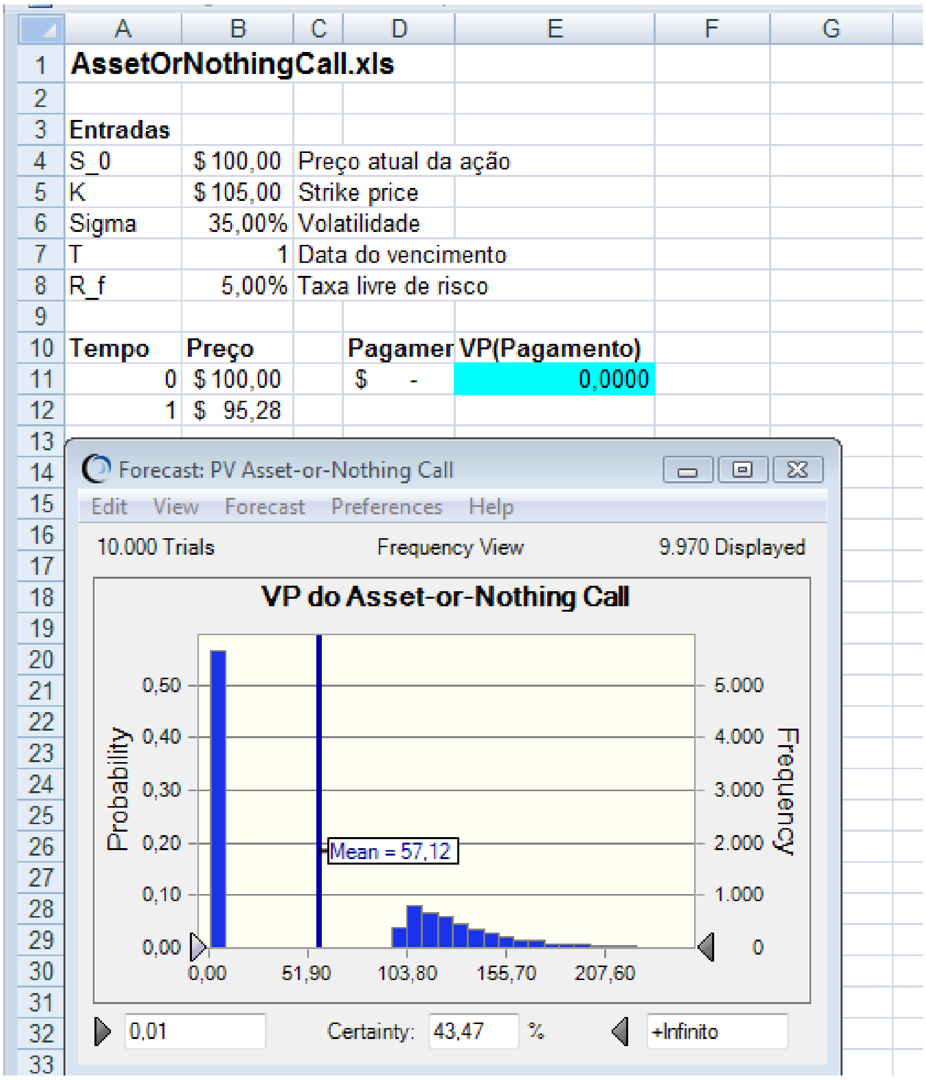


FIGURA 8.8 Segmento de planilha do modelo em AssetOrNothingCall.xls para similar o retorno sobre uma opção *asset-or-nothing call option*.

Uma opção Europeia asset-or-nothing digital *call* paga um lote de ativo *subjacente* se e somente se o preço do ativo subjacente exceder o preço de exercício (*preço de exercício*) na data de exercício. Isto é, o pagamento é

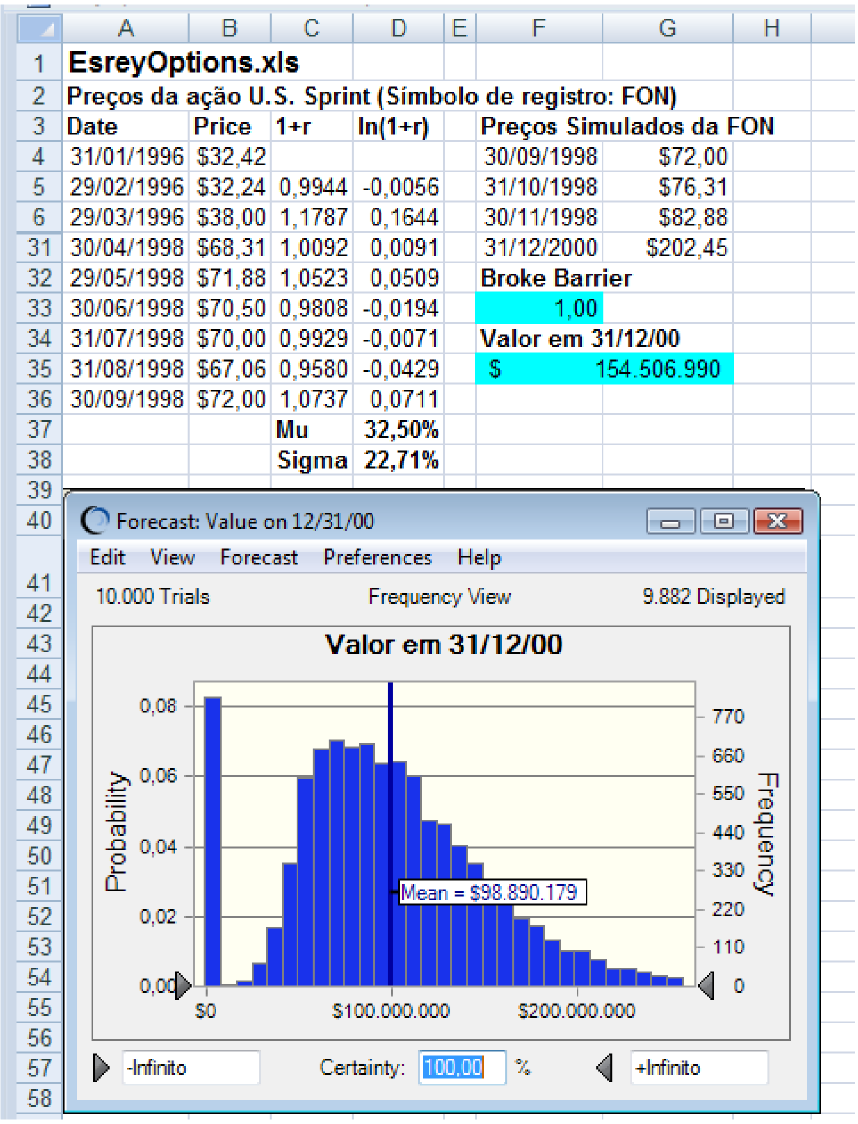
$$S_T \text{ se } S_T > K,$$

0 caso contrário.

A Figura 8.8 mostra um modelo para avaliar uma opção *call asset-or-nothing* com *preço de exercício* $105 vencendo daqui um ano. Pode ser usado para modelar uma opção *cash-or-nothing* tendo que pagar $1 inserindo na célula D11 a fórmula =IF(B12>K,1,0).

Opções Barreira

Em 28 de Setembro de 1998, o *New York Times* reportou que o presidente da Sprint William T. Esrey sustentava ganhar opções *call* tendo um *preço de exercício* de $47,94 por um milhão de lotes de ações da Sprint se o preço da ação atingisse uma barreira de preços de $95,875 em algum momento no futuro. Em 30 de Setembro de 1998, o preço da ação da Sprint fechou em $72,00. O arquivo EsreyOptions.xls na Figura 8.9 contém um modelo para estimar o valor da barreira *up-and-in* em opções *call* de Mr. Esrey em 31 de Dezembro de 2000, baseado no *drift* histórico e volatilidade da ação da Sprint estimado dos preços de fechamento mensais durante o período de 31 de Janeiro de 1996, até 30 de Setembro de 1998, que foi um período de crescimento muito dinâmico na indústria de telecomunicações.



	A	B	C	D	E	F	G
1	EsreyOptions.xls						
2	Preços da ação U.S. Sprint (Símbolo de registro: FON)						
3	Date	Price	1+r	ln(1+r)		Preços Simulados da FON	
4	31/01/1996	$32,42				30/09/1998	$72,00
5	29/02/1996	$32,24	0,9944	-0,0056		31/10/1998	$76,31
6	29/03/1996	$38,00	1,1787	0,1644		30/11/1998	$82,88
31	30/04/1998	$68,31	1,0092	0,0091		31/12/2000	$202,45
32	29/05/1998	$71,88	1,0523	0,0509		Broke Barrier	
33	30/06/1998	$70,50	0,9808	-0,0194		1,00	
34	31/07/1998	$70,00	0,9929	-0,0071		Valor em 31/12/00	
35	31/08/1998	$67,06	0,9580	-0,0429		$	154.506.990
36	30/09/1998	$72,00	1,0737	0,0711			
37			Mu	32,50%			
38			Sigma	22,71%			

FIGURA 8.9 Segmento de planilha do modelo em EsreyOptions.xls para similar o retorno numa up-and-in barrier *call* option.

Opções Asiática

A Figura 8.10 mostra um modelo usado para determinar o preço de uma opção *call* Asiática de preço-médio para uma ação com $S0 = \$40$, $K = \$40$, $\sigma = 30\%$, $r = 8\%$, e $T = 0{,}25$.

O valor de \$1.98 (com um erro padrão de \$0,03) é consistente com McDonald (2006), que obteve um preço de \$2,03 (\$0,03).

Denote o preço da ação no instante t como S_t. Daí então para esta opção, que pagam a média aritmética dos preços mensais, o preço da opção é encontrado por simulação dos preços da ação S_1, S_2, e S_3, depois então tomando a média sobre todas as iterações da quantidade

$$e^{-rT}E\left(\max\left[\frac{(S_1+S_2+S_3)}{3}-K,0\right]\right)$$

Soluções analíticas existem para precificação de opções Asiáticas que pagam com base numa média geométrica (ver McDonald 2006). Para precificar isto como uma opção Asiática geométrica com o Crystal Ball, simule preços de ações S_1, S_2, e S_3, depois então tire a média sobre todas as iterações da quantidade

$$e^{-rT}E(\max\ [\sqrt[3]{S_1S_2S_3}-K,0])$$

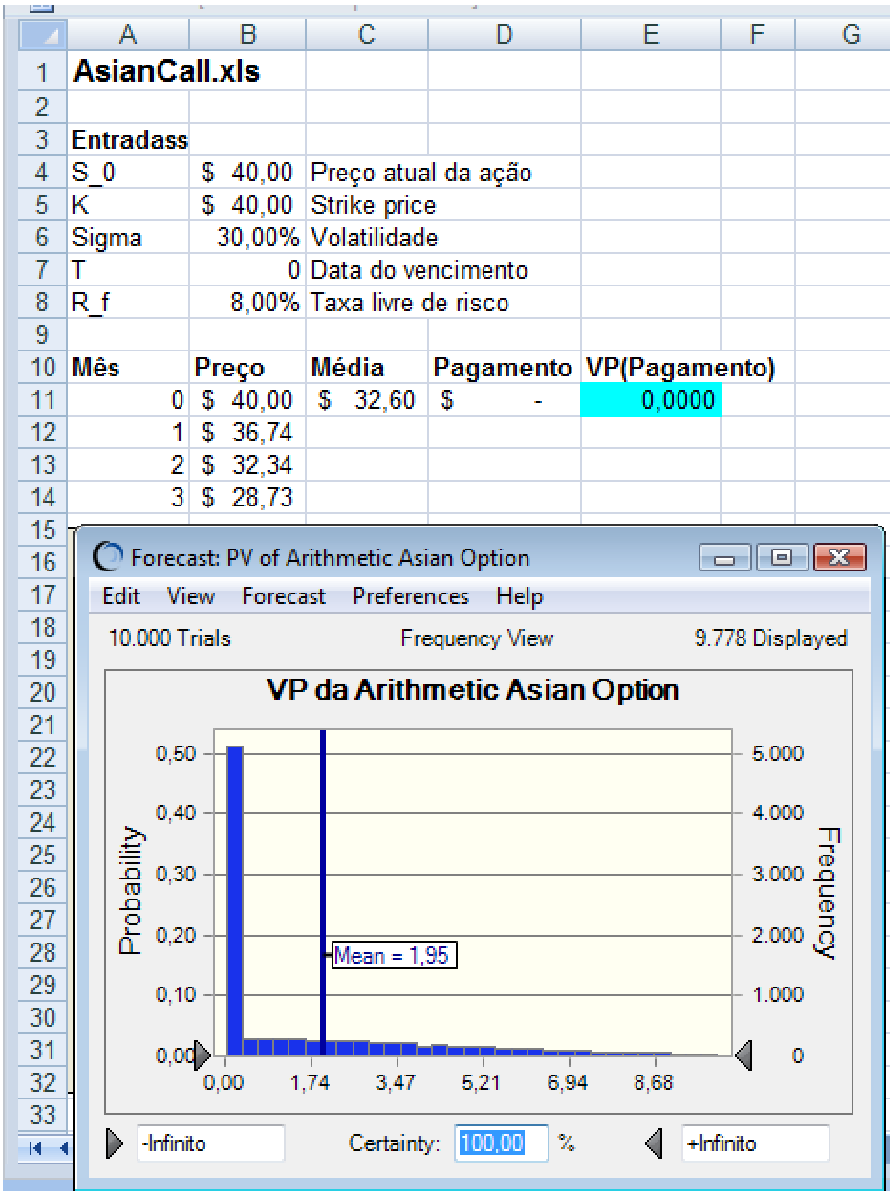


FIGURA 8.10 Segmento de planilha do modelo em AsianCall.xls para simular o retorno sobre uma opção *call* preço-médio.

BULL SPREAD

Os *traders* de opções frequentemente mantêm mais do que uma opção da mesma ação. Isto é chamado de estratégia de opção.

A Figura 8.11 mostra um modelo para uma estratégia *bull-spread* na qual um *trader* compra uma *call* com *preço de exercício K* = $130 e inscreve a *call* com *preço de exercício K* = $140. Ambas *calls* vencem em

15 de Dezembro de 2006. A Figura 8.11 mostra um retorno médio de −5.96% sobre o *bull spread* se os parâmetros assumidos forem μ e σ da ação são 5% e 11 %, respectivamente.

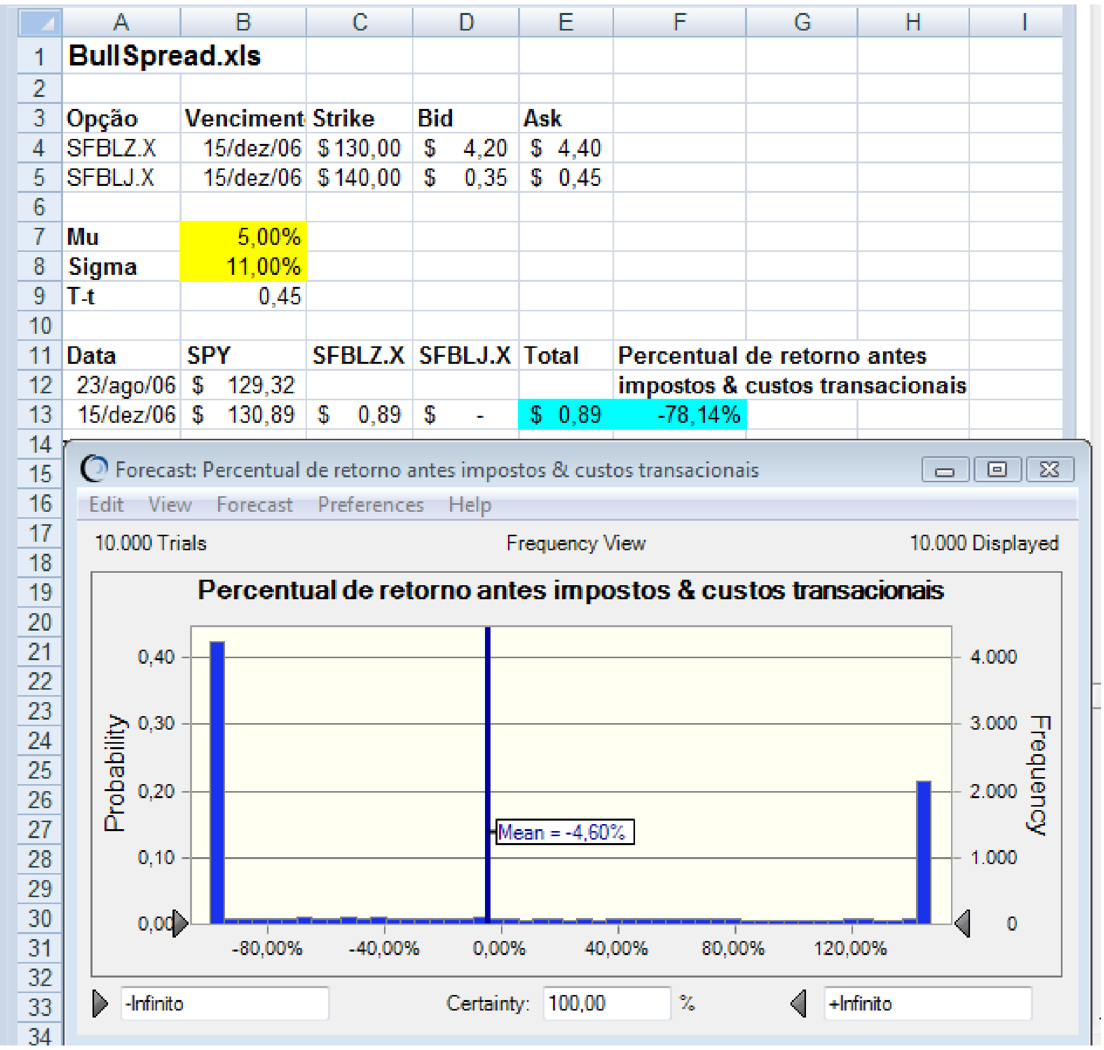


FIGURA 8.11 Segmento de planilha do modelo em BullSpread.xls para simular uma *bull spread*.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Trend Chart Overlay Chart Forecast Charts	Mu (0.00%)	Mu (2.00%)	Mu (4.00%)	Mu (6.00%)	Mu (8.00%)	Mu (10.00%)	
2	Sigma (6.00%)	-58%	-44%	-29%	-11%	7%	27%	1
3	Sigma (8.00%)	-45%	-33%	-20%	-6%	9%	25%	2
4	Sigma (10.00%)	-35%	-25%	-14%	-2%	10%	23%	3
5	Sigma (12.00%)	-28%	-19%	-9%	1%	11%	22%	4
6	Sigma (14.00%)	-23%	-15%	-6%	2%	11%	21%	5
7	Sigma (16.00%)	-19%	-12%	-4%	4%	12%	20%	6
8	Sigma (18.00%)	-16%	-9%	-3%	5%	12%	19%	7
9	Sigma (20.00%)	-14%	-8%	-1%	5%	11%	18%	8
10	Sigma (22.00%)	-12%	-6%	0%	5%	11%	17%	9
11	Sigma (24.00%)	-10%	-5%	0%	6%	11%	16%	10
12	Sigma (26.00%)	-9%	-4%	1%	6%	11%	16%	11
13		1	2	3	4	5	6	

	A	B	C	D	E	F	G
1	Trend Chart Overlay Chart Forecast Chart	Mu (0,00%	Mu (2,00%	Mu (4,00%	Mu (6,00%	Mu (8,00%	Mu (10,0%
2	Sigma (6,00%)	163%	215%	276%	345%	421%	500%
3	Sigma (8,00%)	212%	258%	309%	366%	427%	490%
4	Sigma (10,00%)	248%	289%	333%	380%	429%	481%
5	Sigma (12,00%)	276%	311%	349%	388%	431%	475%
6	Sigma (14,00%)	296%	327%	360%	394%	431%	469%
7	Sigma (16,00%)	311%	339%	368%	398%	430%	464%
8	Sigma (18,00%)	323%	348%	374%	401%	429%	459%
9	Sigma (20,00%)	332%	354%	379%	404%	428%	454%
10	Sigma (22,00%)	339%	360%	382%	405%	427%	450%
11	Sigma (24,00%)	345%	364%	384%	405%	426%	447%
12	Sigma (26,00%)	349%	367%	386%	405%	424%	443%
13		1	2	3	4	5	6

FIGURA 8.12 Tabela de decisão do modelo em BullSpread.xls para simular o retorno numa bull spread para vários valores de μ e σ.

Como diferentes *traders* têm diferentes expectativas para μ e σ, a Figura 8.12 mostra estimativas de estratégias de retornos médios de *bull-spread* como uma função de níveis diferentes de μ e σ . Em geral, o retorno médio cresce como uma função de ambos os parâmetros.

PRINCIPAL-PROTECTED INSTRUMENT

Apesar de não ser estritamente uma opção, a análise dos *principal-protected instruments* (PPIs) está incluída aqui para demonstrar como modelar outros títulos derivativos recentemente introduzidos no mercado.

Os PPIs são vendidos a investidores avessos ao risco que querem garantir contratualmente que eles não percam nada do seu investimento inicial, mas querem também participar em alguma extensão nos movimentos para cima do preço de um investimento financeiro. Eles são títulos híbridos que combinam um instrumento de rendimento fixo com uma série de componentes derivativos. Os PPIs foram projetados para ativos, tal como ações ordinárias, moedas, taxas de juros ou commodities.

A Figura 8.13 mostra um modelo para avaliar um PPI com as seguintes características: Para cada trimestre de sua vida de cinco anos, o retorno trimestral do PPI segue a pista do retorno trimestral do ativo *subjacente* XYZ. Entretanto, se a taxa de retorno trimestral sobre a XYZ exceder 15% para qualquer trimestre, o retorno do PPI para aquele trimestre é culminado a 15%. Ao final dos cinco anos, o PPI entregará uma quantia final determinada pelos 20 retornos trimestrais especificados no contrato.

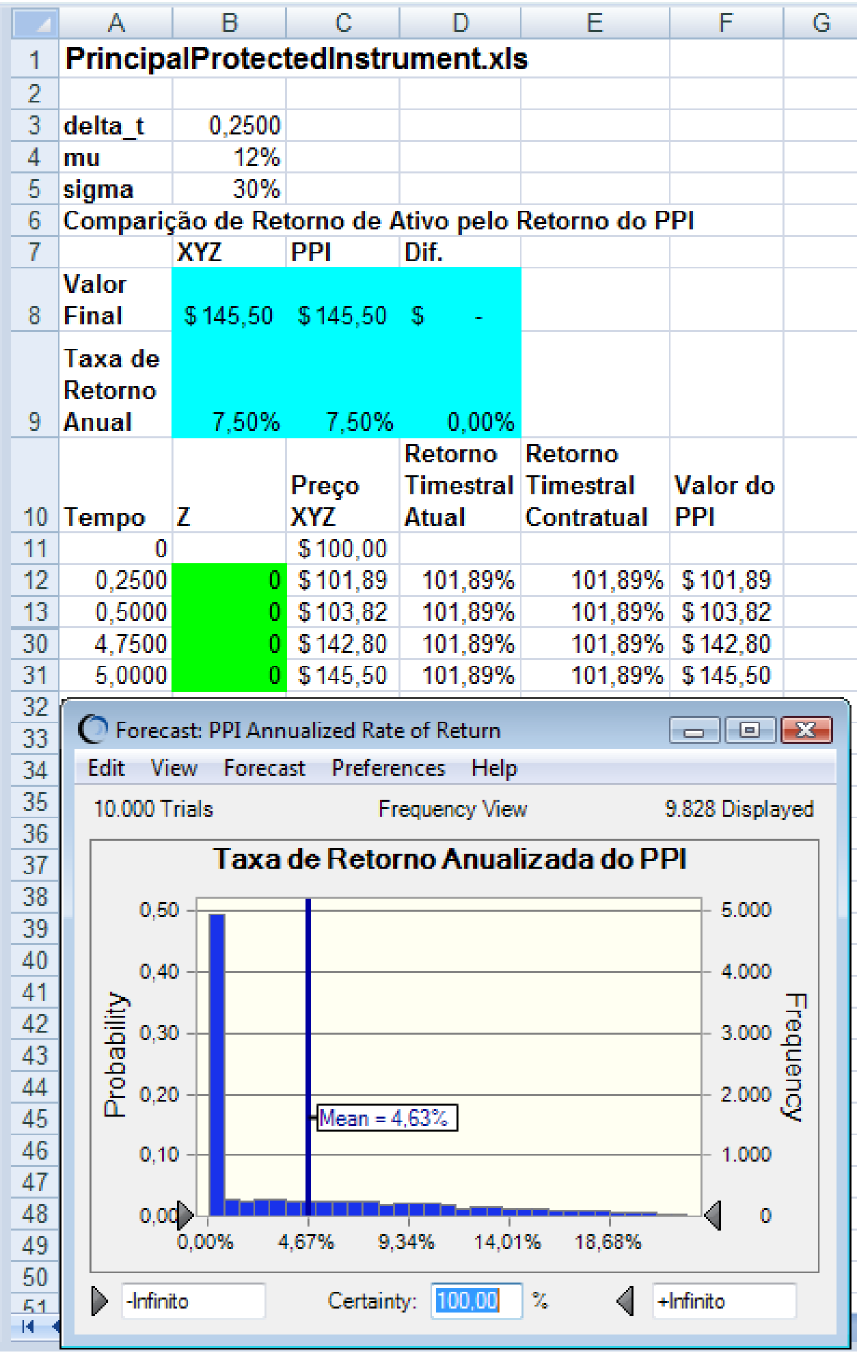


FIGURA 8.13 Modelo para calcular a distribuição das taxas de retornos sobre um *principal-protected instrument.*

Denote o investimento inicial como I, o valor final de XYZ como F_{xyz}, o valor final de PPI como $Fppi$, e a taxa trimestral de retorno sobre a ação XYZ como R_i para $i = 1, 2, \ldots, 20$.

O valor final da XYZ é

$$F_{xyz} = I \prod_{i=1}^{20} 1 + R_i,$$

Enquanto o valor final do PPI é

$$F_{xyz} = max\left[I \prod_{i=1}^{20} \min(1 + R_i, 1{,}15)\,, I\right].$$

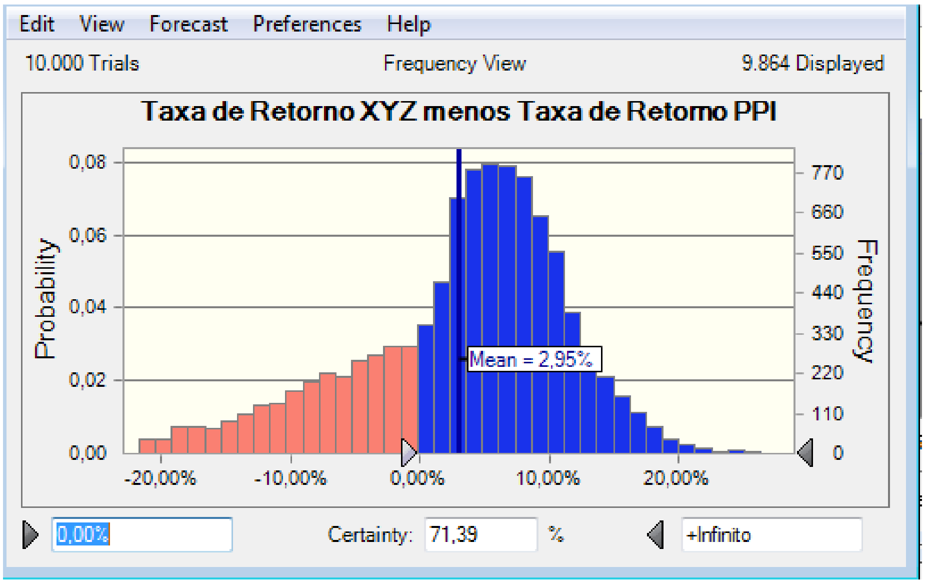


FIGURA 8.14 Distribuição da diferença na taxa anualizada de retorno sobre um PPI e o ativo *subjacente*.

O modelo de simulação na Figura 8.13 gera valores trimestrais para o ativo XYZ usando o *geometric Brownian motion* com parâmetros μ = 12% e σ = 30%.

A planilha “Report” mostra os valores finais e taxas anualizadas de retorno em manter o PPI e o XYZ. A Figura 8.14 mostra a diferença nas taxas anualizadas de retorno quando mantiver o PPI e XYZ somente. O investidor avesso ao risco paga 2,95% em média para garantir que o principal não é perdido. A Figura 8.14 mostra também que a probabilidade é de cerca 71% daquela que o investidor realizaria com um retorno maior por manter XYZ somente do que manter o PPI.

CAPÍTULO 09 – OPÇÕES REAIS NO CRYSTAL BALL

Este capítulo descreve um tópico recente em finanças chamado análise de opções reais (ROA) e mostra como o Crystal Ball e *OptQuest* podem ajudá-lo a determinar o valor de opções reais. Como vimos, uma opção financeira é o direito, mas não a obrigação, de comprar (ou vender) um ativo em algum momento dentro de um período de tempo pré-determinado por um preço pré-determinado. O ROA é usado como uma metodologia alternativa para avaliar decisões de investimento de capital envolvendo um alto grau de flexibilidade gerencial, tal como projetos de pesquisa e desenvolvimento ou decisões sobre um novo produto. Diferentemente do método simples do valor presente líquido (VPL) usado na teoria de finanças tradicional, o ROA trata uma oportunidade de investimento como ou uma opção simples ou uma opção composta (uma sequência de opções). O método VPL tradicional não avalia a flexibilidade gerencial corretamente quando ele se apoia na falsa *assumption* de que os investimentos ou são irreversíveis ou que eles não podem ser adiados.

Neste capítulo, veremos a similaridade entre opções reais e financeiras, depois então discutiremos aplicações do ROA e alguns métodos analíticos que tem sido usados com opções reais. A ferramenta de avaliação de opção real (ROV) como descrita nas seções finais combinam o uso do Crystal Ball e *OptQuest* para determinar o valor das oportunidades que contêm opções reais.

OPÇÕES FINANCEIRAS E OPÇÕES REAIS

Com uma *opção financeira* o investimento inicial num contrato de opção compra a oportunidade potencial de desfrutar de um fluxo de caixa positivo quando o preço de mercado futuro mudar aquele do ativo financeiro subjacente a favor de algum modo, mas não leva a obrigação de realizar um fluxo de caixa negativo se condições desfavoráveis prevalecerem. Por exemplo, o proprietário de uma opção *call* não é obrigado a comprar o ativo subjacente ao preço de exercício se o seu preço de mercado estiver abaixo do preço de exercício na data do vencimento, e o proprietário de uma opção *put* não é obrigado a vender o ativo subjacente pelo preço de exercício se o preço de mercado estiver acima do preço de exercício na data do vencimento. Esta flexibilidade de limitar as perdas adiciona valor a um contrato de opção financeiro quando existir a incerteza a respeito do preço de mercado futuro do ativo subjacente.

Contrastando a flexibilidade de um contrato de opção com um *contrato futuro*, que especifica o preço e uma data futura para uma transação que ambas as partes são obrigadas a concluírem. Por exemplo, se você tiver que pagar a quantia fixada de rúpias Indianas (INR) daqui a um ano, mas você quer imobilizar a quantia de dólares Americanos (USD) que você ganhará naquela hora, você pode envolver-se com um contrato futuro (com algum custo para você) o qual especifica uma taxa de câmbio para a quantia de USD a receber no câmbio por INR daqui a um ano. Uma vez tendo você imobilizado naquela taxa de câmbio, você está protegido das flutuações na taxa de câmbio USD/INR na data fixada. Se a taxa de câmbio na data fixada estiver mais baixa no próximo ano do que aquela que você bloqueou, você acabará com mais USD do que você receberia de outra forma à taxa de câmbio na data fixada, mas se a taxa de câmbio na data fixada ficar maior no próximo ano, você acabará com um pouco menos USD do que você teria por outro lado. Com um contrato futuro, você corre o risco de perder mais do que apenas o custo do contrato se a taxa de câmbio USD/INR subir — você também perde a oportunidade de se beneficiar de altas na taxa de câmbio.

Com um *contrato de opção put* de rúpia, você pode simplesmente escolher em não concluir a transação se a taxa de câmbio na data fixada exceder o preço de exercício. Você perderá o custo de entrar no contrato de opção, mas você se beneficiará de vender seu INR à taxa de câmbio na data fixada superior. Com tudo ademais ficando igual, um contrato de opção é mais valioso do que um contrato futuro porque um contrato de opção oferece mais flexibilidade do que um contrato futuro. O capítulo 12 descreveu como usar o Crystal Ball para determinar valores de opções. Para mais informações sobre opções e contratos futuros, ver McDonald (2006) ou Wilmott (2000).

Com uma *opção real*— uma opção sobre um ativo real— o investimento inicial relacionado ao ativo compra a oportunidade potencial de continuar, expandir, ou abandonar o uso do ativo quando se for favorável fazer isto, mas não transmite a obrigação de realizar alguma perda quando condições desfavoráveis prevalecerem. Devido aos esforços tais como testar lugares potenciais de perfuração de poços de petróleo pode ser visto como opções de aprendizagem, modelos financeiros similares àqueles usados para determinação de valores financeiros de opções podem ser usados para determinar o valor das opções reais embutidas na oportunidade de testar pelo petróleo num lugar particular.

Para aprender mais sobre a teoria subjacente às opções reais, ver os textos de Dixit e Pindyck (1994), ou Trigeorgis (1996), os quais resumem muito dos trabalhos anteriores feitos na aplicação de metodologia de avaliação de opções financeiras para problemas de opções reais. A próxima seção descreve como as opções reais foram aplicadas em vários contextos.

APLICAÇÕES DA ROA

Para uma boa introdução, não técnica, à análise de opções reais, veja Copeland e Keenan (1998a, 1998b), que categorizam opções reais nas três amplas categorias descritas abaixo.

1. Investimento/opções crescentes. Estes incluem (1) opções *scale-up*[90], onde os participantes anteriores podem scale up mais tarde através de investimentos sequenciais quando seu mercado crescer; (2) opções *switch-up*[91] onde speedy compromisso para a primeira geração de um produto ou tecnologia dá aos administradores uma posição preferencial para substituir à próxima geração do produto ou tecnologia; e (3) opções *scope-up*[92], onde investimentos nos ativos imobilizados de uma indústria habilitam os administradores a entrarem numa outra indústria com uma vantagem de custo competitivo.

Por exemplo, um *venture capitalist*[93] (VC) que investe pouco a pouco usa o ROA de opção crescente para avaliar uma companhia abrindo um negócio. Estruturando o contrato apropriadamente, o VC detém direitos exclusivos a uma porção dos lucros da empresa arriscada (venture) que está abrindo o negócio. Entretanto, se o VC decidir posteriormente não investir mais, qualquer perda está limitada à quantia já investida. O VC não é obrigado a pagar os débitos da empresa que está abrindo o negócio se a empresa arriscada fracassar.

2. Adiamento/opções de aprendizagem. Também chamadas de opções *study/start*, estas são oportunidades a atrasarem investimentos até que mais informação ou conhecimentos profissionais sejam adquiridos. Por exemplo, uma companhia de petróleo usa o ROA para avaliar estratégias de investimentos de exploração, em que os lugares de perfuração submetem-se a vários tipos de testes antes da decisão de perfurar ou não ser tomada. Uma empresa farmacêutica usa o ROA para avaliar projetos de desenvolvimento de drogas, nos quais os investimentos são feitos em várias fases da experimentação com uma droga composta antes de pedir aprovação administrativa e ir ao mercado.

3. Desinvestimento/opções contração. Estas incluem (1) opções *scale-down*, onde novas informações que variam as compensações esperadas podem fazer com que os administradores reduzam ou encerrem um projeto antes de completar; (2) opções *switch-down*, onde administradores têm a habilidade de mudar

[90] aumentar conforme um índice fixado.
[91] substituir
[92] extensão
[93] especulador que dispõe dinheiro para projetos inovadores (especialmente de alta tecnologia)

para ativos flexíveis mais eficazes no custo e quando novas informações são obtidas; e (3) opções *scope-down*, onde o âmbito das operações é diminuído ou mesmo paralisado quando os administradores não verificarem mais algum potencial numa oportunidade de negócio.

Por exemplo, uma empresa de manufaturas usa o ROA para avaliar três tipos de geradores de potência que usam (1) gás natural, (2) óleo combustível, ou (3) ambos. O custo mais elevado de um gerador dual pode ser compensado pelas economias futuras obtidas quando o custo por unidade de energia do gás natural for inferior daquele do óleo combustível, ou vice versa. ROA pode determinar um valor para a flexibilidade de se usar o combustível mais barato quando o gerador dual for instalado.

É frequentemente creditado a Myers (1984) como sendo o primeiro a publicar na literatura acadêmica a noção que os resultados de Black e Scholes (1973) poderiam ser aplicados aos problemas estratégicos relativos aos ativos reais em vez de apenas ativos financeiros. Na literatura profissional, Kester (1984) sugeriu que os métodos de avaliação de fluxos de caixa descontados em uso naquele momento ignoravam o valor de importantes flexibilidades inerentes em muitos projetos de investimentos e que os métodos de avaliar esta flexibilidade eram necessários. O ROA é o mais efetivo quando projetos competidores têm valores similares obtidos com o simples modelo VPL.

Uma dificuldade em se aplicar o ROA é que os investimentos em ativo real são usualmente afetados por mais do que uma fonte de incerteza, enquanto toda a incerteza conduzindo as opções financeiras é caracterizada pela volatilidade nos preços de mercado do ativo financeiro subjacente. Como vimos no Capítulo 12, a volatilidade histórica de um ativo financeiro é prontamente obtida dos preços de mercado disponíveis publicamente. As opções com valores dirigidas por múltiplas fontes de incertezas são chamadas de *opções rainbow*. Combinar opções *rainbow* e *learning* frequentemente existe na prática.

Pensar nos projetos de investimentos em termos de opções encoraja administradores a decompor um investimento nas suas opções componentes e riscos, que podem conduzir a insights valiosos sobre fontes de incertezas e como as incertezas dissolverão no decorrer do tempo (Brabazon 1999). Pensar em opções também encorajam os administradores a considerarem como aumentarem o valor dos seus investimentos embutindo mais flexibilidade onde for possível. Bowman e Moskowitz (2001) sugeriram que o ROA é útil porque ele desafia o tipo de proposta de investimento que são submetidas e encorajam os administradores a pensarem pro-ativamente e com criatividade.

O ROA tem o potencial de permitir que as companhias examinem os programas de despesas de capital (capex) como investimentos plurianuais, ao invés de projetos individuais (Copeland 2001). Tais programas de investimentos são estratégicos e altamente dependentes dos resultados do mercado, que é apenas a atmosfera de decisão sob a qual Miller e Park (2002) encontraram o ROA ser mais útil. Entretanto, ROA e o VPL são técnicas complementares, com o VPL sendo adequado para decisões de substituição básicas.

Trabalhos anteriores sobre avaliações de opções reais sugerem que se o análogo aos parâmetros opções reais puder ser estimado, qualquer método usado para valorar opções financeiras pode ser usado potencialmente para valorar opções reais. De qualquer forma, frequentemente, muita das *assumptions* devem ser relaxadas para fazer a conexão. Amram e Kulatilaka (1999), Copeland e Antikarov (2001), e Mun (2002) forneceram orientações para analisar opções reais com técnicas de precificação de opções financeiras. O restante desta seção descreve duas técnicas anteriores para o ROA: o método de Black-Scholes, e os métodos de *lattice*[94].

Método de Black-Scholes

[94] De rede

O método de Black-Scholes repousa na *assumption* de que os valores do projeto seguem um processo estocástico chamado movimento Browniano geométrico (GBM). Apesar de útil na abastração, o GBM é difícil de usar em problemas práticos de opções reais envolvendo muitas fontes de incerteza e decisões inter-relacionadas. Para usar este método, deve-se de alguma maneira encapsular os efeitos randômicos de todas as complicações importantes do mundo real numa medidda sumária — o parâmetro volatilidade do processo GBM. Relativamente poucos administradores têm o *background* ou inclinação para estimar os valores dos parâmetros volatilidade que são necessários a serem usados nas fórmulas de Black-Scholes para valorar complicadas opções reais na indústria. Entretanto, o modelo Black-Scholes é útil para ganhar insights na avaliação de opções reais e como os projetos pode ser administrados para aumentarem o valor de sua opção real.

Métodos de Lattice

Os métodos de *lattice* repousam também na *assumption* de que os valores do projeto seguem um processo estocástico GBM. Enquanto as equações usadas nos métodos de *lattice* sejam talvez mais fáceis de engolir do que daquelas subjacentes ao Black-Scholes, métodos *lattice* são simplesmente um modo de aproximar um processo de GBM e assim padecer das mesmas limitações que Black-Scholes — quer dizer, que muitas das complicações importantes do mundo real devem ser encapsuladas no parâmetro volatilidade. Por conseguinte, muitos administradores ficam incomodados com a estiamação dos parâmetros volatilidade necessários ao uso dos métodos *lattice* para o ROA na indústria. Entretanto, aqueles treinados na teoria financeira devem ficar bem confortáveis usando esta técnica. Mun (2002) desenvolveu software para avaliar opções reais com modelos *lattice* que a Decisioneering colocou no mercados como Real Opções Analysis Toolkit.

PERCEPÇÕES COM BLACK-SCHOLES NAS OPÇÕES REAIS

O modelo Black-Scholes fornece percepções nos fatores que afetam o valor das opções reais e como os administradores podem gerenciar suas oportunidades para aumentar este valor. Para ver isto, considere a fórmula de Black-Scholes para uma opção *call* Europeia sobre uma ação que paga dividendos à taxa contínua δ:

$$C(S,K,\sigma,T,\delta,r) = Se^{-\delta T}N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \quad (9.1)$$

onde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r-\delta+\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (9.2)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (9.3)$$

e $N(x)$ é a função distribuição normal acumulada, que é a probabilidade de que um número de extrações randômicas de uma distribuição normal padrão (i.e., uma distribuição normal com média 0 e variância 1) seja menor que x.

A fórmula de Black-Scholes para uma opção put Europeia sobre uma ação pagando dividendos é

$$P(S,K,\sigma,T,\delta,r) = Ke^{-rT}N(-d_2) - Se^{-\delta T}N(-d_1), \quad (9.4)$$

onde $N(x)$ é a função distribuição normal acumulada, e d_1 e d_2 são dados pelas equações (9.2) e (9.3).

De acordo com o modelo de precificação de opção de Black-Scholes (13.1) e (13.4), opções derive seu valor de seis fatores principais. Estes fatores são mais facilmente expressados em termos de opções financeiras, mas a analogia às opções reais fornece insights nos fatores associados com decisões de investimentos estratégicos. Os fatores são:

Preço da Ação, *S*. O valor da ação subjacente na qual uma opção é comprada. Isto é a estimativa de mercado do valor presente de todos os fluxos de caixa futuros surgindo de possuir a ação. Seu análogo numa análise de opções reais é o valor presente dos fluxos de caixa esperados da oportunidade de investimento sob consideração. Alguns exemplos de fontes de incerteza que afetam o valor presente dos fluxos de caixa dos investimentos são: demanda de mercado por produtos e serviços, fornecimento e custo de mão de obra, ou fornecimento e custo de materiais.

Preço de Exercício, *K*. O preço pré-determinado em que a opção pode ser exercida. Seu análogo com opções reais é o valor presente de todos os custos de investimentos que são esperados durante a vida da oportunidade de investimento. A disponibilidade, timing, e preço de ativos reais a ser comprador afetam todos eles a incerteza deste parâmetro.

Volatilidade, σ. A medida do inesperado nos movimentos de preço da ação, usualmente expresso como o desvio padrão da taxa de crescimento do valor dos fluxos de caixa futuros associados com a ação. Seu análogo em opções reais é uma medida da incerteza dos fluxos de caixa associados com as oportunidades de investimentos. Esta incerteza surge da volatilidade da demanda de mercado, provisão e custo de mão de obra, e provisão e custo de materiais. As correlações entre estes fatores afetam também o parâmetro volatilidade.

Prazo de vencimento, *T*. O período durante o qual a opção pode ser exercida. Seus análogos nas opções reais é o período durante o qual as oportunidades de investimentos estão disponíveis. Este período depende do ciclo de vida do produto, das vantagens competitivas da empresa, e dos acordos contratuais feitos pela empresa.

Dividendos. Somas pagas regularmente aos acionistas a uma taxa contínua constante, δ. Dividendos reduzem uma compensação de opção financeira quando a opção for exercida depois de pagamentos de dividendo, o que reduz o valor da ação. Seus análogos em opções reais são as despesas que drenam o valor potencial do projeto durante a duração da opção. O custo de esperar poderá ser alto se os concorrentes entrarem no mercado. Assim, o custo de esperar para investir poderá ser reduzido em prender clientes chaves, ou intermediando vínculos reguladores quando possível para desencorajar os concorrentes de exercerem as suas opções para entrarem no mercado.

Taxa de juros, *r*. O rendimento em títulos financeiros com o mesmo vencimento ou com a mesma duração da opção. A taxa de juros livre de risco é usada no modelo Black-Scholes, mas uma taxa diferente poderia ser apropriada para um método de avaliação de opção alternativo.

De acordo com o modelo de Black-Scholes, aumento no preço da ação, volatilidade, prazo de vencimento, e taxa de juros aumentam valores financeiros de opções, enquanto aumento nos preços de exercício e dividendos reduzem valores financeiros de opções. Estas relações qualitativas são geralmente verdadeiras para opções reais também. Ver Leslie e Michaels (1997), que descrevem como aplicar a ideia de opções às situações estratégicas usando as relações qualitativas como guia para ação gerencial. Entretanto, as opções reais têm características adicionais que as distinguem do tipo de opções financeiras para as quais o modelo de Black-Scholes foi derivado. O modelo de Black-Scholes é uma solução exata para um problema de precificação que foi simplificado para torná-lo solúvel. A simplificação principal é chamada de característica Europeia da opção, a qual significa que a opção é assumida ser exercível em somente um único momento no futuro. A maioria das opções reais e financeiras é dita ter características Americanas, que significa que estas opções podem ser exercidas a qualquer momento entre sua compra e o seu vencimento. A avaliação de opções do estilo Americano é mais difícil do que a avaliação de opções Europeias.

Na prática, a dificuldade introduzida pela característica de exercício Americana pode ser imputada por assumir uma característica *das Bermudas*, que significa que uma opção pode ser exercida em um dos vários pontos discretos entre a compra e o vencimento (ao invés de continuamente como com uma opção Americana). A hipótese *das Bermudas* é consistente com o ROA se as decisões de se fazer investimentos serão implementadas somente em instantes discretos (p.ex., trimestralmente). A ferramenta de avaliação de opções reais (ROV) descrita na próxima seção usa Crystal Ball e *OptQuest* para valorar opções reais de uma maneira similar à modelagem de avaliação de opções financeiras *das Bermudas* do Capítulo 12. A ferramenta ROV analisa as oportunidades de investimentos em opções reais modelando os fluxos de caixa ocorrendo durante um período de tempo, pontuado por decisões chaves a serem tomadas pelos administradores acerca de se fazer investimentos adicionais, continuar com mais nenhum investimento, ou abandonar as oportunidades de investimentos.

FERRAMENTA ROV

A ferramenta ROV é simplesmente o uso do Crystal Ball para adicionar *assumptions* estocásticas, variáveis de decisão, e *forecasts* numa planilha determinística, depois então encontrar os valores ótimos das variáveis de decisão usando o *OptQuest*. Assim, descrevendo como usar a ferramenta ROV serves como um sumáriio de modelagem financeira e análise de risco com o Crystal Ball. Ver Charnes, et al. (2004) para uma descrição de como a ferramenta ROV foi aplicada no setor das telecomunicações.

A ferramenta é usada pelos oito passos seguintes na Figura 9.1, que mostra o diagrama do processo de modelagem ROV. Este processo expande o processo de modelagem de simulação. Cada passo é explicado a seguir.

Processo de Modelagem ROV

Passo 1: Identificar Opções A primeira tarefa em qualquer esforço de modelagem ROV é identificar as opções no problema de tal modo que eles possam ser modelados com variáveis de decisão numa planilha. Se isto não puder ser feito, Crystal Ball não pode ser usado para ajudar você a tomar decisão. Entretanto, devido à versatilidade e flexibilidade das planilhas, muitos problemas de opção podem ser modelados com o Crystal Ball. A seguir, certifique-se de que você possa quantificar a incerteza nas variáveis do modelo e quaisquer relações estatísticas entre elas. Novamente, se isto não puder ser feito, então construir uma planilha modelo ROV não é possível. Embora estas duas tarefas poderiam parecer óbvias, certifique-se no início que um modelo Crystal Ball pode ser usado para ajudar resolver o problema é crítico para o sucesso de qualquer projeto ROV.

Passo 2: Construir ou Revisar o Modelo Certifique-se de desenhar o seu modelo de modo que ele ajudará resolver os problemas que você identificou. Novamente, isto soa óbvio, mas alguns analistas se prendem tanto aos detalhes

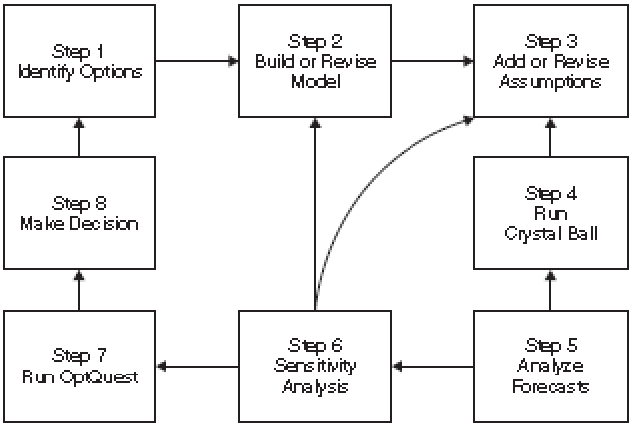


FIGURA 9.1 – Diagrama do processo de modelagem ROV

da modelagem que eles perdem o contato do grande quadro. Não deixe isto acontecer com você.

Sempre que possível, modelar as variáveis incertas nos menores componentes para os quais você tem dados históricos colhidos. Por exemplo, suponha que as receitas de vendas mensais seja uma variável no seu modelo. Se você tiver dados colhidos sobre as unidades vendidas e as receitas de vendas mensais, em geral será melhor fazer unidades vendidas numa *assumption* do Crystal Ball ao invés de receitas de vendas mensais. Receita pode ser calculada na planilha como unidades vendidas vezes o preço, e desdobrando receita nos seus componentes, você tem mais flexibilidade em modelar a incerteza nas unidades vendidas ao invés de receitas de vendas mensais se você decidir posteriormente investigar uma variação do preço, por exemplo.

Outro ponto importante para se ter em mente é ter cada uma das *assumptions* incluídas somente uma vez no seu modelo, e qualquer cálculo que dependa dos valores das *assumptions* feitos com referências àquelas células. Novatos algumas vezes colocam a mesma distribuição de probabilidades em duas ou mais células num modelo, pensando que todo o tempo a mesma distribuição — digamos uma uniforme (4000,6000), por exemplo — é usada nos dois lugares dará o mesmo valor em ambos os lugares durante uma tentativa de simulação. Entretanto, incluir uma distribuição em dois lugares significa que o Crystal Ball gerará valores independentes em cada célula — por exemplo, dois números diferentes extraídos da distribuição uniforme (4000,6000) — e o modelo não representará a situação da vida real que o novato está tentando modelar.

Você também pode chegar ao Passo 2 no processo como o resultado de análises anteriores. Em particular, análise de sensibilidade (Passo 6) algumas vezes leva a modificações no modelo. Esta é uma coisa boa e natural para acontecer, porque ela usualmente significa que os insights que você ganhou estão ajudando você a melhorar o modelo que você está construindo.

Alguns analistas construíram um modelo inicial para funcionar durante um determinado período como um protótipo, depois então o joga fora e iniciam um novo para se ter um melhor entendimento da situação. Algumas vezes é melhor iniciar over com um modelo redesenhado do que continuar trabalhando com um design ineficiente que você não pode abrir mão porque você esteve trabalhando com ele durante tanto tempo. Uma abordagem alternativa defendida por alguns autores é configurar a sua planilha num papel antes mesmo de você abrir o Excel. Ver Powell e Baker (2007) para o emprego desta abordagem.

Passo 3: Adicionar ou Revisar *Assumptions* Para novatos, escolher uma distribuição e os valores dos seus parâmetros é usualmente a parte mais difícil da modelagem da simulação. Entretanto, escolher quais variáveis tomar como *assumptions* e quais deixarem como determinísticas pode também ser uma desafio. Escolher as variáveis *assumptions* é uma matéria de como usar o seu melhor juízo, intuição, e quaisquer dados que você tenha disponível para identificar aqueles que você pensou ser mais importante. Após você ter rodado a simulação você pode usar a análise de sensibilidade para medir o efeito de cada *assumption* no(s) *forecast*(s), e mudar as suas escolhas iniciais posteriormente no processo de modelagem quando apropriado.

O diagrama tornado do Crystal Ball é usado para medir o efeito das mudanças em quaisquer variáveis (incluindo variáveis determinísticas) num *forecast* selecionado. Se você tiver dificuldade em decidir quais variáveis de entrada deverão ser probabilísticas, e quais deverão ser determinísticas, tente usar o diagrama tornado, o qual ajuda a identificar as variáveis mais importantes em termos de impactos nos *forerecasts*.

Se você não tiver ideia de qual distribuição familiar selecionar na galeria de distribuições, considere usar as distribuições triangular ou uniforme. Por *default*, os parâmetros destas distribuições serão configurados de modo que a média da sua *assumption* seja igual ao simples valor da célula quando você clicar o ícone Define Assumption. Os valores mínimo e máximo serão configurados pelos *default*: 10 por cento abaixo da média, e 10 por cento acima da média, respectivamente. Se nenhum dado histórico estiver disponível, você pode pedir a um especialista na matéria no tema (p.ex., um engenheiro, analista de custo, ou gerente de projeto) ajudar você escolher os parâmetros de uma distribuição triangular ou uniforme. Ver as descrições destas distribuições no Apêndice A para mais informação sobre as configurações dos parâmetros.

Se você estiver contente o suficiente em ter os dados históricos disponíveis para uma variável usada no seu modelo, você pode ter o Crystal Ball a analisar os dados históricos para sugerir uma distribuição como descrita in Capítulo 4. Para alguns modelos, a natureza do processo ou física subjacente da situação sugerirá uma distribuição. Ver Apêndice A para exemplos específicos de quando cada distribuição deverá ser usada.

Passo 4: Executar o Crystal Ball Clique em Run > Single Passo no menu do topo do Crystal Ball para executar apenas uma iteração da simulação. Observe os valores das *assumptions* e *forecasts* para se certificar de que eles são realísticos para o seu modelo. Se os valores não forem realísticos (significando que eles representam uma combinação de valores que não poderão ocorrer na vida real), então você tem um erro em algum lugar do seu modelo planilha.

Verifique que suas *assumptions* têm os parâmetros corretos, e que as fórmulas do Excel estejam corretas. Faça quaisquer alterações necessárias, depois então uso Single Step novamente para verificar as suas modificações. Repita este processo até você ficar satisfeito com os resultados que você obteve em cada passo. Uma vez você tendo verificado que seu modelo está correto, certifique-se de que a característica análise de sensibilidade do Crystal Ball esteja ligada (clique em Run > Run Preferences, depois então clique o botão Opções, marque a caixa próxima a Calculate Sensitivity, e clique OK). Execute a simulação para um número inicial de tentativas. Tente usar 10.000 tentativas se você estiver usando o modo *Extreme Speed* (ES). Se você for incapaz de usar o modo ES porque você tem um modelo grande, complicado, tente usar no mínimo 2.000 tentativas no modo *Normal Speed*.

Passo 5: Análise de Forecasts Verifique os *forecasts* para ver se eles contêm os valores resultados que poderão ocorrer na vida real. Devido aos efeitos combinados das *assumptions* probabilísticas poder ser muito grande, não se surpreenda se o intervalo de resultados é muito largo. Clique em Analyze > Extract Data. . . para extrair os valores gerados pelo Crystal Ball para as *assumptions* e os valores *forecast* correspondentes. Investigar os pontos extremos de um *forecast* e os valores *assumption* que conduziram a eles podem produzir insights úteis.

Passo 6: Análise da Sensibilidade Clique em Run > Open Sensitivity Chart no menu do topo para trazer à baila o Sensitivity Chart. As *assumptions* do modelo estão listadas neste diagrama do topo para o fundo em ordem descendente da magnitude dos seus efeitos nos *forecast* selecionados. A magnitude dos efeitos é medida pela estatística de correlação de ordem de *Spearman*. Use a informação da análise de sensibilidade para revisar as *assumptions* (Passo 3) ou o modelo por si só (Passo 2). Comece com a *assumption* topo, listada no diagrama, e trabalhe a sua caminhada para baixo. Para cada *assumption*, certifique-se de que você está satisfeito de que a distribuição e seus parâmetros representam a situação adequadamente. Recorra a especialistas no assunto para orientação.

Passo 7: Run *OptQuest* Você poderá ter que correr os Passos 2–6 muitas vezes antes de você ficar satisfeito com o modelo. Entretanto, isto ajudará você entender o problema muito melhor. Muitos analistas exigem que neste ponto do processo eles se sintam como se eles soubessem o suficiente sobre o problema para tomar uma decisão exatamente porque eles o estudaram tão intensamente para chegar até aqui. Entretanto, quando você estiver contente com os resultados, e selecionou-o dos outros envolvidos no processo de tomada de decisão, você está pronto para executar o *OptQuest*.

Passo 8: Tomar Decisão Se o modelo ajudou a resolver completamente o problema que você defrontava, parabéns! Entretanto, muitas vezes o processo de modelagem conduz à identificação de outros problemas a resolver. Se for isto, inicie o processo novamente para resolver o novo problema retornando ao Passo 1.

Valor Agregado pelo Uso da Ferramenta ROV

Uma vantagem maior de se usar o Crystal Ball e *OptQuest* como a ferramenta ROV é que ela pode ser aplicada a um grande número de modelos de planilha existentes. Estes modelos existentes servem como “mecanismos de cálculo” que são usados pelo Crystal Ball para transformar as entradas estocásticas em saídas randômicas para valores especificados das variáveis de decisão. Um analista satisfeito com a ferramenta ROV pode usá-la com os modelos de planilha existentes sem necessariamente ter que entender todos os mínimos detalhes do mecanismo de cálculo. Isto torna a ferramenta altamente reutilizável, como ela exige somente que o analista seja capaz de vincular a planilha de nível superior ao mecanismo de cálculo das planilhas existentes.

Na Figura 9.2, o mecanismo de cálculo é representado pelas planilhas existentes descritas do lado direito. Os cálculos que se fazem na determinação do VPL são usualmente muito complexos e podem envolver links para muitas outras planilhas compondo o modelo Excel. Some high-level knowledge of the business case represented by the calculation engine is required to make the link to the top-level worksheet. Entretanto, a ferramenta ROV pode ser usada com planilhas construídas por outros se você entender como as variáveis de decisão e *assumptions* estocásticas are envolvidas no cálculo do VPL. A função $g(d_1, d_2, \ldots, d_k; a_1, a_2, \ldots, a_n)$ na Figura 9.2 representa o resultado de todos os cálculos que toma lugar nos casos de negócios que conduzem a um valor de VPL para os valores da variável de decisão $d_1, d_2, \ldots, d_k$ e os valores da *assumption* $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Se você entendeu o cálculo da função $g(\cdot)$ suficiente bem para saber como $d_1, d_2, \ldots, d_k$ e $a_1, a_2, \ldots, a_n$ afetam o cálculo do VPL, então você pode usar a ferramenta ROV independentemente das análises levando à construção de mecanismos de cálculo. Esta característica permite a ferramenta ser usada com quaisquer planilhas financeiras futuras ou existentes.

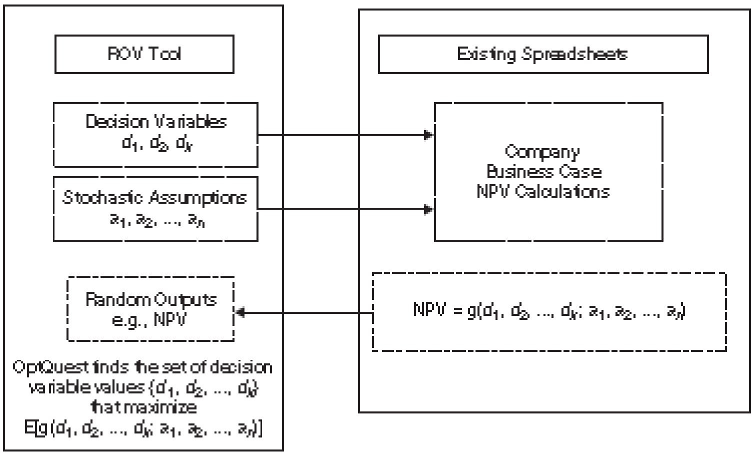


FIGURA 9.2 – Descrição dos links entre a ferramenta ROV e os cálculos existentes VPL nos cases de negócios de sua companhia. As funções $g(d_1, d_2, \ldots, d_k; a_1, a_2, \ldots, a_n)$ representam o resultado de todos os cálculos feitos no case de negócio que levaram a um valor de VPL para os valores da variável de decisão $d_1, d_2, \ldots, d_k$ e valores assumptions $a_1, a_2, \ldots, a_n$

Devido à ferramenta ROV ser independente do mecanismo de cálculo, ela é escalonável para virtualmente qualquer tamanho desejado. Os únicos limites no tamanho do modelo são aqueles impostos pelo Microsoft Excel. Crystal Ball e *OptQuest* podem manipular um número de variáveis de decisão que é ilimitado para a maioria dos propósitos práticos. Note que a versão atual do modo (disponível em 2006) *Extreme Speed* demora maia para iniciar quando o caso do negócio for composto de muitas planilhas. Para alguns modelos complicados, esta inicialização pode demorar tanto que você poderá achar melhor rodar o Crystal Ball no modo *Normal Speed*.

Para projetos de longo prazo, uma companhia englobando muitas divisões pode achar que compartilhar a ferramenta ROV pelas divisões promove benefícios em termos de comunicação melhor e entendimento entre os administradores das divisões. Em particular, os benefícios de se usar a ferramenta ROV para monitorar o progresso num projeto pelas divisões incluem:

- As planilhas tornam-se documentos vivos que são atualizados continuamente pra refletirem as *assumptions* correntes e o ambiente de negócios que prevalece. Se muitas divisões entendem e compartilham o mesmo modelo, discussões entre divisões podem ser muito mais produtivas do que elas seriam do outro jeito. Discutindo as *assumptions* subjacentes a um modelo comum, as discordâncias podem focar numas *assumptions* específicas do modelo. Isto é mais produtivo do que as discussões que ocorrem algumas vezes em que os debatedores arguem sobre diferentes *assumptions* subjacentes sem dar-se conta de que eles estão fazendo assim.
- A ferramenta documenta todas as *assumptions* para garantir consistência entre decisões. As some projects levam anos para desenvolver, mudar as condições no ambiente dos negócios podem fazer as *assumptions* de company-wide sobre as condições afetando o fluxo de caixa futuros a variar consideravelmente durante o tempo. A ferramenta ROV ajuda documentar as modificações nestas *assumptions* de modo que qualquer um permaneça "na mesma página".
- O processo de modelagem por si só conduz a um maior entendimento. Decompondo o projeto nos seus componentes e as relações entre eles, administradores podem ver o problema de aspectos muito diferentes, que ajudam a ganhar entendimento. Mesmo quando o modelo estiver rodando os Passos 4 ou 7 da Figura 9.2, a grande figura será também facilmente vista.

- A ferramenta habilita a análise de risco dos resultados. Gerar distribuições de valor presente ao invés de uma estimativa pontual, os administradores ganham uma ideia melhor do perigo dos projetos que eles administram. Ainda mais, as distribuições permitem calcular o VaR ou CVaR, ou outras medidas de risco como desejado em situação específicas.
- Crystal Ball habilita a análise de sensibilidade de entradas. Análises de sensibilidade podem ser realizadas de várias maneiras, incluindo o uso dos diagramas de sensibilidade para ver como cada *assumption* estocástica afeta o(s) *forecast*(s), também como uma análise de como uma variação nos parâmetros assumidos do modelo afetarão os resultados. Isto ajuda os administradores a entenderem melhor o problema.
- A ferramenta ROV encontra soluções ótimas para *assumptions* especificadas. Como com qualquer modelo matemático, sua utilidade deve ser julgada no contexto da sua aplicação específica. *OptQuest* pode encontrar a(s) solução ótimo(s) para a *assumptions* ela é nutrida, mas poderão existir também fatores não quantificáveis (questões políticas, por exemplo) que afetam também a decisão. Estes fatores não-quantificáveis podem fazer com que os valores das variáveis de decisão escolhidas para implementação sejam diferentes dos valores indicados pelo *OptQuest*, mas usando-o para comparar VPL esperados de ambos conjuntos de valores de variável de decisão, a ferramenta ROV será capaz de fornecer uma ideia do custo dos fatores não quantificáveis.

Uso da ferramenta ROV no Desenvolvimento de um Novo Produto

Como um exemplo de como a ferramenta ROV pode ser usada em várias fases por todo o processo de desenvolvimento do produto, considere o processo decomposto da Figura 9.3, que tem a intenção de representar um projeto de desenvolvimento de um novo produto genérico. Assumir que existam duas tecnologias concorrentes disponíveis inicialmente e que podem ser usadas no produto.

Durante a Fase 1 as duas tecnologias sob consideração são avaliadas juntamente com dois segmentos de mercado e três fontes de custos que têm alguma incerteza. As larguras das caixas representam as tecnologias e mercados no gráfico tornado na Fase 1 são mais largas que as caixas para custos por causa da incerteza envolvendo a tecnologia e mercados por serem maiores nesta fase inicial. O modelo ROV ajuda quantificar as incertezas e medir seu impacto no valor presente líquido esperado. Na Decisão 1, decisões sobre quais tecnologias a empregar são feitas, e algumas incertezas são resolvidas quando os tomadores de decisão aprender mais acerca do projeto em parte pela construção e revisão do modelo ROV.

Durante a Fase 2, a incerteza reduzida a respeito da tecnologia é retratada pelas barras “Tech” tendo larguras menores e assim movendo-se para baixo no gráfico tornado. Nesta fase, a maioria da incerteza é com respeito a mercados e custos operacionais. Decisões a respeito do design do produto são tomadas na Decisão 2. Adequar o design do produto à oportunidade do mercado é crítica neste estágio.

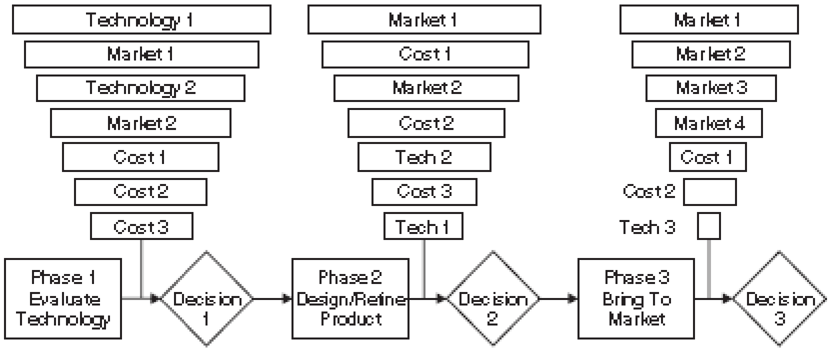


FIGURA 9.3 – Gerenciando o risco e retorno através do processo de desenvolvimento do produto

Devido à tecnologia já ter sido escolhida na Fase 3, as maiores incertezas envolvendo os mercados para o produto durante esta fase. Alguma incerteza permanece em relação aos custos e a terceira tecnologia concorrente que emergiu desde a Fase 1, mas neste exemplo, o modelo ROV é mais útil para avaliar as opções disponíveis para marketing do produto. Na Decisão 3, são tomadas as decisões de marketing.

Ligando o modelo ROV à demanda estocástica, e tomando em consideração a incerteza envolvendo a tecnologia e custos operacionais, os tomadores de decisão ganham um entendimento melhor dos impactos destas variáveis nas suas decisões. A ferramenta ROV fornece limites de confiança nas suas estimativas, habilita a análise de sensibilidade de suas entradas, e levar a soar decisões de negócios baseadas no valor presente líquido ou outras medidas sumárias de interesse da administração.

A ferramenta ROV é uma extensão dos modelos Excel de casos de negócios que já estão em uso em muitas companhias. Então ela pode ser usada com os modelos financeiros existentes para planejamento estratégico, comparar produtos oferecidos por diferentes vendedores, ou estimar o retorno sobre o capital investido (ROI). Além disso, adaptando os modelos às mudanças nas condições dos negócios ou decisões que foram tomadas, a ferramenta ROV ajuda facilitar memória corporativa e cultivar consistência na tomada de decisão durante o tempo. Com o endosso e o comprometimento da administração superior, seu uso adiciona valor aos processos de tomadas de decisões existentes, encoraja a instituição e monitoramento dos eventos importantes para avaliar opções resultantes da flexibilidade gerencial, e fornece um esquema em andamento dentro do qual a aprendizagem de projetos mal sucedidos ou bem sucedidos no passado pode ser usada para melhorar decisões futuras. Cooper, Edgett, e Kleinschmidt (2002) encorajam os administradores a construírem pontos decisão seguir/cancelar mais efetivos, e introduzir gradualmente um processo de revisão administrativo regular para tomar estas decisões. A ferramenta ROV é de enorme auxílio neste processo.

SUMÁRIO

Este capítulo forneceu as orientações para modelar casos de negócios em desenvolvimento usando a ferramenta ROV. As tarefas exigidas incluem selecionar as entradas como *assumptions* estocásticas, construir e revisar o modelo, adicionar e revisar *assumptions*, e selecionar e definir variáveis de decisão. Análises de sensibilidade podem ser úteis na identificação das *assumptions* que são mais importantes para a correta tomada de decisão. O processo de construção do modelo está em andamento. Uma vez um modelo funcional ROV tenha sido desenvolvido, informação adicional pode ser incorporada ao modelo quando ele se tornar disponível. Isto ajuda facilitar memória corporativa, e cultivar consistência na tomada de decisão no decorrer do tempo.

A abordagem da ferramenta ROV para a avaliação da flexibilidade gerencial é por si só altamente flexível na sua habilidade para suportar decisões gerenciais numa grande variedade de situações envolvendo opções reais. O maior benefício de se usar a ferramenta ROV pelos administradores advém quando a ferramenta é adotada para tomar decisões numa base total da companhia. Usar a abordagem estruturada da ferramenta ROV para tomada de decisão ajuda garantir consistência na tomada de decisão e facilitar memória corporativa e aprendizagem.

A ferramenta ROV pode ser usada para planejamento estratégico, comparando produtos oferecidos por diferentes vendedores, ou suplementar o uso de modelos financeiros existentes para estimar o retorno sobre o investimento de capital (ROI). Com endosso e comprometimento da administração superior, seu uso adiciona tremendo valor aos processos de tomadas de decisão existentes e fornecem um esquema progressivo que pode ser usado em

CAPÍTULO 10 – TEORIA OPÇÕES REAIS NO Decision Tools 6.2 da Palisade

Agora neste capítulo vamos analisar as opções no software **Decision Tools 6.2** da Palisade.

10.1 - Definições de Opções

Comecemos nossos estudos de opções com algumas definições básicas:

- Uma **opção *call*** dá ao proprietário o direito de comprar um lote de ações por um preço chamado preço de exercício.
- Uma **opção *put*** dá ao proprietário o direito de vender um lote de ações pelo preço de exercício.
- Uma **opção Americana** pode ser exercida num momento ou antes dele conhecido como data de exercício.
- Uma **opção Europeia** pode ser exercida somente na data de exercício.

Exemplo 10.1.1

Vamos observar o fluxo de caixa de uma opção ***call*** Europeia de 6-meses da Microsoft com um *preço de exercício* de \$ 110. Seja P = preço da Microsoft daqui a seis meses. Então o *payoff*[95] da opção *call* é \$0 se P ≤ 110 e P – 110 se P ≥ 110. Isto porque para P abaixo de \$110 não exerceríamos a opção enquanto que para P maior que \$110 exerceríamos nossa opção de comprar a ação por \$110 e imediatamente venderíamos a ação por \$P, ganhando com isso um lucro de P – 110. A Figura 10.1.1 mostra o *payoff* desta opção *call*. Note que o *payoff* da *call* pode ser escrito como max(0,P-110).

Figura 10.1.**1**

Note que o gráfico da opção *call* tem inclinação 0 para P menor que o preço de exercício e tem inclinação 1 para P maior que o preço de exercício.

[95] Ganho, benefício, compensação

Exemplo 10.1.2

A propósito, pode ser mostrado que se uma ação não pagar dividendos, então nunca será ótimo exercer uma opção *call* Americana antecipadamente. Portanto para uma ação que não está pagando dividendo uma *call* Americana ou Europeia têm o mesmo valor.

Observemos os fluxos de caixa de uma opção *put* Europeia de 6-meses da Microsoft com um preço de exercício de $110. Seja **P** = preço da Microsoft. Então o *payoff* da *put* é $0, se P ≥ 110 e 110 – P, se P ≤ 110. Isto é porque para P abaixo de 110 compraríamos um lote de ações por $P e imediatamente venderíamos o lote por $110. Isto leva a um lucro de 110 – P. Se P for maior que $110 não pagaríamos para comprar a ação por $P e vende-la por $110, assim não exerceríamos nossa opção de vender a ação por $110. A Figura 10.1.2 mostra o *payoff* desta opção *put*. Note que o *payoff* da *put* pode ser escrito como Max(0;110-P).

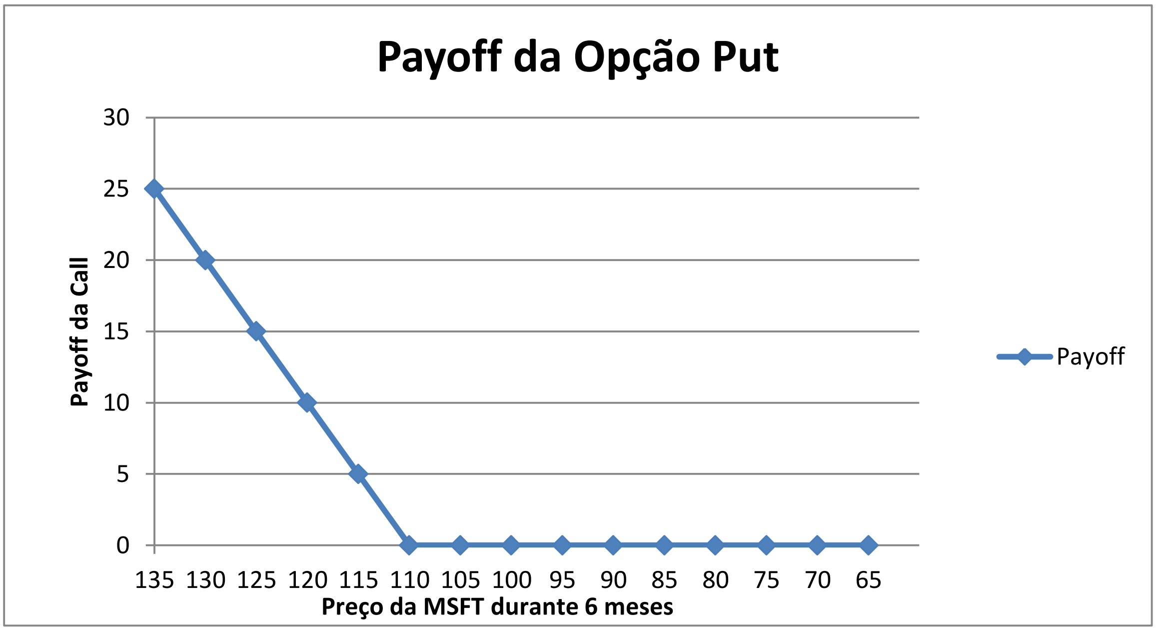


Figura 10.1.2

Note que aq inclinação do *payoff* da *put* é -1 para P menor que o preço do exercício e inclinação do *payoff* da *put* é 0 para P maior que o preço de exercício.

Notemos que uma opção *put* Americana pode ser exercida antecipadamente, assim o os fluxos de caixa de uma *put* Americana não podem ser determinado sem o conhecimento do preço da ação em momentos antes da data de expiração.

10.2 - Tipos de Opções Reais

A observação principal que levou ao campo das opções reais foi a observação que muitas oportunidades de investimentos **reais** (não apenas aquelas envolvendo ações) poderiam ser vistas como combinações de *puts* e *calls*. Portanto, se soubermos como avaliar *puts* e *calls* podemos avaliar muitas oportunidades e investimentos reais. Aqui estão alguns exemplos de **opções reais**.

Opção de Comprar um Avião

Suponha que tenhamos a opção de comprar um avião daqui a 3 anos por $ 20 milhões. Seja P = o valor de um avião daqui a 3 anos. **P** é incerto e dependerá do ciclo econômico, preços de combustíveis, etc. Então os fluxos de caixa daqui a 3 anos da opção de compra será igual a **MAX(P – 20;0)**. Esta é a mesma equação que definirá os fluxos de caixa de uma opção *call* com preço de exercício $ 20 milhões. Isto implica que a opção de comprar um avião é equivalente a uma opção *call*. Então, se pudermos avaliar uma opção *call* podemos avaliar uma opção de compra de um avião.

Opção de Abandono

Suponhamos que estamos incorporando um projeto P&D e daqui a cinco anos poderemos vender o que realizado até então por $ 80 milhões. Se estabelecermos P = valor das ideias que termos desenvolvidas depois de 5 anos, então o valor da nossa opção de abandono será igual a **MAX(80-P; 0)**. Esta é a mesma equação que definirá os fluxos de caixa de uma opção *put* com preço de exercício de $ 80 milhões. Isto implica que a opção de abandonar um projeto é equivalente a uma opção *put*. Então, se pudermos avaliar uma opção *put* podemos avaliar uma opção de abandono.

Outras Oportunidades de Opções Reais

Existem muitas outras oportunidades de investimentos reais que podem (com algum esforço) serem representadas como combinações de *puts* e *calls*. À medida que prosseguirmos aprenderemos como avaliar estes tipos de opções. Aqui estão alguns exemplos:

Opção de Expansão

Suponha que daqui a três anos termos uma opção de dobrar o tamanho de um projeto. Qual é o valor desta opção?

Opção de Contração

Suponhamos que daqui a três anos teremos a opção de cortar a escala de um projeto pela metade. Qual é o valor desta opção?

Opção de Adiamento

Estamos pensando em desenvolver um novo híbrido de utilitário desportivo e mini van. Daqui a 2 anos saberemos mais sobre o tamanho do mercado. Nós temos a opção de esperar 2 anos antes de decidir o desenvolvimento do carro. Qual é o valor desta opção?

Opção Pioneira

A Microsoft decidiu comprar a Web TV muito embora o negócio tivesse um VPL negativo. Talvez isto fosse porque a Web TV tivesse uma “opção pioneira” que dava à Microsoft a oportunidade de, em vários anos, entrar em novos mercados que poderiam ser ou não lucrativos. Sem ter comprado a Web TV, a Microsoft não teria sido capaz de entrar nestes novos mercados. Se o valor da opção de entrar nos novos mercados posteriormente exceder o VPL negativo da Web TV, então a compra seria uma boa ideia.

Opção de Flexibilidade

Uma companhia de automóveis está pensando construir uma fábrica que produza 3 tipos de carros. O custo por unidade de capacidade para uma tal fábrica flexível excede bastante a capacidade unitária para uma fábrica que possa produzir somente um tipo de carro. Compensa o aumento da flexibilidade?

Opção de Licenciamento

Suponha que durante qualquer ano em que o lucro da droga exceder $ 50 milhões, pagaremos 20% de todo lucro para o desenvolvedor a droga? Qual é o preço justo para um tal contrato de licença?

10.3 - Avaliando Opções pelos Métodos de Arbitragem

A famosa fórmula de precificação de opções de Black-Scholes é baseada nos métodos de precificação de arbitragem. Precificação de arbitragem (para os nossos propósitos) implica que se um investimento **não tem risco ele deverá render a taxa de retorno livre de risco**. Se este não for o caso então podemos criar uma máquina de fazer dinheiro ou **oportunidade de arbitragem**. Por uma oportunidade de arbitragem queremos dizer uma situação em que podemos gastar $ 0 hoje e assegurar que não teremos chance de perder dinheiro e uma chance positiva de fazer dinheiro. Podemos usar esta simples percepção para precificar derivativos financeiros muito complexos. Aqui está um exemplo.

Exemplo 10.3.1

Uma ação está sendo vendida atualmente por $ 40. Daqui um período a ação subirá para $ 50 ou cairá no preço para $ 32. A taxa de juro livre de risco é (11 1/9)%. Qual é o preço justo para uma opção *call* europeia com um preço de exercício de $ 40?

Solução – A chave do nosso problema é a realização que se criarmos um portfólio consistindo de x lotes de ações e uma opção *call*, então para algum valor de x o portfólio não terá risco. Isto é razoável porque um aumento no preço da ação beneficia o proprietário da ação mas prejudica o valor da nossa *call* enquanto uma diminuição no preço da ação prejudica o proprietário da ação mas ajuda o valor da nossa *call*. Então este portfólio deve render a taxa livre de risco. Nosso trabalho está no arquivo **Cap 30.xls**. Ver Figura 10.3.1. Qualquer modelo em que um preço de ação pode somente subir ou cair por uma certa quantidade durante um período é chamado de **modelo binomial.**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	n				**Passo 1**							
2	Valor de arbitragem			long	x lotes de ações							
3	da opção call			short	1 call							
4					se livre de risco							
5					50x-10=32x							
6					x=5/9							
7					**Passo 2**							
8					portfolio livre de risco			c = preço da call hoje				
9					deve render a taxa livre de risco			valor em um período=32(5/9)=160/9				
10					então o valor hoje= (1/(1+r)*valor em um período							
11					(5/9)*40-c=(1/(1+(1/9))*(160/9)							
12					200/9-c =16							
13					c = 56/9							
14								Usando o método da arbitragem				
15								para Avaliar uma				
16								Call com preço de exercício de $40				
17								11 1/9% taxa livre de risco				
18										1 período mais tarde		
19										Valor da ação	Valor da Call	
20							hoje		up	$50	$10	
21												
22							$40		down	$32	$0	
23												
24												

Figura 10.3.**1**

Comecemos calculando o valor do nosso portfólio se a ação subir ou cair de valor:

Preço da ação	Valor do Portfólio
$ 50	50x – 10
$ 32	32x - 0

Para se criar um portfólio sem risco simplesmente definimos o valor do portfólio a ser o mesmo para ambos os preços da ação. Isto é:

50x – 10 = 32x

Ou 18x = 10

Ou x = 5/9.

Assim um portfólio consistindo de 5/9 lotes de ações e uma *call* não tem risco. Portanto, este portfólio deve render uma taxa livre de risco. Isto significa que:

Valor do portfólio em um período/(1 + r) = valor inicial do portfólio.

Daí **r** = taxa livre de risco. Portanto:

$$\frac{5}{9}\,40 - c = \frac{1}{1+\frac{1}{9}}\left(\frac{160}{9}\right)$$

Ou

$$\frac{200}{9} - c = 16$$

$$c = \frac{56}{9}$$

10.3.1 - Criando uma Máquina de Fazer Dinheiro se a Opção *Call* for Precificada Incorretamente.

Para ganhar percepção sobre porque o preço da *call* deve ser igual a 56/9, vamos mostrar que se o preço da *call* for qualquer outro valor diferente de 56/9 então poderemos fazer lucros positivos garantidos no Momento 1 **com um investimento hoje de $ 0**. No mundo real uma tal **oportunidade de arbitragem** nunca existirá. Se o preço da *call* hoje (chamemo-lo de c) ficar inferior a 56/9, a *call* é “subprecificada” e reduzindo nosso portfólio livre de risco pode ser uma oportunidade de arbitragem. Mostraremos que se hoje comprarmos uma *call*, vendermos 5/9 lotes de ações, e emprestarmos **200/9 – c** dólares teremos um gasto de $ 0 em dinheiro hoje e uma posição positiva de caixa no momento 1. Estes investimentos conduziriam aos seguintes fluxos de caixa:

Ação	Saída de caixa Momento 0	Entrada de caixa Momento 1 Estado Up	Entrada de caixa Momento 1 Estado Down
Comprar *call*	c	10	0
Vender ação	-200/9 = -(5/9)(40)	-(5/9)(50) = -250/9	(-5/9)(32) = -160/9
Emprestar dinheiro	200/9 - c	(10/9)(200/9 – c)	10/9(200/9 – c)

Nossa saída de caixa no Momento 0 é $ 0 (escolhemos o tamanho do empréstimo para fazer este trabalho!)

Se a ação subir para $ 50 nossa entrada de caixa no Momento 1 é positiva se e somente se:

$$\frac{-250}{9} + 10 + \frac{2000}{81} - \frac{10c}{9} > 0$$

Ou

$$\frac{560}{81} - \frac{10c}{9} > 0$$

Ou c < 56/9. Se o preço da ação cair nossa entrada de caixa no Momento 1 é positiva se e somente se:

$$\frac{-2000}{81} - \frac{10c}{9} - \frac{160}{9} > 0$$

Ou

$$\frac{560}{9} - \frac{10c}{9} > 0$$

Ou c < 56/9. Então, se a *call* for subprecificada, teremos criado uma máquina de fazer dinheiro!

Agora suponha que a *call* seja sobreprecificada (c > 56/9). Agora no momento 0 vendemos a *call*, compramos 5/9 lotes de ações e tomamos emprestados 200/9 – dólares. Esta estratégia de investimento leva aos seguintes fluxos de caixa:

Ação	Saída de caixa Momento 0	Entrada de caixa Momento 1 Estado Up	Entrada de caixa Momento 1 Estado Down
Vender *call*	-c	-10	-0
Comprar ação	200/9 = (5/9)(40)	(5/9)(50) = 250/9	(5/9)(32) = 160/9
Tomar emprestado	c - 200/9	-(10/9)(200/9 – c)	-(10/9)(200/9 – c)

Nossa saída de caixa no momento 0 é $ 0 (escolhemos a quantia a ser tomada emprestada para fazer este trabalho!).

Se o preço da ação for a $ 50 nossa entrada de caixa no momento 1 é positiva se e somente se

$$\frac{250}{9} - 10 - \frac{2000}{81} + \frac{10c}{9} > 0$$

Ou

$$\frac{-560}{81} + \frac{10c}{9} > 0$$

Ou c > 56/9. Se o preço da ação cair nossa entrada de caixa no momento 1 é positiva se e somente se:

$$\frac{-2000}{81} + \frac{10c}{9} + \frac{160}{9} > 0$$

Ou

$$\frac{-560}{9} - \frac{10c}{9} > 0$$

Ou c > 56/9. Então, se a *call* for sobreprecificada, teremos criado uma máquina de fazer dinheiro!

Em resumo se não precificarmos a *call* de acordo com arbitragem de precificação um “Fantasma” de fazer dinheiro existirá. Este argumento deveria lhe convencer que as técnicas de arbitragem de precificação realmente conduzem à preços válidos.

10.3.2 - Por que a Taxa de Crescimento da Ação Não Influencia o Preço da *Call*?

Da nossa análise o fator principal que influencia o preço da opção são os dois valores de preço da ação. A propagação posterior dos preços para cima e para baixo, são os maiores valores que a ação têm. Note que a **probabilidade de que a ação suba ou caia** não influencia o valor da opção. Com efeito isto diz que a **taxa de crescimento média** da ação não afeta o valor da *call*. À primeira vista isto não faz sentido. Se a ação tiver mais chance de aumentar de valor, então a *call* não deverá ser vendida por mais porque a *call* paga pela alta no preço da ação? A resposta a esse enigma é que o **preço atual da ação incorpora a informação sobre a taxa de crescimento da ação**. Com efeito, as probabilidades da ação crescer ou decrescer em valor estão incluídas no preço de hoje, de modo que elas não afetam o valor da opção *call*.

10.4 - Modelando Preços de Ações ou Valor de Projetos com Lognormal

Na realidade, os preços de ações podem assumir qualquer valor não negativo. Numa árvore binomial, é claro, somente um número finito de preços de ações são possíveis. As variáveis aleatórias lognormal ou *Movimento Browniano Geométrico* são usadas frequentemente para modelarem a evolução de preços de ações.

O modelo lognormal para avaliar ações (ou preço de ações) assume que num pequeno intervalo de tempo Δt o preço da ação varia por uma quantidade que é normalmente distribuída com

$$Desvio\ Padrão = \sigma\, S\, \sqrt{\Delta t}$$

$$Média = \mu\, S\, \Delta t$$

Aqui **S** = preço atual da ação

μ deve ser pensado como a taxa de retorno instantânea sobre a ação. Deste modo, este modelo leva a realmente mudar “de maneira nervosa” os preços das ações (como na vida real). Isto é porque durante um pequeno período de tempo o desvio padrão dos movimentos das ações excederão muito a média de um movimento da ação. Isto segue porque para pequenos Δt, a $\sqrt{\Delta t}$ será muito maior que Δt. Isto é consistente com a realidade. Por exemplo, por dia a Microsoft tem no passado recente tido um crescimento médio = 0,40/252 = 0,0016 e por dia $\sigma = \left[\sqrt{\left({}^{1}/_{252}\right)}\right] * (0,47) = 0,03$ (note 0,03 > 0,0016!). O σ é grosseiramente falando, uma medida da volatilidade porcentual dos retornos anuais de uma ação. Como veremos mais tarde, a Microsoft tem uma volatilidade de 47%, AOL de 65%, e a *Amazon.Com* em 1999 tinha uma volatilidade de 120%! A **volatilidade de uma ação ou projeto é crucial para um cálculo de opções reais**.

Usamos a seguinte equação para simular os preços futuros de ações no Excel.

$$S_t = S_0 e^{(\mu - 0,5\,\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}RISKNORMAL(0,1)} \qquad 1$$

Aqui S_0 = preço hoje da ação, μ = taxa de retorno instantânea sobre a ação, e σ = volatilidade anual da ação (desvio padrão das variações de preços da ação durante uma pequena unidade de tempo com base anualizada). O **=RISKNORMAL(0,1)** gera uma variável aleatória amostral de normal padrão (média 0 e sigma 1).

Notas:

Tomando o logaritmo de ambos os lados de (1) podemos mostrar que poderíamos simular ln(S_t) usando o fato que

$$\ln(S_t) = \ln(S_0) + (\mu - 0{,}5\,\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}RISKNORMAL(0{,}1) \qquad 2$$

Isto mostra que ln(S_t) é normalmente distribuído. Isto explica o nome de **distribuição lognormal**.

Se nossa ação estiver crescendo instantaneamente à taxa μ, então porque (1) e (2) parecem indicarem que estão crescendo à taxa de μ - 0,5 σ^2 ? A razão para isto é que durante o tempo a **volatilidade aumentada reduz a taxa de crescimento média de uma ação**. Para ver isto considere duas ações:

- Ação 1 sempre leva 10% em um ano.
- Ação 2 dobra durante metade de todos os anos e perde 50% do seu valor durante metade de todos os anos.

Na média a Ação 1 cresce por 10% ao ano e a Ação 2 cresce por 25% ao ano. Ainda, durante o tempo, a Ação 2 certamente acabará mais baixa que a Ação 1 devido a sua grande volatilidade ou variabilidade.

Simulando a Variável Aleatória Lognormal

No arquivo **Cap 31.xlsx** simulamos por 5 anos os preços trimestrais da ação da Microsoft sob a hipótese de que: μ = 0,30, e σ = 0,38, e que o preço atual da ação seja $ 100. Ver Figura 10.4.1.

	D	E	F	G
4				
5	Data	Preço	Normal(0,1)	
6	Hoje	100		
7	0,25	78,24848	-0,60363729	
8	0,5	87,4427	-0,52962974	
9	0,75	83,55709	0,78290751	
10	1	124,0535	-0,96168261	
11	1,25	144,4007	-2,86624045	
12	1,5	177,1342	-0,37965776	
13	1,75	188,4546	-0,32716565	
14	2	233,7532	0,59400802	
15	2,25	354,9943	-0,31716176	
16	2,5	440,8483	2,18765612	
17	2,75	414,2939	1,00545689	
18	3	590,0955	1,44197734	
19	3,25	542,4397	-0,43729640	
20	3,5	711,7793	0,63225985	
21	3,75	7.206.463	0,14757599	
22	4	437,7635	0,46306179	
23	4,25	400,2455	0,31994444	
24	4,5	398,2597	-0,85533396	
25	4,75	292,9255	0,86161915	
26	5	356,3406	1,23812976	
27				

Figura 10.4.1

Passo #01: No intervalo F7:F26 geramos as variáveis aleatórias normal padrão usadas em (1) para criar cada preço de ação do período. Copiamos de F7 a fórmula:

$$= RiskNormal(0,1)$$

Para o intervalo F8:F26.

Passo #02: No intervalo E7:E26 geramos os preços da ação da Microsoft para cada um dos próximos 20 trimestres usando (1). Copiamos a fórmula de E7:

$$= E6 * EXP((mu - 0,5 * sigma^2) * 0,25 + sigma * RAIZ(0,25) * (F7).$$

Para o intervalo E8:E26.

Passo #03: Selecionar E26 como uma célula de saída e rodar 10.000 iterações leva à seguinte saída estatística:

H	I	J	K
	Nome	Preço	
	Descrição	Saída	
	Célula	E26	
	Mínimo	15,60499	
	Máximo	8147,99	
	Média	449,1588	
	Desv. Pad.	464,8013	
	Variância	216040,3	
	Distorção	3,847023	
	Curtose	30,14282	
	Erros Calculados	0	
	Moda	151,5773	
	5% Perc	76,66622	
	10% Perc	103,9005	
	15% Perc	128,9063	
	20% Perc	153,5016	
	25% Perc	176,7954	
	30% Perc	200,4245	
	35% Perc	225,7186	
	40% Perc	251,9839	
	45% Perc	281,8614	
	50% Perc	314,3795	
	55% Perc	350,1238	
	60% Perc	389,1598	
	65% Perc	432,472	
	70% Perc	486,2347	
	75% Perc	554,0205	
	80% Perc	633,3387	
	85% Perc	745,8146	
	90% Perc	922,2651	
	95% Perc	1275,003	

Assim encontramos nossa melhor estimativa da média dos preços da MSFT em 5 anos igual a $ 449 e nossa melhor estimativa do desvio padrão é $ 465. Há uma chance de 5% de que nos cinco anos a MSFT será vendida por $ 76,67 ou menos. Há também uma chance de 5% de que a MSFT será vendida por $ 1.275 ou mais!

10.5 - Modelo de Precificação de Opções de Black-Scholes

Em 1973 o brilhante trio Fisher Black, Robert Merton e Myron Scholes desenvolveram a fórmula de precificação de opções de Black-Scholes. Eles foram justamente laureados com o Prêmio Nobel de economia pelo seu trabalho. Assumindo que o preço da ação subjacente segue uma variável aleatória lognormal, eles encontraram uma solução de forma fechada para o preço de uma *call* Europeia e de uma put Europeia. Essencialmente o seu método foi estender a abordagem de precificação de arbitragem desenvolvida no Capítulo 31 permitindo o tamanho de um período no modelo binomial ir a zero. Eles foram capazes de encontrar as seguintes fórmulas para precificação de calls e puts Europeias. Seja:

- S = Preço hoje da ação.
- t = Duração da opção
- X = Preço de exercício
- r = taxa livre de risco. Esta taxa é assumida ser composta continuamente. Assim, se r = 0,05, isto significa que daqui um ano $ 1 crescerá para $e^{0,05}$ dólares.
- σ = Volatilidade anual da ação (explicaremos como estimar σ na seção 10.7).
- y = porcentagem do valor da ação pago anualmente em dividendos.

Para uma opção *call* Europeia o preço é calculado como segue:

Define-se $d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{X}\right)+\left(r-y+\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$ e $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$. Daí então o preço c da *call* é dado por:

$$c = Se^{-yt}N(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2).$$

Aqui **N(x)** é a probabilidade normal acumulada para uma variável aleatória normal tendo média 0 e σ = 1. Por exemplo, N(-1) = 0,16, N(0) = 0,5, N(1) = 0,84 e N(1,96) = 0,975. A probabilidade normal acumulada pode ser calculada no Excel com a função **DIST.NORMP.N()**.

O preço de uma *put* Europeia pode ser escrito como:

$$p = Se^{-yt}[N(d_1) - 1] - Xe^{-rt}[N(d_2) - 1].$$

As opções Americanas geralmente são modeladas usando árvores binomiais (ver seção 10.12).

No arquivo **Cap 32.xls** montamos um template que permitirá você entrar com S, X, r, t, σ, y e fazer a leitura dos preços da *call* e *put* Europeia. Aqui estão alguns exemplos.

EXEMPLO 10.5.1

Suponhamos que o preço atual da MSFT seja $ 100, e possuímos uma opção *call* Europeia com um preço de exercício de $ 95. Assuma r = 0,05 e σ = 47% (veremos de onde veio isto no próximo capítulo). Da Figura 10.5.1 vemos que esta *call* vale $ 57,15. Assim, se a MSFT deu para você 1.000 destas opções, existirá um valor arredondado para $ 57.150,00. Notamos que uma *call* Americana sobre uma ação que não paga dividendos poderá ser exercida antes, de modo que isto é também o valor de uma opção *call* Americana.

EXEMPLO 10.5.2

Assumindo a mesma situação daquela do Exemplo 10.4.1, a Figura 10.5.1 mostra que uma opção *put* Europeia com preço de exercício $ 95 deveria valer $ 24,10. Uma *put* Americana poderia ser exercida anteriormente, assim ela poderá valer mais que $ 24,10.

	A	B	C	D	E
1	**Call com dividendos**				
2					
3					
4	**Dados de entrada**				
5	Preço da ação	$100			
6	Preço de exercício	$95			
7	Duração	7			
8	Taxa de juros	5,00%			
9	taxa de dividendos	0			
10	volatilidade	47,00%			
11					
12				Previsto	
13	Preço da call		=	$57,15	
14	Preço da put			$24,10	
15					
16					
17	Outras quantidades para precificar opção				
18	d1	0,944463		N(d1)	0,827534
19	d2	-0,29904		N(d2)	0,382455
20					

Figura 10.5.**1**

Resultados Estáticos Comparativos

É natural perguntar como variações nos dados de entrada principais mudarão o valor de uma opção. Uma tabela de dados unidimensional do Excel torna bem fácil a resposta às estas questões. Por exemplo, na Figura 10.5.2, mostramos como mudando a duração de uma opção *call* Europeia de 1 – 10 anos mudará o valor da opção *call*.

	J	K
7		
8	Duração	
9		$57,15
10	1	22,90206
11	2	31,8295
12	3	38,65992
13	4	44,31017
14	5	49,15378
15	6	53,39188
16	7	57,14977
17	8	60,51305
18	9	63,54391
19	10	66,28968
20		

Figura 10.5.2

Para obter esta Tabela de Dados procedemos como segue:

Passo #01: Entrar com as durações possíveis em J10:J19.

Passo #02: Na célula K9 entre com a fórmula que você quer calculada (o preço da *call*) para as diferentes durações:

$$= D13$$

Passo #03: Selecione o intervalo da tabela J9:K19.

Passo #04: Abra a guia Dados, e selecione Tabela de Dados no menu *dropdown* Teste de Hipóteses do grupo Ferramentas de Dados. Depois então selecione a célula B7 como Célula de Entrada de Coluna. Isto garantirá que as durações possíveis em J10:J19 são entradas para a célula B7.

Vemos que prolongando a duração da opção *call* aumenta o seu valor. Se a opção pagar dividendos isto poderá não ser o caso (por que?).

Na Figura 10.5.3 construímos outra tabela de dados para mostrar como uma variação na volatilidade da ação de 10% - 100% afeta o valor de uma opção *call*.

	N	O	P
7			
8	Volatilidade		
9		$57,15	
10	0,1	33,66136	
11	0,2	38,53958	
12	0,3	45,28839	
13	0,4	52,33247	
14	0,47	57,14977	
15	0,5	59,15782	
16	0,6	65,53342	
17	0,7	71,33781	
18	0,8	76,50928	
19	0,9	81,02668	
20	1	84,89907	
21			

Figura 10.5.**3**

Note que aumentar a volatilidade sempre **aumenta o valor de qualquer espécie de opção**.

Em geral, os resultados estáticos comparativos para puts e calls (*ceteris paribus*) são dados na tabela seguinte:

Parâmetro	*Call* Europeia	Put Europeia	*Call* Americana	Put Americana
Preço da Ação	+	-	+	-
Preço de Exercício	-	+	-	+
Prazo de vencimento	?	?	+	+
Volatilidade	+	+	+	+
Taxa livre de risco	+	-	+	-
Dividendos	-	+	-	+

- Um aumento no preço atual da ação sempre aumenta o valor de uam *call* e diminui o valor de uma put.
- Um aumento no preço de exercício sempre aumenta o valor de uma put e diminui o valor de uma *call*.
- Um aumento na duração de uma opção sempre aumenta o valor de uma opção Americana. Na presença de dividendos, um aumento na duração de uma opção pode aumentar ou diminuir o valor de uma opção Europeia.
- Um aumento na volatilidade sempre aumenta o valor da opção.

- Um aumento na taxa livre de risco aumenta o valor de uma *call*. Isto é porque taxas maiores tendem aumentar a taxa de crescimento do preço da ação (isto é bom para a *call*). Isto mais do que cancela o fato que o payoff de uma opção vale menos devido à maiores taxas de juros. Um aumento na taxa livre de risco sempre diminui o valor de uma put porque taxa de crescimento maior na ações tende prejudicar as puts pois o fato que payoffs futuros de puts são menos valiosos. Novamente isto assume que taxas de juros não afetam os preços atuais das ações e eles não!
- Os dividendos tendem a reduzirem a taxa de crescimento do preço de uma ação de modo que dividendos aumentados reduzem o valor de uma *call* e aumenta o valor de uma put.

Avaliando warrants

As companhias emitem frequentemente warrants. Uma warrant é basicamente uma opção *call* emitida por uma companhia sobre sua própria ação. Uma simples modificação na fórmula de Black-Scholes permite-nos avaliar warrants. O truque é notar que se as warrants forem exercidas, o valor por lote para os acionistas originais é diminuído. Hull discute isto nas páginas 252-253. Incluímos um template (na aba warrants do arquivo Cap 32.xls) para habilitar-lhe a precificar uma warrant. Tudo o que você precisa fazer é entrar com as entradas ordinárias de Black-Scholes como também o número atual de ações e warrants em circulação. Depois invocar o Solver (isto encontra o preço da warrant usando a relação circular entre o preço da warrant e valor por ação). Apenas para lembrar que a volatilidade medida é a volatilidade do patrimônio líquido da companhia e não apenas seu preço por ação. Aqui está um exemplo.

EXEMPLO 10.5.3

A HAL Computer tem 1 milhão de lotes de ações em circulação ao preço atual de $ 50. Para levantar dinheiro eles emitirão 500.000 warrants de cinco anos com um preço de exercício de $ 60,00. A taxa livre de risco é 10% e o dividendo atual é 2%. A volatilidade do patrimônio líquido é 20%. Qual é o preço justo para a *warrant*?

Solução

Na Figura 10.5.4 entramos com os parâmetros relevantes para executar o Solver. Encontramos um preço justo para a warrant igual a $ 2,39. Note que as entradas foram entradas nas células sombreadas.

	A	B	C	D	E	F
1	**Warrant**			C*lotes/(lotes+warrants)		
2	**Valor da warrant**	2,390479	=	2,39048E+00		
3	Preço atual da ação	50				
4	**Lotes**	1,00E+06				
5	**Warrants**	5,00E+05				
6	Preço Diluído da ação	3,41E+01				
7	Preço de exercício	60				
8	Duração	5				
9	Taxa de juros	0,1				
10	Taxa de dividendos	0,02				
11	volatilidade	0,2				
12						
13				Previsto		
14	Preço da call		=	$3,59		
15						
16						
17						
18	Outras quantidades para precificar opções					
19	d1	-0,14347		N(d1)	0,442958	
20	d2	-0,59069		N(d2)	0,277365	
21						

Figura 10.5.**4**

Referências

De longe a melhor referência sobre opções (embora não para opções reais!) é o trabalho clássico de Hull. O livro de Luenberger é também um grande livro e ele fala mais sobre opções reais.

Hull J., *Options and Other Derivatives*, 4th edition, 2000, Prentice-Hall Publishing.

Luenberger, D., *Investment Science*, 1997, Oxford Press.

10.6 Estimando Volatilidade

Numa análise de opções reais o valor da opção dependerá crucialmente na volatilidade do projeto ou ativo subjacente. Sob a hipótese de que uma ação segue uma variável aleatória *lognormal*, a volatilidade é o σ, caracterizando a variável aleatória preço *lognormal* da ação. A maioria dos experts acreditam que o melhor modo de estimar a volatilidade de digamos, um startup de Internet ou uma droga biotecnológica é observar a volatilidade que o mercado colocou nas companhias de linhas de negócios similares. É portanto importante entender como estimar a volatilidade de uma ação. Basicamente existem duas abordagens para estimar volatilidade:

1. Estimar a volatilidade baseado em dados históricos.
2. Observar uma opção negociada e estimar a volatilidade como o valor do sigma que torna o preço atual da opção comparável ao preço predito de Black-Scholes. Esta abordagem é chamada **estimação da volatilidade implícita**.

A maioria dos especialistas preferem estimar a volatilidade via a abordagem da volatilidade implícita. A razão é, obviamente, que a abordagem da volatilidade implícita se projeta no futuro (prospectiva) e a abordagem histórica é baseada no passado. Ilustremos ambas as abordagens.

Abordagem Histórica para Estimação da Volatilidade

Na planilha rotulada de Histórica do arquivo **Cap 33.xls** estamos dando os preços trimestrais das ações da Microsoft. Podemos portanto estimar a volatilidade trimestral como segue:

Passo #01: Calcular S(t)/S(t-1), **onde** S(t) **é o preço da ação no trimestre** t.

Passo #02: Calcular $ln\left(\frac{S(t)}{S(t-1)}\right)$,

Passo #03: Encontrar o desvio padrão de $ln\left(\frac{S(t)}{S(t-1)}\right)$.

Isto estima a volatilidade trimestral.

Passo #04: Se a volatilidade é v, para uma unidade de tempo, então a volatilidade para t unidades de tempo é $v\sqrt{t}$. Assim vamos da volatilidade trimestral para a volatilidade anual multiplicando por 2 e vamos da volatilidade anual para a volatilidade diária multiplicando por $\sqrt{\frac{1}{252}}$. Isto assume 252 dias de trading por ano. Aqui está um exemplo dos cálculos da volatilidade histórica. Ver Figura 10.6.1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		**Cálculo da Volatilidade Histórica**								
3										
4										
5										
6										
7				Período #	Data	Valor	P(t)/P(t-1)	ln(P(t)/P(t-1))		
8				1	jul/95	90,5				
9				2	out/95	100	1,104972376	0,099820335		
10				3	jan/96	92,5	0,925	-0,077961541		
11				4	abr/96	113,25	1,224324324	0,20238912		
12				5	jul/96	117,875	1,040838852	0,040026977		
13				6	out/96	137,25	1,164369035	0,152179339		
14				7	jan/97	204	1,486338798	0,396315913		
15				8	abr/97	243	1,191176471	0,174941449		
16				9	jul/97	282,75	1,163580247	0,151501672		
17				10	out/97	260	0,91954023	-0,083881484		
18				11	jan/98	298,375	1,147596154	0,137669454		
19				12	abr/98	360,25	1,207373272	0,18844715		
20				13	jul/98	427,75	1,187369882	0,171740678		
21				14	out/98	423,5	0,99006429	-0,009985399		
22				15	jan/99	700	1,652892562	0,502526821		
23				16	abr/99	650,5	0,929285714	-0,073339037		
24										
25							sigma(trimestral)	0,165192579	=DESVPAD(H9:H23)	
26							sigma(anual)	0,330385159	=RAIZ(4)*H25	

Figura 10.6.**1**

Passo 1: Calcular a razão dos preços sucessivos da ação copiando a fórmula:

=F9/F8

na célula G9 para o intervalo G10:G23.

Passo 2: Calcular o logaritmo de cada uma destas razões copiando a fórmula:

=ln(G9)

na célula H9 para o intervalo H10:H23.

Passo 3: Na célula H25 calcular o sigma trimestral com a fórmula:

=DESVPAD(H9:H23).

Passo 4: Na célula H26 anualizar a volatilidade trimestral multiplicando por 2.

Assim numa base histórica estimamos a volatilidade da Microsoft, arredondada, como 33%.

A Abordagem da Volatilidade Implícita

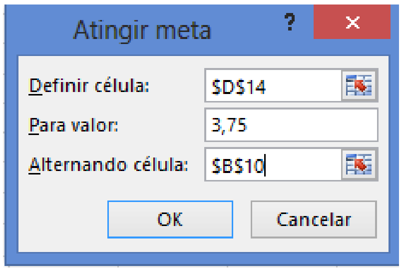
No final do trading de 8 de Fevereiro de 2000, a MSFT era vendida por $ 106,61. Uma opção *put* de Março (vencendo em 25 de Março de 2000) com preço de exercício de $ 100 era vendida por $ 3,75. A taxa livre de risco sobre T-Bills de 90 dias era 5,5%. Como podemos estimar a volatilidade implícita da Microsoft neste momento?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	**Volatilidade Implícita da Microsoft**			9 de Fevereiro de 2000					
3				put de Março $100					
4	**Dados de entrada**			vence					
5	Preço da Atual da Ação	$106,61	=106+(39/64)	25/mar					
6	Preço de exercício	$100							
7	Duração	0,12295082	=45/366						
8	Taxa de juros	5,33%	=LN(1,0547)						
9	Taxa de dividendos	0							
10	volatilidade	47,07%							
11									
12		Real		Previsto					
13	Preço da call		=	$11,01	=EXP(-B9*B7)*B5*E18-B6*EXP(-B7*B8)*E19				
14	Preço da put	$3,75		$3,75	=B5*EXP(-B9*B7)*(E18-1)-B6*EXP(-B8*B7)*(E19-1)				
15									
16									
17	Outras quantidades para precificar a opção								
18	d1	0,50995218		N(d1)	0,694958	=DISTNORMP(B18)			
19	d2	0,34489544		N(d2)	0,634914	=DISTNORMP(B19)			

Figura 10.6.**2**

Passo 1: Nosso trabalho está na planilha opção do arquivo Cap 33.xls. Entramos com todos os parâmetros (preço atual da ação, duração, taxa livre de risco, preço da *put* real, e preço de exercício) no nosso template de Black-Scholes. Note que entramos com ln(1+0,055) como nossa taxa livre de risco porque Black-Scholes assumiu que a taxa livre de risco é composta continuamente. A duração da opção é 45/366 dias.

Passo 2: Usamos agora o Atingir Meta para determinar o valor do sigma que torna o preço previsto por Black-Scholes (em D14) igual ao preço real (em B14). Preenchemos nossa janela **Atingir Meta** em Definir célula: D14 Para o valor: 3,75 variando a volatilidade (B10). Encontramos a volatilidade implícita da *MSFT* ser 47,07%.



Uma análise semelhante para a Amazon.com na Figura 10.6.3 mostra que a volatilidade implícita da *Amazon.com* é, arredondada, 75%.

	A	B	C	D	E
1					
2	**Volatilidade Implícita da Amazon**			9 de Fevereiro de 200(	
3				put de Março $75	
4	**Dados de entrada**			vence	
5	Preço atual da ação	$74,94		25/mar	
6	Preço de exercício	$75			
7	Duração	0,1229508			
8	Taxa de juros	5,33%			
9	Taxa de dividendos	0			
10	volatilidade	75,24%			
11					
12		Real		Previsto	
13	Preço da call		=	$8,06	
14	Preço da put	$7,63		$7,63	
15					
16					
17	Outras quantidades para precificar a opção				
18	d1	0,1535665		N(d1)	0,561024
19	d2	-0,1102461		N(d2)	0,456107

Figura 10.6.**3**

NOTAS

É claro, *puts* diferentes (ou *calls*) conduzirão a volatilidades implicadas ligeiramente diferentes. Você pode usar o Solver para combinar várias opções numa única estimativa de volatilidade. Ver o Cap 49 para uma explanação desta abordagem.

Num modelo de opção real, você poderá estimar a volatilidade implícita para um horizonte de tempo que esteja tão próximo quanto possível à duração da opção real.

10.7 - A Abordagem de Risco Neutro para Precificar Opções

A abordagem de precificação por arbitragem que desenvolvemos anteriormente pode ser difícil de implementar. A razão é que pode frequentemente ser difícil de determinar o portfólio livre de risco que leve a uma oportunidade de arbitragem. Cox Ingersoll e Ross apareceram com um brilhante método alternativo para precificar opções chamado de abordagem de precificação de risco neutro. Como veremos, a abordagem de risco neutro frequentemente simplifica muito o processo de precificação de opções.

10.7.1 - A Lógica Por Trás da Abordagem de Risco Neutro

Lembre-se que o argumento de arbitragem funciona independente das preferências de risco de uma pessoa. Por exemplo, se um tomador de decisão é avesso ao risco, propenso ao risco ou neutro ao risco[96] ele iria aceitar o preço da opção obtido pelo argumento da precificação por arbitragem.

[96] Um tomador de decisão avesso ao risco avalia uma situação de incerteza menor que o valor esperado da situação. Por exemplo, um tomador de decisão avesso ao risco preferirá $ 1.000,00com certeza a uma loteria de lançamento de moedas onde cara ganha $ 10.000,00 e coroa perde $ 8.000,00. Um tomador de decisão propenso ao risco avalia uma situação de

Esta observação leva às seguintes conclusões:

1. Num mundo onde todo e qualquer indivíduo é neutro ao risco a precificação por arbitragem é válida.
2. Num mundo de risco neutro todos os ativos devem render a um retorno igual à taxa livre de risco.
3. Num mundo de risco neutro qualquer ativo (incluindo uma opção) vale o valor esperado dos seus fluxos de caixa descontados.
4. Monte um mundo de risco neutro em que todas as ações rendem a taxa livre de risco e use a simulação de Monte Carlo (ou uma árvore binomial) para determinar os fluxos de caixa descontados esperados de uma opção.
5. Seja p = preço de uma opção no nosso mundo (Terra!). Então o preço da opção num mundo de risco neutro deve ser p. Usando os passos 1 – 4 podemos encontrar o preço no mundo de risco neutro (chamemo-lo de p´). Mas desde que o preço da opção em todos os mundos é o mesmo, nosso p´ deve ser igual ao preço p do nosso complexo mundo de risco não neutro!

Essencialmente usamos o Passo 2 para “ajustar” as probabilidades de vários estados do mundo. Depois então usamos o Passo 3 para avaliar derivativos.

10.7.2 - Exemplo de Precificação de Risco Neutro

Vamos precificar nossa opção *call* do Capítulo 31 via precificação de risco neutro. Lembre-se que a situação era como segue:

EXEMPLO 10.7.1

Uma ação está sendo vendida atualmente por $ 40. Daqui um período a ação ou subirá para $ 50 ou cairá no preço para $ 32. A taxa de juros livre de risco é (1 1/9)%. Qual é o preço justo para uma opção *call* Europeia com um preço de exercício de $ 40?

SOLUÇÃO

Avaliemos agora nossa opção *call* num mundo de risco neutro. Seja p = probabilidade de risco neutro de que a ação suba para $ 50. Então 1 – p = probabilidade de risco neutro de que a ação caia para $ 32. Do passo 2, sabemos que num mundo de risco neutro nossa ação (e qualquer outro ativo) deve render na média a taxa de retorno livre de risco. Isso requer:

$$50p + 32(1 - p) = 40\left(1 + \frac{1}{9}\right)$$

ou

$$18p + 32 = \frac{400}{9}$$

ou

$$18p = \frac{112}{9} \Rightarrow p = \frac{56}{81}$$

Assim num mundo de risco neutro a ação tem uma chance de 56/81 de subir para $ 50 e uma chance de 25/81 de cair para $ 32.

No estado $ 50, a opção vale $ 10, enquanto no estado $ 32, a opção vale $ 0. Num mundo de risco neutro qualquer ativo vale o valor descontado esperado de seus fluxos de caixa. Portanto, num mundo de risco neutro nossa opção *call* vale:

---

incerteza maior que o valor esperado da situação. Assim na nossa situação anterior o tomador de decisão propenso ao risco escolherá a loteria de lançamento de moedas. Finalmente, um tomador de decisão neutro ao risco sempre classifica situações de incerteza de acordo com o seu valor esperado (a despeito do risco envolvido). Assim um tomador de decisão neutro ao risco ficaria indiferente entre $ 1.000,00 com certeza e a loteria de lançamento de moedas.

$$\frac{1}{1+\frac{1}{9}}\left[\left(\frac{56}{81}\right)(10)+\left(\frac{25}{81}\right)(0)\right]=\frac{56}{9}$$

Desde que num mundo de risco neutro o preço encontrado por arbitragem deve ser correto, sabemos que o preço do mundo real para esta *call* iguala ao preço de risco neutro (56/9)!

A beleza da abordagem de risco neutro é que ela é usualmente fácil de encontrar as probabilidades de risco neutro. Então podemos avaliar nosso derivativo como o valor descontado esperado dos seus fluxos de caixa. Isto é muito intuitivo e muito mais satisfatório que a derivação original de Black-Scholes.

10.7.3 - Prova que *Call* Americana Nunca É Exercida Anteriormente

Como um exemplo do poder da abordagem de risco neutro, damos uma prova fácil de que exercer antes do vencimento nunca é ótimo para uma opção *call* Americana que não paga dividendos. Assuma que estamos usando a abordagem de risco neutro para avaliar uma *call* Americana com um modelo binomial. Assuma o preço de exercício seja c e a taxa livre de risco por período seja r. Assuma que o movimento para cima (up) seja por um fator u e para baixo (down) por um fator d. Seja p a probabilidade de um movimento para cima. Daí sabemos que para uma ação que não paga dividendos

$$pu+(1-p)d=1+r \qquad 1$$

Assuma também que existam N períodos totais na nossa abordagem de árvore binomial.

Seja $\mathbf{V_n(x)}$ o valor da *call* Americana no momento **n** quando o preço é **x**. Então

$$V_n(x)=\max(x-c,\frac{1}{1+r}(pV_{n+1}(ux)+(1-p)V_{n+1}(dx))$$

Precisamos mostrar que este máximo é sempre atingido por

$$\frac{1}{1+r}(pV_{n+1}(ux)+(1-p)V_{n+1}(dx)$$

Teremos de mostrar que é sempre ótimo continuar se

$$\frac{1}{1+r}\big(pV_{n+1}(ux)+(1-p)V_{n+1}(dx)\big)\geq x-c$$

Agora $V_{n+1}(ux))\geq ux-c$ e $V_{n+1}(dx))\geq dx-c$. Isto implica que

$$\frac{1}{1+r}\big(pV_{n+1}(ux)+(1-p)V_{n+1}(dx)\big)\geq\frac{1}{1+r}(p(ux-c)+(1-p)(dx-c)=$$

$$\frac{1}{1+r}\big((1+r)x-c\big)=x-\frac{c}{1+r}>x-c$$

A primeira igualdade segue de (1). Isto mostra que continuar é no mínimo tão bom quanto exercer a opção. Portanto uma *call* Americana (sobre uma ação que não paga dividendos) nunca será exercida anteriormente ao vencimento.

10.8 - A Abordagem de Preço do Estado para Avaliação de Ativos

Outra maneira de observar a avaliação de ativos é a **abordagem de preço do estado**. Esta abordagem resulta ser equivalente na maioria das situações às abordagens de precificação por arbitragem e de risco neutro. Para cada estado possível k que possa ocorrer definimos o **preço do estado** P(k) como o valor justo associado com uma situação em que recebemos $ 1 sempre que o estado k ocorrer. Se os preços dos estados existirem, então podemos simplesmente avaliar qualquer título rendendo d(k) dólares no estado k como:

$$\sum_k d(k)P(k) \quad (1)$$

Usaremos nosso exemplo binomial simples para ilustrar o cálculo e uso dos preços de estados. Essencialmente, calculamos os preços dos estados para serem consistentes com nossos preços dos títulos (ação e *call*). Dado que já temos calculado as probabilidades de risco neutro por exemplo, é provavelmente mais fácil calcular preços dos estados indo a um mundo de risco neutro. Lembre-se que as probabilidades de risco neutro para o nosso exemplo simples eram 56/81 para $ 50 e 25/81 para $ 32. Como no mundo de risco neutro o preço da ação é $ 50 com probabilidade 56/81 encontramos $P(50) = \frac{9}{10}\left(\frac{25}{81}\right) = \frac{225}{810}$.

Como no mundo de risco neutro um preço de $ 32 ocorre com probabilidade 25/81 encontramos $P(32) = \frac{9}{10}\left(\frac{25}{81}\right) = \frac{225}{810}$

Podemos agora usar (1) para avaliar a opção como

$$10\left(\frac{504}{810}\right) + 0\left(\frac{225}{810}\right) = \frac{56}{9}$$

Podemos também avaliar nosso lote de ações como

$$50\left(\frac{504}{810}\right) + 32\left(\frac{225}{810}\right) = 40$$

A propósito, poderíamos ter encontrado também os preços dos estados resolvendo as seguintes equações (você pode ver por que?)

$$P(50) + P(32) = \frac{9}{10}$$

$$50\,P(50) + 32\,P(32) = 40$$

O seguinte teorema está provado na Seção 9.9 de *Luenberger*.

Teorema: Um conjunto de preços positivos dos estados existe se e somente se não existirem oportunidades de arbitragem.

A propósito uma oportunidade de arbitragem é simplesmente uma máquina de fazer dinheiro que pode tomar um investimento de $ 0 (ou um investimento negativo) hoje e ganhar (com probabilidade positiva) um lucro.

O teorema não diz que os preços dos estados são únicos. Se existirem mais estados do que títulos transacionados, então poderá existir múltiplos conjuntos de preços dos estados que são consistentes com nossos preços de títulos e preços de derivativos podem não serem únicos.

10.9 - Avaliando um Start-up de Internet com a Fórmula de Black-Scholes

Agora mostramos como o modo de pensar as opções pode ser aplicado para tomar decisões de negócios corretas em duas situações:

- Avaliar um investimento de um *start-up*[97] de Internet.
- Avaliar a oportunidade de comprar uma companhia com projeções de VPL negativos.

Em ambas as situações encontraremos que a maneira de pensar as opções leva a uma decisão diferente (e mais satisfatória) que a abordagem do FCD tradicional.

10.9.1 - Avaliando um Start-up de Internet

Estamos pensando (ver o arquivo **Cap 36.xls**) de investir num potencial *start-up* de Internet. Estamos bem certos que hoje e cada um dos três meses nos próximos 21 meses teremos que investir $ 0,5 milhões para manter o projeto em andamento. Nossa estimativa presente do VPL das receitas (menos os custos operacionais futuros) a serem recebidos deste projeto (receitas começam daqui a 2 anos) é $ 22 milhões. Temos de gastar $ 12 milhões daqui a 2 anos para completar o *start-up*. Assuma que a taxa livre de risco seja 5%. Deveremos tocar adiante este projeto? Assumiremos que a série de receitas tenha uma volatilidade anual de 40%.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1												
2	**Startup de Internet**											
3	**VPL clássico**					Custo através do T7		Valor da Opção				
4	**Análise**					3,834325		$5,02				
5												
6						VPL com opção		$1,19				
7												
8												
9												
10			taxa r_f	0,05								
11			taxa de juros	0,23								
12			VPL Estático									
13												
14			tempo	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
15			investimento	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	12
16			receita									22
17			custos de df	1	0,987877	0,9759	0,964069	0,952381	0,940835	0,929429	0,918161	0,907029
18			custos de VP	0,5	0,493938	0,48795	0,482034	0,47619	0,470417	0,464714	0,45908	10,88435
19			rec VPL	14,54161								0,660982
20			custos VPL	14,71868								
21			inv VPL	-0,17707								

Figura 10.9.**1**

A Figura 10.9.1 contém uma análise tradicional de FCD tradicional do projeto. Estamos certos sobre os custos do projeto assim que os descontarmos a 5%. Isto rende um VPL (célula 20) de $ 14,72 milhões. A propósito, os custos excluindo as despesas de $ 12 milhões tem um VPL de $ 3,83 milhões. A série de receitas é, obviamente, arriscadas então descontamos as receitas com uma taxa apropriada ajustada ao risco (vamos assumir que ela iguala a 23%). Então o VPL das receitas é $ 14,54 milhões. Então com base no FCD tradicional não deveríamos realizar o projeto.

O que estamos perdendo aqui? O argumento FCD tradicional tem no mínimo duas falhas:

- O perigo do projeto mudar durante o tempo. Sabemos realmente a taxa de desconto apropriada para todos nossos fluxos de caixa?
- A série de receitas é altamente incerta. Daqui a dois anos teremos uma ideia muito melhor do valor da nossa série de receitas. Se as coisa parecerem más, provavelmente não investiríamos $ 12 milhões. Se as coisas parecerem boas investiríamos. Em resumo temos uma **opção** de investir neste projeto que podemos ou não exercê-la.

[97] Colocar em funcionamento uma empresa.

Como podemos aplicar Black-Scholes a esta situação? A quantidade incerta aqui é o VPL dos lucros operacionais futuros do *start-up*. Nossa melhor estimativa atual é $ 14,54 milhões. Daqui a 2 anos temos a opção de gastar $ 12 milhões para obter os lucros operacionais do *start-up*. Os lucros operacionais (no Momento 2) do *start-up* são os análogos do preço da ação no vencimento. Para modelar os lucros operacionais no Momento 2 precisamos estimar a volatilidade. Suponha que projetos similares tenham uma volatilidade de 40%. Então nossa opção de investir daqui a 2 anos é equivalente a uma opção *call* de 2 anos com um preço de exercício de $ 12 milhões. Enfiando os parâmetros relevantes no nosso template de Black-Scholes ficaremos com os resultados da Figura 10.9.2:

- Preço atual da ação: $ 14,54 milhões
- Duração = 2 anos
- Volatilidade = 40%
- Taxa de dividendo = 0 (nenhum lucro foi ganho antes do ano 2)
- Preço de exercício = $ 12 milhões
- Taxa livre de risco = 5%

Encontramos que nossa oportunidade de opção vale $ 5,02 milhões. Como o VPL dos custos anteriores ao Momento 2 é somente $ 3,83 milhões vemos agora que nossa oportunidade de insistir no *start-up* de Internet vale $ 5,02 - $ 3,83 = $ 1,19 milhões. O uso da crença em opção transformou nossa decisão de não ir em IR! Mais tarde aprenderemos como avaliar esta oportunidade se pudermos abandonar o projeto a qualquer instante nos próximos dois anos.

	A	B	C	D	E	F	G	H
4	**Dados de entrada**							
5	Preço atual da ação	$14,54						
6	Preço de exercício	$12					Custo através do trimestre	$ 3,83
7	Duração	2						
8	Taxa de juros	5,00%						
9	Taxa de dividendos	0					Volatilidade	$5,02
10	volatilidade	40,00%					0,1	3,694589
11							0,11	3,704829
12				Previsto			0,12	3,718931
13	Preço da call		=	$5,02			0,13	3,736975
14	Preço da put			$1,34			0,14	3,758878
15							0,15	3,784453
16							0,16	3,813459
17	Outras quantidades para precificar opções						0,17	3,845628
18	d1	0,799025		N(d1)	0,787862		0,18	3,880691
19	d2	0,23334		N(d2)	0,592251		0,19	3,918384
20							0,2	3,958461
21							0,21	4,000694
22							0,22	4,044874
23							0,23	4,090811
24							0,24	4,138334
25							0,25	4,187288
26							0,26	4,237536
27							0,27	4,288952
28							0,28	4,341425
29							0,29	4,394852
30							0,3	4,449144
31							0,31	4,504218
32							0,32	4,56
33							0,33	4,616423
34							0,34	4,673426
35							0,35	4,730952
36							0,36	4,788953
37							0,37	4,847381
38							0,38	4,906194

Figura 10.9.**2**

Análise de Sensibilidade

Obviamente, não estamos realmente certos a respeito do valor da volatilidade. Portanto, usamos uma Tabela de Dados unidimensional para determinar como o valor da nossa opção varia quando a volatilidade variar entre 10% e 40%. Vemos que nosso valor da opção pesa mais os custos para os próximos 1,75 anos enquanto a volatilidade é no mínimo 17%. É claro, qualquer projeto de alta tecnologia terá volatilidade no mínimo deste tamanho, assim sentiremos muito bem tocando adiante este projeto!

10.9.2 - Avaliando uma "Opção Pioneira": Web TV

Em abril de 1997 a Microsoft comprou a Web TV por $ 425 milhões. Vamos assumir que a Microsoft percebesse que o valor verdadeiro da Web TV naquele momento fosse $ 300 milhões. Poderia a compra da Web TV ainda ser vantajosa? Se a compra da Web TV dá a Microsoft a "opção" de entrar em outro negócio no futuro, então o valor desta opção poderá pesar mais que o VPL de -$ 125 milhões do negócio da Web TV. Mais concretamente, vamos supor que comprar a Web TV nos dá a oportunidade (por $ 2 bilhões) de entrar (daqui a três anos) num outro negócio relacionado à Internet que tenha um valor atual de $ 1 bilhão. Assuma que a taxa livre de risco seja 5%.

Assuma uma volatilidade anual de 50% para o valor no negócio de Internet relacionado. A opção “pioneira” criada pela Web TV excedeu nosso VPL da Web TV de -$ 125 milhões?

SOLUÇÃO

Novamente nossa opção Pioneira é uma opção *call* Europeia com os seguintes parâmetros:

- Preço atual da ação = $ 1 bilhão
- Preço de exercício = $ 2 bilhões
- Taxa livre de risco = 5%
- Duração = 3 anos
- Volatilidade = 50%
- Taxa de dividendos = 0% (assumimos que nenhum dos valores do negócio relacionado de Internet é pago antes da data de exercício)

Da Figura 10.9.3 (ver a planilha *opçõesWeb* do arquivo **Cap 36.xls**) encontramos que o valor da nossa opção para entrar no negócio relacionado de Internet seja $ 0,17 bilhões = $ 170 milhões. Isto mais do que compensa o VPL negativo do negócio Web TV.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	**Call com dividendos**												
2													
3													
4	**Dados de entrada**												
5	Preço da ação	$1											
6	Preço de exercício	$2											
7	Duração	3											
8	Taxa de juros	5,00%											
9	Taxa de dividendos	0											
10	volatilidade	50,00%											
11													
12				Previsto									
13	Preço da call		=	$0,17									
14	Preço da put			$0,90									
15												volatilidade	
16													$0,17
17	Outras quantidades para precificar opção											0,3	0,05095
18	d1	-0,19416		N(d1)	0,423025							0,31	0,05611
19	d2	-1,06019		N(d2)	0,14453							0,32	0,061432
20												0,33	0,066902
21												0,34	0,07251
22												0,35	0,078246
23												0,36	0,0841
24												0,37	0,090062
25												0,38	0,096124
26												0,39	0,102279
27												0,4	0,108518
28												0,41	0,114835
29												0,42	0,121223
30												0,43	0,127676
31												0,44	0,134188
32												0,45	0,140754
33												0,46	0,147369
34												0,47	0,154029
35												0,48	0,160728
36												0,49	0,167463
37												0,5	0,174229
38												0,51	0,181023
39												0,52	0,187842
40												0,53	0,194681
41												0,54	0,201539
42												0,55	0,208412
43												0,56	0,215297
44												0,57	0,222192
45												0,58	0,229094
46												0,59	0,236001
47												0,6	0,24291

Figura 10.9.**3**

Análise de Sensibilidade

Obviamente, a volatilidade real do negócio relacionado de Internet é desconhecido. Na Figura 10.9.3, usamos uma Tabela de Dados unidimensional para ver como o valor da nossa opção Pioneira varia quando a volatilidade variar entre 30% e 60%. Encontramos que log que a volatilidade exceder 43%, a opção Pioneira vale mais do que nosso VPL negativo de $ 125 milhões.

10.10 - Avaliando um Projeto P & D

No mundo atual a avaliação acurada de projetos P&D[98] é crítica para o sucesso de uma empresa. A abordagem das opções reais é muito útil para avaliação de **projetos P&D**. O exemplo seguinte é baseado no artigo de Jagle em *R and D Management*.

EXEMPLO 10.10.1

O desenvolvimento de uma nova droga exige que a droga experimente os seguintes estágios de desenvolvimento:

- Desenvolvimento pré-clínico
- Tentativas Fase I
- Tentativas Fase II
- Tentativas Fase III

O fracasso em qualquer estágio resulta no encerramento do projeto. A partir dos dados publicados pelo setor temos estimativas da probabilidade de sucesso em cada estágio e a duração de cada estágio. A informação sobre a receita devido ao sucesso ou fracasso em cada estágio e o custo de cada estágio são dados na Figura 10.10.1 (ver arquivo **Cap 37.xls**).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Nova Droga**									
2	**P & D**		WACC	0,1						
3			rf	0,06						
4						tudo em milhões de $s				
5		Decisão	Tempo	Prob estimada real de Sucesso	Duração da Atividade	Receita do sucesso	Receita do Fracasso	Valor de Estar neste ponto	Prob de risco neutro de Sucesso	Custo do estágio
6		Fase III	3,5	0,8	2,5	2000	0	1260,777	0,729244122	200
7		Fase II	2	0,44	1,5	0	450	699,2711	0,386222441	100
8		Fase I	1	0,43	1	0	250	402,8969	0,39412884	50
9		Pré-clínico	0	0,47	1	0	200	268,5105	0,41706464	200

Figura 10.10.**1**

O WACC (custo médio ponderado de capital) para este tipo de projeto é 10% e a taxa livre de risco é 6%. Qual é o valor deste projeto de desenvolvimento?

SOLUÇÃO

Comecemos determinando o valor, em cada ponto de decisão, as receitas futuras. Daí então podemos usar estes valores de receitas para calcular as probabilidade de risco neutro e conduzir a uma avaliação neutra em relação ao risco da situação.

Passo #01: O valor descontado esperado de todas as receitas futuras se estivermos no início da Fase III é calculado como:

$$\frac{1}{(1+0{,}10)^{2{,}5}}[0{,}8(2000)+0{,}2(0)] = \$\ 1.260{,}77$$

[98] Pesquisa e Desenvolvimento

Passo #02: O valor descontado esperado de todas as receitas futuras se estivermos no início da Fase II é calculado como:

$$\frac{1}{(1+0{,}10)^{1{,}5}}[0{,}44(0+1.260{,}77)+0{,}56(450)] = \$\,699{,}27$$

Passo #03: O valor descontado esperado de todas as receitas futuras se estivermos no início da Fase I é calculado como:

$$\frac{1}{(1+0{,}10)^{1}}[0{,}43(699{,}27+0)+0{,}57(250)] = \$\,402{,}90$$

Passo #04: Finalmente se estivermos no início das tentativas Pré-clínicas, o valor descontado esperado de todas as receitas futuras é calculado como:

$$\frac{1}{(1+0{,}10)^{1}}[0{,}47(0+402{,}90)+0{,}53(200)] = \$\,268{,}51$$

Todos estes valores foram calculados no intervalo de células H6:H9 copiando para H7:H9 a fórmula da célula H6:

=D6*F6/(1+$D$2)^E6+(1-D6)*G6/(1+$D$2)^E6

10.10.1 - Determinação das Probabilidades de Risco Neutro

Podemos agora determinar as probabilidades de risco neutro de sucesso para cada estágio do projeto. Por exemplo, suponha que estamos no início da Fase III e queremos calcular uma probabilidade neutralizada pelo risco de sucesso da Fase III. O valor das receitas neste ponto são $ 1.260,77. Em 2,5 anos o valor destas receitas mudarão para ou $ 2.000 ou para $ 0. Usando a taxa livre de risco de 6% podemos resolver para **p** = Probabilidade da Fase III de sucesso usando a equação seguinte:

$$1.260{,}77 = \frac{1}{(1+0{,}06)^{2{,}5}}[2.000p + 0(1-p)]$$

Ou

$$p = 0{,}729$$

Mais ainda, suponhamos o valor descontado esperado (à WACC) das receitas futuras como sendo S e no momento t o valor das receitas futuras pode mudar ou para u ou para d (u>d). Se tomarmos **p** = probabilidade neutralizada pelo risco de um movimento *up* e **r** =taxa livre de risco sabemos que num mundo de risco neutro deve valer o seguinte:

$$S = \frac{pu}{(1+r)^t} + \frac{(1-p)d}{(1+r)^t}$$

Ou

$$pu + (1-p)d = S(1+r)^t$$

Ou

$$p(u-d) = S(1+r)^t - d$$

Ou

$$p = \frac{S(1+r)^t - d}{u-d}$$

Em I6 podemos calcular a probabilidade de risco neutro para o sucesso da Fase III com a fórmula:

=((1+$D$3)^E6*H6-G6)/(F6-G6)

Note que para outros estágios **S** vem da coluna H, **u** vem da coluna F (movendo para cima uma linha), e **d** vem da coluna G (mesma linha). Portanto, copiando I7 para I7:I9 a seguinte fórmula levará às probabilidades corretas de risco neutro para os estágios restantes:

=(H7*(1+$D$3)^E7-G7)/(H6-G7)

10.10.2 - Fazendo o Trabalho de Volta para Determinar o Valor do Projeto

Podemos agora usar as probabilidades de risco neutro (e incorporar os custos do projeto) para determinar o valor inicial do projeto. Ver Figura 10.10.2 e Figura 10.10.4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
11		**Avaliação da opção**								
12										
13		Decisão	Tempo	Prob estimada real de Sucesso	Duração da Atividade	Receita do sucesso	Receita do Fracasso	Value of Being at this point	Prob de risco neutro de Sucesso	Custo do estágio
14		Fase III	3,5	0,8	2,5	2000	0	1060,777	0,729244122	200
15		Fase II	2	0,44	1,5	0	450	528,4914	0,386222441	100
16		Fase I	1	0,43	1	0	250	289,3976	0,39412884	50
17		Pré-clínico	0	0,47	1	0	200	23,85339	0,41706464	200

Figura 10.10.**2**

Passo #01: Se conseguirmos chegar até o início da Fase III, o valor do projeto neste ponto é dado por:

$$\max(0,-200)+\frac{1}{(1+0{,}06)^{2{,}5}}[0{,}729(2000)+(1-0{,}729)(0)] = \$\,1.060{,}77$$

Passo #02: Se conseguirmos chegar até o início da Fase II, o valor do projeto neste ponto é dado por:

$$\max(0,-100)+\frac{1}{(1+0{,}06)^{1{,}5}}[0{,}386(1060{,}77)+(1-0{,}386)(450)] = \$\,528{,}49$$

Passo #03: Se conseguirmos chegar até o início da Fase I, o valor do projeto neste ponto é dado por:

$$\max(0,-50)+\frac{1}{(1+0{,}06)^{1}}[0{,}394(528{,}49)+(1-0{,}394)(250)] = \$\,289{,}39$$

Passo #04: Finalmente no início das tentativas Pré-clínicas o valor do projeto é:

$$\max(0,-200)+\frac{1}{(1+0{,}06)^{1}}[0{,}417(289{,}39)+(1-0{,}417)(200)] = \$\,23{,}85$$

Assim chegamos a uma estimativa de $ 23,85 milhões para o valor do projeto!

Notemos que computamos o valor do projeto na Fase III na célula H14 com a fórmula:

=MÁXIMO(0;1,06^-E14*(I14*F14+(1-I14)*G14)-J14)

Calculamos o valor em todos os outros estágios no intervalo H15:H17 copiando para H16:H17 a fórmula em H15:

=MÁXIMO(0;(1+$D$3)^-E15*(I15*H14+(1-I15)*G15)-J15)

Análise da Sensibilidade

Claramente muitos dos parâmetros no nosso modelo são desconhecidos. Podemos querer muda-los num intervalo de 10% do nosso valor estimado para determinar o impacto no VPL do projeto. Isto é feito facilmente com uma Tabela de Dados unidimensional. Por exemplo, a Figura 10.10.3 mostra como o valor do projeto é mudado por uma variação na receita do completo sucesso ou a probabilidade do sucesso pré-clínico:

	D	E	F	G	H	I
19						**Valor do projeto**
20			%gem	Novo FC	23,85339	variação %tual
21	Base	2000	0,9	1800	16,51228	-30,77596372
22			0,92	1840	17,96782	-24,67391621
23			0,94	1880	19,43016	-18,54340225
24			0,96	1920	20,89881	-12,3864094
25			0,98	1960	22,37335	-6,204732929
26			1	2000	23,85339	0
27			1,02	2040	25,33857	6,22631
28			1,04	2080	26,82858	12,4728481
29			1,06	2120	28,32313	18,73838092
30			1,08	2160	29,82193	25,02177792
31			1,1	2200	31,32474	31,3220004
32						Valor do projeto
33	Prob Pré-clínica					variação %tual
34	Base	0,47	%gem	Nova Prob	23,85339	
35			0,9	0,423	20,03367	-16,01331046
36			0,92	0,4324	20,79761	-12,81064837
37			0,94	0,4418	21,56156	-9,607986279
38			0,96	0,4512	22,3255	-6,405324186
39			0,98	0,4606	23,08944	-3,202662093
40			1	0,47	23,85339	0
41			1,02	0,4794	24,61733	3,202662093
42			1,04	0,4888	25,38127	6,405324186
43			1,06	0,4982	26,14522	9,607986279
44			1,08	0,5076	26,90916	12,81064837
45			1,1	0,517	27,6731	16,01331046

Figura 10.10.**3**

Por exemplo, para calcular o efeito de uma variação de ±10% nos fluxos de caixa do projeto da base de $ 2000 criamos as variações porcentuais (de 90% a 110%) nos fluxos de caixa do valor base no intervalo G21:G31. Vemos que os fluxos de caixa do projeto estão variando de $ 1.800 a $ 2.200. Colocamos então o valor do projeto na célula H20. Executando uma Tabela de Dados unidimensional com Entrada de Coluna a célula F6 colocamos os correspondentes valores do projeto no intervalo H21:H31. Note que uma diminuição de 10% no Fluxo de Caixa reduz o valor do projeto em 31%.

Uma análise similar do efeito de uma variação na probabilidade do sucesso Pré-clínico do valor do projeto mostra que um decréscimo de 10% na probabilidade do sucesso Pré-clínico tem muito menos efeito no valor do projeto (somente uma redução de 16%) do que um decréscimo de 10% nos fluxos de caixa do projeto.

Nota

Para nossa análise de tabela de dados funcionar precisamos que as colunas C-G e I-J nas linhas 13-17 sejam copiadas dos números correspondentes das linhas 5-9. Isto garante que quando um número varia nas linhas 5-9 ele também varia nas linhas 13-17.

Referência

Jagle, A. "Shareholder Value, Real options, and Innovation in Technology Intensive Companies," *R&D Management*, Volume 29, No. 3, 1999.

10.11 - Relação Entre os Modelos Lognormal e Binomial

A fórmula de precificação de opções de Black-Scholes para calls e puts Europeias foi derivada sob a hipótese de que os preços futuros da ação segue uma variável aleatória lognormal. Para precificar opções Americanas, entretanto, precisamos frequentemente aproximar os preços da ação em tempos discretos trabalhar de volta a partir da data de vencimento da opção. Portanto, torna-se crucial saber como aproximar uma variável aleatória lognormal por uma variável aleatória discreta. O método usual é utilizar uma **árvore binomial**. Numa árvore binomial assumimos que cada período de comprimento Δt, um dos fatos seguintes ocorrem:

- Com probabilidade p o preço da ação é multiplicado por um fator u > 1.
- Com probabilidade q = 1 – p o preço da ação é multiplicado por um fator $d = \left(\frac{1}{u}\right) < 1$

Em resumo, a ação cresce ou decresce cada período. Para uma dada variável aleatória lognormal tendo um retorno médio de μ Δt e um desvio padrão de $\sigma\sqrt{\Delta t}$ num intervalo de tempo Δt o arquivo **Cap 38.xls** calcula os valores de p, u e d que aproxima mais estreitamente a uma lognormal. O modo que isto funciona é usarmos o Solver para escolher os valores de p, u, e d para os quais o modelo binomial conduz a um crescimento médio por um fator de $e^{\mu\Delta t}$ e um desvio padrão de $\sigma\sqrt{\Delta t}$ num período de tempo. A Figura 10.11.1 ilustra a ideia. Considere novamente nosso exemplo da Microsoft. Se tivermos escolhido um período de 1 mês = 1/12 anos, μ = 0,30 e σ = 0,38, inserimos estes valores na nossa planilha. Depois então executamos o Solver e obtemos os resultados da Figura 10.11.1.

	A	B	C	D	E
1	Mu e sigma dados				
2	encontrar *p* e *u*				
3	**Exato**				
4				mu	0,3
5	p	0,585919		sigma	0,38
6	u	1,117534			
7	d	0,894828			
8	tempo	0,083333			
9		Prob	Valor	Desv. Quad.	
10	up	0,585919	1,117534	0,008504229	
11	down	0,414081	0,894828	0,01702704	
12		binomial		lognormal	
13	crescimento médio	1,025315	=	1,025315121	
14	crescimento variável	0,012033	=	0,012033333	
15					
16	**Aproximado**				
17	a	1,025315			
18	movimento up	1,115939			
19	movimento down	0,896106			
20	prob up	0,587759			
21	prob down	0,412241			

Figura 10.11.**1**

Encontramos que a melhor aproximação binomial ao modelo de crescimento da Microsoft é assumir que a cada período o preço da ação da Microsoft cresce (com probabilidade 0,586) por 11,8% ou o preço da ação da Microsoft decresce por 10,5% (com probabilidade 0,414).

10.11.1 - Usando Simulação para Mostrar que a Aproximação Binomial Funciona

Na planilha **simBinomial.xls** (ver Figura 10.11.2) mostramos como a aproximação funciona. Nossa meta é simular o preço da ação MSFT em 60 meses, dado: $\sigma = 38\%$ e $\mu = 0,30$ e um preço atual de $ 100. Usamos intervalos de tempo de 1 mês (1/12 anos) e aplicamos os valores de *u*, *d*, e *p* dados na Figura 10.11.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1					p	0,585919		76,67	5º %il		78640,22
2	Simulação Microsoft				u	1,117534		1275	95º %il		78640,22
3	tempo discreto				d	0,894828		449,16	Média		78640,22
4								464,8	Sigma		0
5								Lognormal			Binomial
6				Data	Preço	RN					
7				Hoje	100						
8				1	111,7534	0,5					
9				2	124,8882	0,5					
10				3	139,5668	0,5					
11				4	155,9707	0,5					
12				5	174,3025	0,5					
13				6	194,789	0,5					
14				7	217,6834	0,5					

Figura 10.11.**2**

Passo #01: No intervalo de células F8:F67 entramos com *=RiskUniform(0;1)* para gerar números aleatórios entre 0 e 1.

Passo #02: No intervalo de células E8:E67 usamos o modelo binomial para gerar variações mensais nos preços das ações, copiando para o intervalo E9:E67, a fórmula na célula E8:

=SE(F8<p;u*E7;d*E7).

Com probabilidade p esta fórmula sobe o preço da ação por *u* e com probabilidade 1 – p esta fórmula diminui o preço da ação por *d*.

Passo #03: Para rastrear os resultados da simulação usamos as funções estatísticas do @RISK. Entramos com:

=RiskPercentile(E67;0,05) (na célula K2 para calcular o 5º percentil)

=RiskPercentile(E67;0,95) (na célula K3 para calcular o 95º percentil)

=RiskMean(E67) (na célula K4 para calcular a média)

=RiskStdDev(E67) (na célula K5 para calcular o desvio padrão)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1					p	0,585919		76,67	5º %il		80,07337
2	Simulação Microsoft				u	1,117534		1275	95º %il		1152,769
3	tempo discreto				d	0,894828		449,16	Média		472,2644
4								464,8	Sigma		507,0023
5								Lognormal			Binomial

Figura 10.11.**3**

Da Figura 10.11.3 descobrimos que os resultados simulados da aproximação binomial estão próximos aos resultados da simulação lognormal. Se tivéssemos deixado o intervalo de tempo ficar menor e executarmos mais iterações nossa aproximação teria sido muito melhor.

Uma Aproximação para a Aproximação!

A maioria dos viciados em computadores não sabem nada a respeito do Solver e portanto eles usam uma aproximação para avaliar *u*, *d* e *p* que encontramos com o Solver. Para Δt pequeno estas aproximações são extremamente precisas. As fórmulas usadas na maioria dos livros são as seguintes:

$$u = \frac{1}{d}$$

$$p = \frac{a - d}{u - d}$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$a = e^{\mu\Delta t}$$

Entramos com as fórmulas para esta aproximação na nossa planilha no intervalo de células B17:B21. Como você pode ver na Figura 10.11.1, a diferença entre os valores exatos de *p*, *u* e *d* e os valores aproximados é muito pequena. Para ser consistente com outros autores, usaremos sempre estas aproximações nas análises de nossas árvores binomiais.

10.12 - Precificando uma Opção Americana com Árvores Binomiais

Nós não podemos usar o modelo de Black Scholes para precificar muitas opções Americanas porque para determinar os fluxos de caixa da opção precisamos considerar a possibilidade de exercê-la mais cedo. As opções Americanas geralmente são precificadas com árvores binomiais. Dividimos a duração da opção em períodos de tempo menores (geralmente semanas ou messes). Durante cada período de tempo o preço da ação ou cresce por um fator u ou decresce por um fator d. Assumimos d = 1/u. Seja Δt igual ao tamanho do período na árvore. A probabilidade de um aumento em cada período (p) é escolhida em conjunção com u e d de modo que o preço da ação cresça em média à taxa livre de risco r e tenha uma volatilidade anual σ. Tomemos q = 1 – p como a probabilidade de uma queda durante cada período. Para se fazer uma avaliação de risco neutra assumimos (dado que a ação não paga dividendos)[99] que o ativo subjacente cresça de acordo com uma variável aleatória lognormal tendo μ = taxa livre de risco ®. Se σ é o parâmetro volatilidade para a variável aleatória lognormal da ação subjacente então o movimento lognormal dos preços pode ser aproximado por um modelo binomial com parâmetros dados por

$$u = \frac{1}{d}$$

$$p = \frac{a - d}{u - d}$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$a = e^{\mu\Delta t}$$

$$q = 1 - p$$

Na parte um da nossa planilha modelamos a evolução do preço da ação. Depois avaliamos a opção trabalhando de volta a partir do último período de tempo. A cada nó (uma combinação de preço da ação e

[99] Na última seção mostraremos que se uma ação paga dividendos à taxa q (ou projeta pagar uma porcentagem q do seu valor a cada ano) então assumimos que o ativo cresça num mundo de risco neutro à taxa r – q.

tempo) determinamos recursivamente o valor da opção daquele ponto. Uma vez tendo atingido o nó hoje, nós teremos um valor bem aproximado da opção hoje. Note que nossa aproximação melhorará quando Δt for reduzido. Para começar avaliemos uma opção put Americana. Lembre-se que uma opção *call* Americana sobre uma ação que não paga dividendos nunca será exercida antes do vencimento. Como veremos logo mais, uma opção put Americana pode ser exercida antes do vencimento. Nosso trabalho está no arquivo **Cap 39.xls**.

EXEMPLO 10.12.1

Seja uma put Americana de 5 meses tendo:

- Preço atual da ação = $ 50
- Preço de exercício = $ 50
- Taxa livre de risco = 10%
- Volatilidade anual = 40%
- Δt = 1 mês = 0,083 anos.

Todos estes dados mais as definições anteriores de u, d, a, q, e p são entrados no intervalo de células A1:B13 da planilha. Usamos nomes de intervalos para tornar a árvore mais fácil de explicar.

10.12.1 - A Árvore do Preço da Ação

Comecemos determinando os possíveis preços da ação durante os próximos 5 meses. A coluna B tem o preço de hoje (Mês 0), a coluna C o do Mês 1, etc.

Passo #01: Entre com o preço de hoje da ação ($ 50) na B16 com a fórmula:

=B3

Passo #02: Copiando a fórmula:

=u*B16

de C16 para D16:G16 obtemos o preço de cada mês quando não houver nenhum movimento para baixo.

Passo #03: Para calcular todos os outros preços note que em cada coluna quando movemos para baixo uma linha o preço é multiplicado por um fator (d/u). Note também que durante o Mês i existem i + 1 preços possíveis. Isto permite-nos calcular todos os preços copiando para C18:G21 a fórmula em C17:

=SE($A17<=C$15;(d/u)*C16;”-“).

Quando movemos para baixo em cada coluna, os preços são sucessivamente multiplicados por d/u. Também, nossa fórmula coloca “-“ no lugar onde um preço não existir.

10.12.2 - A Estratégia da Decisão Ótima

Agora trabalhemos de volta até encontrar o valor da put Americana. Lembre-se que a cada nó o valor da put se iguala ao **valor descontado esperado dos fluxos de caixa futuros da put**.

Passo #01: No mês 5 a opção vale apenas:

Máximo(0;preço de exercício – preço atual da ação). Assim entramos com

=MAX(0;$B$4-G16) na célula G24 e depois copiamos esta fórmula para baixo até G29.

Passo #04: No Mês 4 (e todos os meses anteriores) o valor da opção em qualquer nó é

Máximo(valor de exercer agora; $\left(\frac{1}{1+\frac{0,1}{12}}\right)$**(p*(valor da opção para o movimento para cima;+q(valor da opção para o movimento para baixo)).*

Por exemplo, em F28 o valor da opção é

Máximo(50-31,50;(1/1,0083)(0,507*($14,64)+0,493*($21,93)) = $ 18,50.*

Como este máximo está vinculado ao exercer agora, se este nó ocorrer exerceríamos a opção agora. No nó em F26 o máximo é conseguido por não exercer. Para implementar este processo de tomada de decisão entramos na célula F24 com a fórmula:

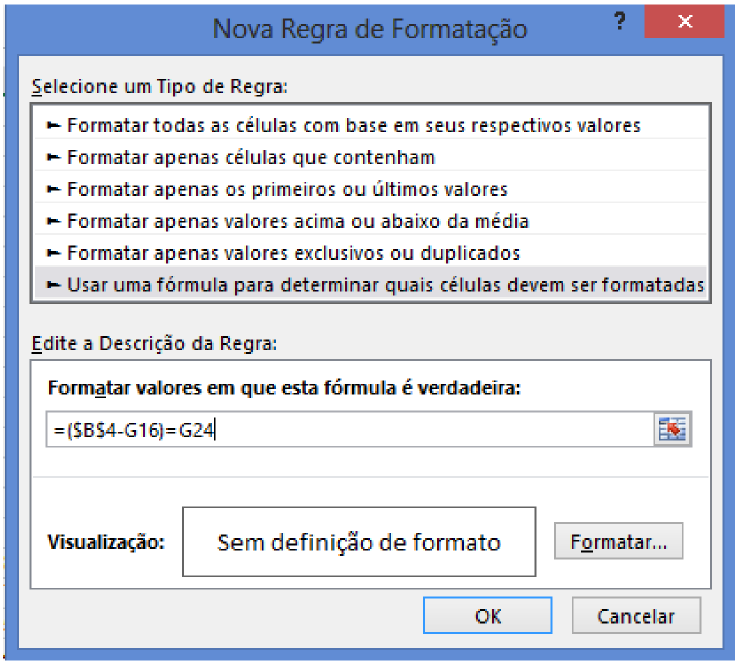
=SE($A24<=F$23;MÁXIMO($B$4-F16;(1/(1+r_*deltat))*(p*G24+(1-p)*G25));"-").

Copiando esta fórmula para B24:F29 gera o valor da opção para todos os preços possíveis durante os meses 1-4 e coloca um "-" em qualquer célula onde não exista preço real da ação. Na célula B24 encontramos o valor estimado da put ser igual a $ 4,49. É claro, $ 4,49 é uma aproximação para o valor da put. Quando Δ crescer pouco, entretanto, nosso preço convergirá ao preço real da put se a ação cresceu de acordo com uma variável aleatória lognormal.

10.12.3 - Usando Formatação Condicional para Descrever a Política de Exercício Ótima

Assumindo que a ação cresça à taxa livre de risco, como reagiríamos às variações de preço reais? Suponha que os primeiros três meses tenham movimentos para baixo. Nós não exerceremos durante os primeiros dois meses mas exerceremos após o terceiro movimento para baixo. Suponha que os primeiros quatro meses os movimentos sejam para baixo, para cima, para baixo, para baixo. Então exerceremos após o quarto mês. Para tornar isto mais claro, usamos a Formatação Condicional do Excel para formatar a planilha de modo que as células para as quais a opção seria exercida estejam em negrito. Comecemos notando que **é ótimo exercer a opção num Mês e precificar se e somente se o valor da célula correspondente ao mês e precificar igual (preço de exercício) – (preço da ação).**

Para indicar as células onde se exercer a opção é ótimo comecemos na célula G24 selecionando "Nova Regra" no meno drop-down da "Formatação Condicional" na guia Estilo, e entre com o seguinte



Depois então clique no botão Formatar... e selecione Negrito no menu *drop-down* Estilo da Fonte. A caixa de diálogo garante que se a opção for exercida no estado com 5 movimentos para cimano período 5 então a fonte em negrito é usada. A interpretação de

=($B$4-G16)=G24 é que o formato toma lugar somente se ($B$4-G16)=G24 que é equivalente à opção ser exercida. Se fizermos Editar -→ Copiar célula G24 e Colar Especial → Formatos (ou usar o Pincel de Formatação) para o intervalo B24:G29 garantimos que qualquer período e número de movimentos para cima para o qual exercer a opção é ótimo será indicado com fonte em negrito.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Opção Americana**						
2	**Put**						
3	Preço atual da ação	$ 50,00					
4	Preço de Exercício	$ 50,00					
5	r	0,1					
6	sigma	0,4					
7	t	0,416667					
8	deltat	0,083333					
9	u	1,122401					
10	d	0,890947					
11	a	1,008368					
12	p	0,507319					
13	q	0,492681					
14		**Tempo**					
15	**Preços da Ação**	0	1	2	3	4	5
16	0	$ 50,00	$ 56,12	$ 62,99	$ 70,70	$ 79,35	$ 89,07
17	1		$ 44,55	$ 50,00	$ 56,12	$ 62,99	$ 70,70
18	2		-	$ 39,69	$ 44,55	$ 50,00	$ 56,12
19	3		-	-	$ 35,36	$ 39,69	$ 44,55
20	4		-	-	-	$ 31,50	$ 35,36
21	5		-	-	-	-	$ 28,07
22	**Movimento Para Baixo**						
23	**Valor da Put**	0	1	2	3	4	5
24	0	$ 4,49	$ 2,16	$ 0,64	$ -	$ -	$ -
25	1	-	$ 6,96	$ 3,77	$ 1,30	$ -	$ -
26	2	-	-	$ 10,36	$ 6,38	$ 2,66	$ -
27	3	-	-	-	**$ 14,64**	**$ 10,31**	**$ 5,45**
28	4	-	-	-	-	**$ 18,50**	**$ 14,64**
29	5	-	-	-	-	-	**$ 21,93**

Figura 10.12.**1**

Análise da Sensibilidade

Usando uma Tabela de Dados unidimensional é fácil de ver como as variações nos vários parâmetros de entrada mudam o preço da *put*. Variamos a volatilidade anual da ação de 10%-70%. A Figura 10.12.2 (uma Tabela de Dados unidimensional com Célula de Entrada: sigma) mostra como um acréscimo na volatilidade aumenta grandemente o valor da put. Volatilidade crescentes dá-nos uma maior chance de um grande preço cair, o que por sua vez aumenta o valor da *put*:

	H	I
5	**Análise da Sensibilidade**	
6		
7	**Volatilidade**	4,48905292
8	0,1	0,68014564
9	0,2	1,91777007
10	0,3	3,19736391
11	0,4	4,48905292
12	0,5	5,79999526
13	0,6	7,10464846
14	0,7	8,40068159

Figura 10.12.**2**

A Figura 10.12.3, mostra como uma variação no preço de exercício da ação muda o valor da *put*. Usamos uma Tabela de Dados unidimensional com a célula de entrada: B4.

	K	L
7	**Ex Price**	4,489053
8	$ 45,00	2,139609
9	$ 46,00	2,609498
10	$ 47,00	3,079387
11	$ 48,00	3,549275
12	$ 49,00	4,019164
13	$ 50,00	4,489053
14	$ 51,00	4,980604
15	$ 52,00	5,484364
16	$ 53,00	5,988124
17	$ 54,00	6,52469
18	$ 55,00	7,092245
19	$ 56,00	7,733071

Figura 10.12.**3**

Quando o preço de exercício aumenta, o valor da put aumenta porque um aumento no preço de exercício aumenta o número de valores para os quais a *put* está “in the Money”.

Finalmente, a Figura 10.12.4 mostra que um aumento na taxa livre de risco diminui o valor da put.

	N	O
7	**r**	4,489053
8	0,01	5,300677
9	0,02	5,207424
10	0,03	5,114923
11	0,04	5,023183
12	0,05	4,932208
13	0,06	4,842007
14	0,07	4,752584
15	0,08	4,663947
16	0,09	4,576102
17	0,1	4,489053
18	0,11	4,405002
19	0,12	4,333566

Figura 10.12.**4**

Isto é porque um aumento na taxa livre de risco torna o *payoff* da *put* (que ocorre no futuro) menos valioso.

10.12.4 - Relação a uma Opção de Abandono

Frequentemente uma opção para abandonar um projeto pode ser pensada como uma *put*. Para ver isto no contexto corrente, suponha que o valor atual de um projeto seja $ 50 milhões, a taxa livre de risco seja 10%, e que o projeto tenha uma volatilidade anual de 40%. A qualquer momento nos próximos 5 meses poderemos abandonar o projeto e receber $ 50 milhões. Para determinar o valor desta opção de abandono seguiremos exatamente como procedemos para avaliar a *put*. Encontraremos o valor da opção de abandono sendo $ 4,49 milhões.

10.12.5 - Calculando o Limite do Exercício Precoce

Dado o preço da ação hoje sendo $ 50 seria bom saber, com antecedência o que vamos fazer (exercer ou não) para um determinado preço durante um período futuro. Por exemplo, exerceríamos se o preço do Mês 1 fosse $ 42? Se não tivermos exercido durante os primeiros três meses, exerceríamos durante o Mês 4 se o preço fosse $ 40? Responder esta questão exige que calculemos o **limite do exercício precoce** para cada período. Resulta que para cada mês existe um "preço limite" p(t) tal que nós exerceríamos durante o Mês t (assumindo que a opção não tenha sido exercida) se e somente se o preço do Mês t for menor que ou igual a p(t). Juntos p(1), p(2), p(3), p(4), e p(5) definem o limite do exercício precoce para a *put*. Para encontrar o limite do exercício precoce é conveniente fazer quatro cópias da nossa planilha original. Para copiar uma planilha coloque o cursor na aba com o nome da planilha, pressione o botão esquerdo do mouse, e arraste a planilha para outra guia. Renomeamos nossas quatro cópias como Ex Bound 1, Ex Bound2, Ex Bound3, Ex Bound4. Na planilha Ex Bound1 determinamos p(1) como segue. Para avaliar p(1) em que exercemos durante o Mês 1 se e somente se p $\leq$ p(1) puder ser encontrado observando que **p(1) é o maior preço do Mês 1 para o qual o preço de exercício – p(1) iguala o valor da opção no Mês 1**. Para encontrar p(1) (ver Figura 10.12.5) procedemos como segue:

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Opção Americana**						
2	**Put**						
3	Preço atual da ação	$ 50,00					
4	Preço de exercício	$ 50,00					
5	r	0,1					
6	sigma	0,4					
7	t	0,416667					
8	deltat	0,083333					
9	u	1,122401					
10	d	0,890947					
11	a	1,008368					
12	p	0,507319					
13	q	0,492681					
14		Tempo					
15	**movimento para baixo**	0	1	2	3	4	5
16	0	$ 50,00	$ 39,19	$ 43,98	$ 49,37	$ 55,41	$ 62,19
17	1		$ 31,11	$ 34,91	$ 39,19	$ 43,98	$ 49,37
18	2		-	$ 27,71	$ 31,11	$ 34,91	$ 39,19
19	3		-	-	$ 24,69	$ 27,71	$ 31,11
20	4		-	-	-	$ 22,00	$ 24,69
21	5		-	-	-	-	$ 19,60
22		ex-price	$ 10,81				
23	**Valor da Put**	0	1	2	3	4	5
24	0	14,6728	**10,81387**	6,84145	3,096029	0,309755	0,00
25	1		**18,89456**	**15,08723**	**10,81387**	**6,017455**	**0,63**
26	2		-	**22,28669**	**18,89456**	**15,08723**	**10,81**
27	3		-	-	**25,30891**	**22,28669**	**$ 18,89**
28	4		-	-	-	**28,00154**	**$ 25,31**
29	5		-	-	-	-	**$ 30,40**

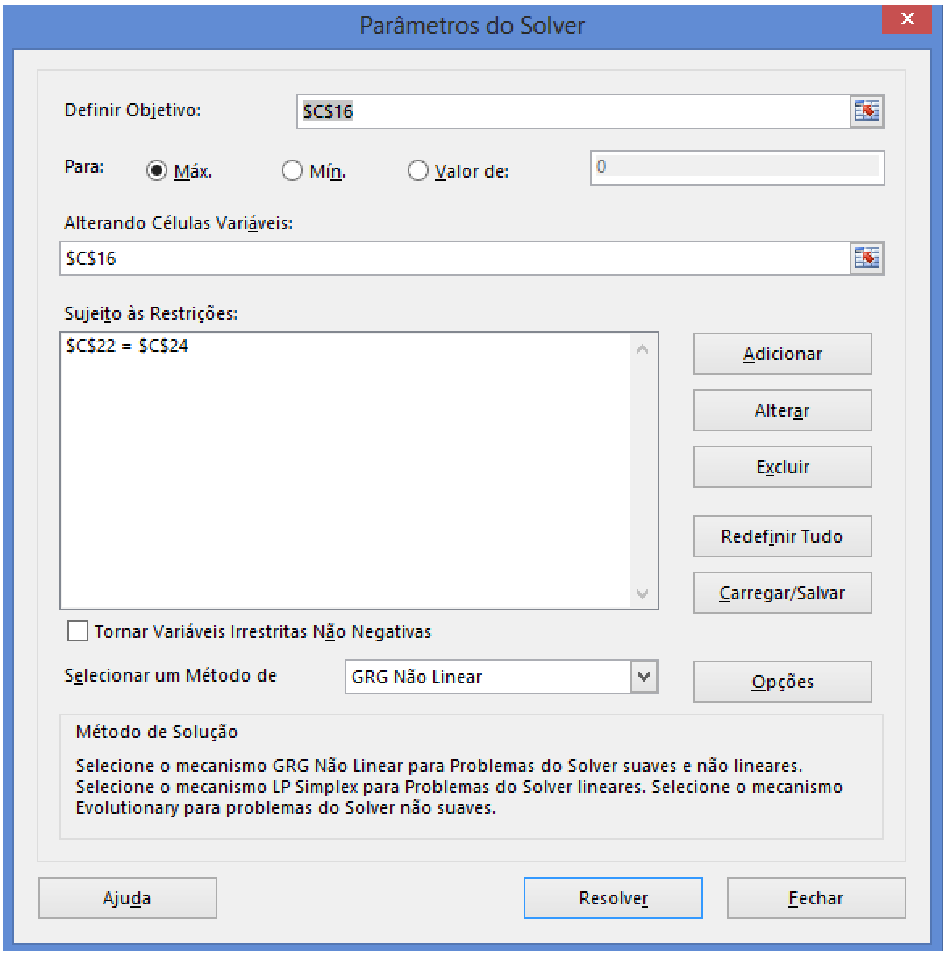
Figura 10.12.**5**

Passo #01: Na célula C16 inserimos um valor trial para p(1). Note que a maneira que temos montado a árvore de preços garante que os preços em B16 e C17 não tenham efeito no valor da put calculada em C24.

Passo #02: Assumindo que o preço do Mês 1 iguala ao valor em C16, calculemos em C22 o valor se a put é exercida no Mês 1 com a fórmula:

=B4-C16

Passo #03: Podemos agora usar o Solver para determinar p(1). Para encontrar p(1) note que p(1) é o maior preço (entrado em C16) para o qual o valor de exercer agora (na célula C22) iguala ao valor do Mês 1 da opção (calculado em C24). Portanto as seguintes definições para o Solver habilita-nos calcular p(1).



Encontramos que p(1) = $ 39,19. Então se o preço do Mês 1 estiver abaixo de $ 39,19 deveremos exercer, caso contrário siga em frente. O leitor deverá tentar uma variedade de preços para o Mês 1 em B16 para se convencer que é ótimo exercer para qualquer preço abaixo de $ 39,19 e continuar para qualquer preço acima de $ 39,19. É claro, estamos assumindo que o exercício possa ocorrer somente nos momentos = 1, 2, ..., 5, mas resulta que mesmo se muito mais pontos de exercício forem permitidos, p(1) ficará razoavelmente próximo a # 39,19. De maneira similar encontramos o resto dos limites do exercício precoce como segue:

Tempo	Exercer se o preço for ≤
1	$ 39,19
2	$ 39,41
3	$ 41,64
4	$ 45,28
5	$ 50,00

10.13 Usando Opções Reais para Avaliar um *Lease* de uma Mina de Ouro

Muitas oportunidades de investimento envolvem decisões que são tomadas em diferentes momentos. Se o valor das oportunidades de investimento depender do preço de uma commodity (tal como o preço do ouro) então a abordagem de risco neutro que usamos para avaliar opções de ações pode ser usada para avaliar oportunidades de investimento real. Nosso exemplo corrente é devido a Luenberger.

EXEMPLO 10.13.1

A Goldco está tentando avaliar um lease de 10 anos de uma mina de ouro. A cada ano até 10.000 onças de ouro podem ser extraídas a um custo de $ 200 por onça. A taxa livre de risco é assumida permanecer constante em 10%. O preço recebido por todo o ouro extraído durante um ano é assumido ser igual ao preço do ouro no início do ano, mas todos os fluxos de caixa ocorrerão no final do ano. O preço atual do ouro é $ 400 e o preço futuro do ouro é incerto. Modelamos o preço futuro do ouro com uma **árvore binomial**. Cada ano assumimos que o ouro (com probabilidade 0,75) aumente em 20% e (com probabilidade 0,25) diminua em 10%. A taxa de juros anual é 10%. Qual é o valor do lease?

SOLUÇÃO

Novamente usamos a abordagem de risco neutro. Precisamos encontrar a probabilidade (p) de um movimento para cima nos preços do ouro, que faz o ouro render a taxa livre de risco. Depois então usamos a árvore de preços do ouro que criamos para encontrar o valor descontado esperado de todos os fluxos de caixa associados com a opção. Ver Figura 10.13.1 e o arquivo **Cap 40.xls**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		**Mina de Ouro Simplico**		r	0,1	p	0,6666667					
2				u	1,2	Custo	200					
3		Preços do Ouro		d	0,9							
4	Movimento para baixo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0	400	480	576	691,2	829,44	995,328	1194,3936	1433,272	1719,927	2063,9121	2476,694569
6	1		360	432	518,4	622,08	746,496	895,7952	1074,954	1289,945	1547,9341	1857,520927
7	2		-	324	388,8	466,56	559,872	671,8464	806,2157	967,4588	1160,9506	1393,140695
8	3		-	-	291,6	349,92	419,904	503,8848	604,6618	725,5941	870,71293	1044,855521
9	4		-	-	-	262,44	314,928	377,9136	453,4963	544,1956	653,0347	783,641641
10	5		-	-	-	-	236,196	283,4352	340,1222	408,1467	489,77603	587,7312307
11	6		-	-	-	-	-	212,5764	255,0917	306,11	367,33202	440,798423
12	7		-	-	-	-	-	-	191,3188	229,5825	275,49901	330,5988173
13	8		-	-	-	-	-	-	-	172,1869	206,62426	247,949113
14	9		-	-	-	-	-	-	-	-	154,9682	185,9618347
15	10		-	-	-	-	-	-	-	-	-	139,471376
16		**Valor**										
17	Movimento para baixo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18	0	2,41E+07	2,78E+07	3,12E+07	3,42E+07	3,65E+07	3,77E+07	3,71E+07	3,41E+07	2,78E+07	1,69E+07	0,00E+00
19	1	-	1,79E+07	2,07E+07	2,33E+07	2,52E+07	2,64E+07	2,62E+07	2,43E+07	2,00E+07	1,23E+07	0,00E+00
20	2	-	-	1,29E+07	1,50E+07	1,67E+07	1,79E+07	1,81E+07	1,70E+07	1,41E+07	8,74E+06	0,00E+00
21	3	-	-	-	8,82E+06	1,04E+07	1,15E+07	1,20E+07	1,15E+07	9,72E+06	6,10E+06	0,00E+00
22	4	-	-	-	-	5,61E+06	6,73E+06	7,40E+06	7,39E+06	6,42E+06	4,12E+06	0,00E+00
23	5	-	-	-	-	-	3,17E+06	3,97E+06	4,30E+06	3,95E+06	2,63E+06	0,00E+00
24	6	-	-	-	-	-	-	1,45E+06	1,98E+06	2,09E+06	1,52E+06	0,00E+00
25	7	-	-	-	-	-	-	-	4,37E+05	7,03E+05	6,86E+05	0,00E+00
26	8	-	-	-	-	-	-	-	-	3,65E+04	6,02E+04	0,00E+00
27	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,00E+00	0,00E+00
28	10											0,00E+00

Figura 10.13.**1**

Para encontrar p note que p(1,2) + (1-p)(0,9) = 1,1. Isto garante que o ouro rende, em média, a taxa de retorno livre de risco a cada período. Portanto encontramos:

$$p = \frac{1,1 - 0,9}{1,2 - 0,9} = \frac{2}{3}$$

Agora procedemos como segue:

10.13.1 - Gerando Preços de Ouro

Passo #01: Calculamos p na célula F1 com a fórmula

=(1+D1-D3)/(D2-D3)

Passo #02: Nas linhas 4 até 15 geramos a árvore dos preços do ouro para os Anos 1-10.

Assumimos que nossa receita é recebida nos momentos 0, 1, 9. Então nas linhas 18-28 geraremos o valor descontado esperado dos fluxos de caixa de qualquer lugar que estivermos ao final do problema. Por exemplo, a célula J18 dá o valor descontado esperado dos fluxos de caixa (no início do ano 8) recebido durante os dois últimos anos do *lease* (dado que o preço do ouro seja $ 1.719,93). Para começar entre com o preço corrente do ouro, $ 400, na célula A5.

Passo # 03: Para calcular o preço para cada ano quando não tiver tido movimento para baixo copiar de C5 para o intervalo D5:L5 a fórmula:

=u*B5

Note que quando movemos para baixo uma linha numa dada coluna, o preço do ouro é multiplicado por d/u. Portanto na célula C6 podemos calcular o preço do Ano 1 seguindo um movimento para baixo com a fórmula:

=SE($A6<=C$4;(d/u)*C5;"-")

Copiando esta fórmula para C6:L15 geram-se todos os outros preços do ouro e entra com um "_" nas células onde nenhum preço for definido.

10.13.2 - Encontrando o Valor do *Lease*

Comecemos na coluna K encontrando o valor do *lease* no início do último ano. Depois então trabalhamos de volta para encontrar o valor do *lease* nos momentos anteriores. Lembre-se que a cada nó não exploraremos qualquer ouro se o preço corrente do ouro estiver abaixo de $ 200.

Passo # 01: Em k18 calculamos o valor do *lease* no início do ano 9 se o preço corrente do ouro for $ 2.063,91. Como assumimos que os pagamentos são recebidos no final do ano (baseado no preço do começo do ano) o valor do *lease* no Momento 9 se o preço do ouro estiver no seu nível mais alto é:

$$Máximo\left(0;\frac{10000(2063{,}9-200)}{1{,}1}\right)=16{,}94\,milhões$$

Para implementar esta ideia entre na K18 com a fórmula:

=MÁXIMO(0;(K5-$G$2)*10000/(1+$E$1))

Copiando K18 para o intervalo K19:K27 gera-se o valor do *lease* para todos os preços possíveis do ouro começando no último ano.

Passo #02: Para voltar o trabalho para o Momento 8 calculamos em J18 o valor descontado esperado do *lease* se o ouro estiver no seu preço mais alto. Note que este valor é dado por:

$$\frac{1}{1+r}Máximo\big(0;10000(preço\ corrente\ do\ ouro-200)\big)$$
$$+\frac{1}{1+r}(pvalorMomento9após\ subida)+(1-p)(valor\ Momento\ 9\ após\ descida))$$

Para operacionalizar esta ideia entre em J18 com a fórmula:

=SE($A18<=J$17;(1/(1+$E$1)*MÁXIMO((J5-$G$2)*10000;0)+($G$1*K18+(1-$G$1)*K19)*(1/(1+$E$1)));"-")

Copiando esta fórmula para B18:J26 calcule o valor do *lease* para todos as outras combinações possíveis de Ano e preços do ouro. Note que um "_" é colocado em qualquer célula para a qual não for definido um valor de *lease*. Encontramos o valor do *lease* como sendo $ 24,1 milhões.

Nota

O valor principal da abordagem da opção real é que ela nos leva à flexibilidade do valor. No nosso problema a flexibilidade é devida ao fato de que se o preço do ouro cair, nós não teremos de explorá-lo.

Referências

Luenberger, D., *Investment Science*, Oxford Press, 1997.

10.14 - Avaliando uma Opção para Comprar uma Companhia

A abordagem da árvore binomial Para avaliar uma opção é muito flexível. Ela pode ser usada para avaliar “opções de investimentos reais” tais como uma opção de comprar, e opção para contrair operações e uma opção para expandir. Aqui está um exemplo de como usar a abordagem da árvore binomial para avaliar a opção de comprar uma companhia.

EXEMPLO 10.14.1

A Corpco vale atualmente $ 50 milhões. O valor da Corpco tem uma volatilidade anual de 40% e a taxa livre de risco é 10%. Durante cada um dos próximos cinco anos teremos a opção de comprar a Corpco com os seguintes preços (em milhões):

Ano	Preço de Compra
Agora	$ 40
1 ano mais tarde	$ 41
2 anos mais tarde	$ 42
3 ano mais tarde	$ 43
4 anos mais tarde	$ 50
5 ano mais tarde	$ 70

Assuma que a Corpco consiga aproximadamente 12% do seu valor durante cada ano. Agora, avalie a opção de comprar a Corpco. Quão sensível é o valor desta opção ao variar a volatilidade e as taxas de juros? Determine um intervalo de valores para a Corpco durante cada ano para o qual você compraria a Corpco.

SOLUÇÃO

Nosso trabalho está no arquivo **Cap 41.xls**. Ver Figura 10.14-1.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Opção Americana**						
2	**para comprar**						
3	Preço Atual	$ 50,00					
4	r	0,1	payout rate	0,12			
5	drift	-0,02	df	$ 0,91			
6	sigma	0,4					
7	t						
8	deltat	1					
9	u	1,491825					
10	d	0,67032					
11	a	0,980199					
12	p	0,377209					
13	q	0,622791					
14		**Time**					
15	**Preços das Ações**	0	1	2	3	4	5
16	0	$ 50,00	$ 74,59	$ 111,28	$ 166,01	$ 53,22	$ 79,40
17	1		$ 33,52	$ 50,00	$ 74,59	$ 23,91	$ 35,68
18	2		-	$ 22,47	$ 33,52	$ 10,75	$ 16,03
19	3		-	-	$ 15,06	$ 4,83	$ 7,20
20	4		-	-	-	$ 2,17	$ 3,24
21	5		-	-	-	-	$ 1,45
22	**Preço de Compra**	$ 40,00	$ 41,00	$ 42,00	$ 43,00	$ 50,00	$ 70,00
23		**Valor de Compra**				$ 3,22	
24	**Movimentos para baixo**	0	1	2	3	4	5
25	0	$ 13,62	**$ 33,59**	**$ 69,28**	**$ 123,01**	$ 3,22	**$ 9,40**
26	1	-	$ 3,71	$ 10,83	**$ 31,59**	$ -	$ -
27	2	-	-	$ -	$ -	$ -	$ -
28	3	-	-	-	$ -	$ -	$ -
29	4	-	-	-	-	$ -	$ -
30	5	-	-	-	-	-	$ -

Figura 10.14.**1**

Note que o *drift*[100] que ajusta nosso cálculo de *u*, *d*, e *p* não igualará a *r* neste exemplo. A razão é a empresa é pagar 12% do seu valor a cada ano. Portanto, num mundo de risco neutro a empresa crescerá a r - 0,12 = -2% ao ano.

Usamos as mesmas fórmulas para gerar os valores possíveis da *Corpco* que usamos para gerar preços de ações no nosso exemplo de put Americana. Tudo o que precisamos fazer é variar Δt para 1, porque estamos observando o valor da Corpco em intervalos de tempo anuais. Usamos também uma taxa de drift de -2% para o preço da ação, devido ao desembolso de 12%. Um valor menor de Δt tornaria os nossos cálculos mais precisos. Se, por exemplo, fizermos $\Delta t = 0{,}125$ poderíamos somente nos permitir comprar durante os períodos 8, 16, 24, 32, e 40 mas usaremos outros períodos para gerar nossos possíveis preços durante estes períodos.

Passo #01: Entramos com os preços de compra anuais em B22:G22.

Passo #02: No Ano 5 compraremos se e somente se o valor da Corpco for no mínimo tão grande quanto o preço de compra ($ 70 milhões). Portanto determinamos na célula G25 o valor da opção de compra se o movimento de cada preço por 5 anos tiver sido para cima com a fórmula:

=MÁXIMO(G16-$G$22;0).

[100] arrastamento

Copiando esta fórmula para o intervalo G26:G30, calcule o valor da opção de compra para todos os outros possíveis preços do Ano 5.

Passo #03: Suponha que seja o Ano t e houve um movimento para baixo. Então o valor no Ano t da opção para comprar é dado por:

$$Máximo(Valor\ corrente - Preço\ de\ compra\ corrente); \left(\frac{1}{1+r}\right) * (p * (Ano\ t+1, I + 1\ valor\ do\ movimento\ para\ cima) + q * (Ano\ t+1, I\ valor\ do\ movimento\ para\ cima) \qquad (1)$$

Se este Máximo for atingido pelo Valor Corrente – Preço de Compra Corrente, então compramos a Corpco este ano, por outro lado continuamos. Para implementar a (1) entramos na célula F25 com a fórmula:

=SE($A25<=F$24;MÁXIMO(F16-F$22;df*(p*G25+q*G26));"-")

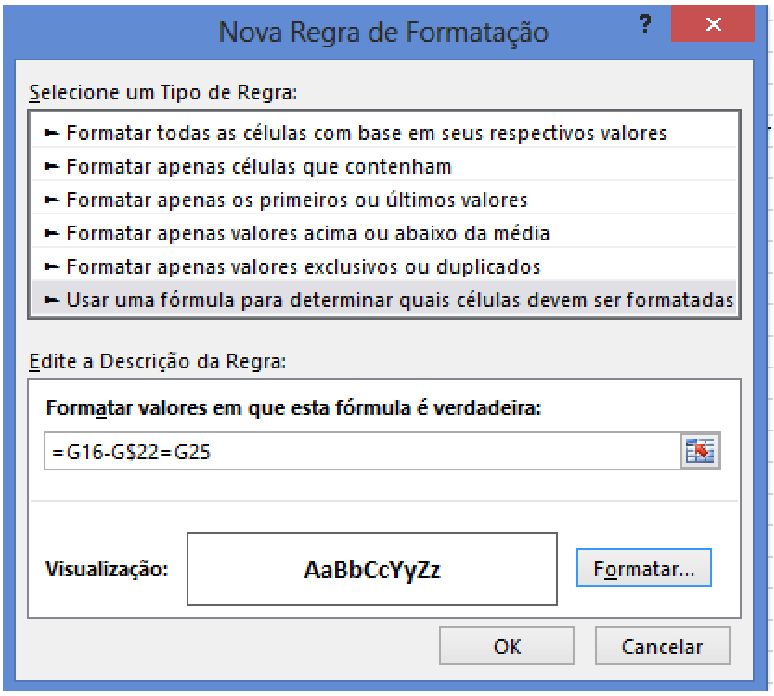
Definimos nosso fator de desconto na célula D5 com a fórmula:

$$= {}^{1}/_{(1+B4)}$$

Copiando esta fórmula para o intervalo B25:F30 calcula-se o valor da opção de compra para todos os possíveis valores da Corpco durante os Anos 0-4.

Da célula B25 encontramos a opção tendo um valor de $ 13,62 milhões.

Passo #04: Para mostrar em negrito as células onde é ótimo comprar a Corpco usamos a Formatação Condicional para entrar com o seguinte formato na célula G25.



E selecionamos a fonte em negrito. Usando "Colar Especial → Formatos" copiamos este formato para o intervalo de células B25:G30. Agora qualquer célula em que for ótimo exercer nossa opção de compra será destacada com negrito. Isto é porque é ótimo exercer a opção de compra se e somente se (Valor da Corpco – Preço da Corpco) = (Valor Corrente da opção).

Análise da Sensibilidade

Executando uma Tabela de Dado unidimensional para a volatilidade e taxa livre de risco (usando células de entrada de colunas: sigma e r, respectivamente) leva-nos aos resultados na Figura 10.14.2.

	H	I	J	K
5	**Análise de Sensibilidade**			
6				
7	**Volatilidade**	13,62227	**r**	13,62227
8	0,1	10	0,01	15,00917
9	0,2	10	0,02	15,4777
10	0,3	11,19175	0,03	16,12656
11	0,4	13,62227	0,04	16,94568
12	0,5	15,94915	0,05	17,78608
13	0,6	18,17529	0,06	18,64767
14	0,7	20,29652	0,07	19,55564
15			0,08	20,68822
16			0,09	21,86826
17			0,1	23,09725
18			0,11	24,37675
19			0,12	25,70836

Figura 10.14.**2**

Note que um acréscimo na volatilidade ou na taxa livre de risco aumenta o valor da opção de compra. A taxa livre de risco, entretanto, tem pouco impacto sobre o valor da opção de compra.

Quando Compramos?

Para cada ano t determinamos um "ponto de corte" p(t) definido como segue. Se o valor no Ano t da Corpco for no mínimo tão grande quanto o ponto de corte, compraremos (se ainda não tivermos feito) Corpco durante o Ano t; se o valor da Corpco no Ano t for menor que p(t) não compraremos. Corpco durante o Ano t. O valor p(t) é simplesmente o menor valor durante o Ano t para o qual o valor obtido pela compra durante o Ano t for no mínimo tão grande quanto o valor de continuar tocando em frente. Ilustramos a determinação de p(3). Ver Figura 10.14.3.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Opção Americana**						
2	**para compra**						
3	Current price	$ 50,00					
4	r	0,1	payout rate	0,12			
5	drift	-0,02	df	$ 0,91			
6	sigma	0,4					
7	t						
8	deltat	1					
9	u	1,491825		**Compra no Ano 3**			
10	d	0,67032		**se o valor >=$52.93.**			
11	a	0,980199					
12	p	0,377209					
13	q	0,622791					
14		**Tempo**					
15	**Preços da Ação**	0	1	2	3	4	5
16	0	$ 50,00	$ 74,59	$ 111,28	$ 52,93	$ 78,97	$ 117,81
17	1		$ 33,52	$ 50,00	$ 23,78	$ 35,48	$ 52,93
18	2		-	$ 22,47	$ 10,69	$ 15,94	$ 23,78
19	3		-	-	$ 4,80	$ 7,16	$ 10,69
20	4		-	-	-	$ 3,22	$ 4,80
21	5		-	-	-	-	$ 2,16
22	**Preço de Compra**	$ 40,00	$ 41,00	$ 42,00	$ 43,00	$ 50,00	$ 70,00
23		**Valor de Compra**			$ 9,93		
24	**Movimento para Baixo**	0	1	2	3	4	5
25	0	$ 13,07	**$ 33,59**	**$ 69,28**	$ 9,93	**$ 28,97**	**$ 47,81**
26	1	-	$ 2,74	**$ 8,00**	$ -	$ -	$ -
27	2	-	-	$ -	$ -	$ -	$ -
28	3	-	-	-	$ -	$ -	$ -
29	4	-	-	-	-	$ -	$ -
30	5	-	-	-	-	-	$ -

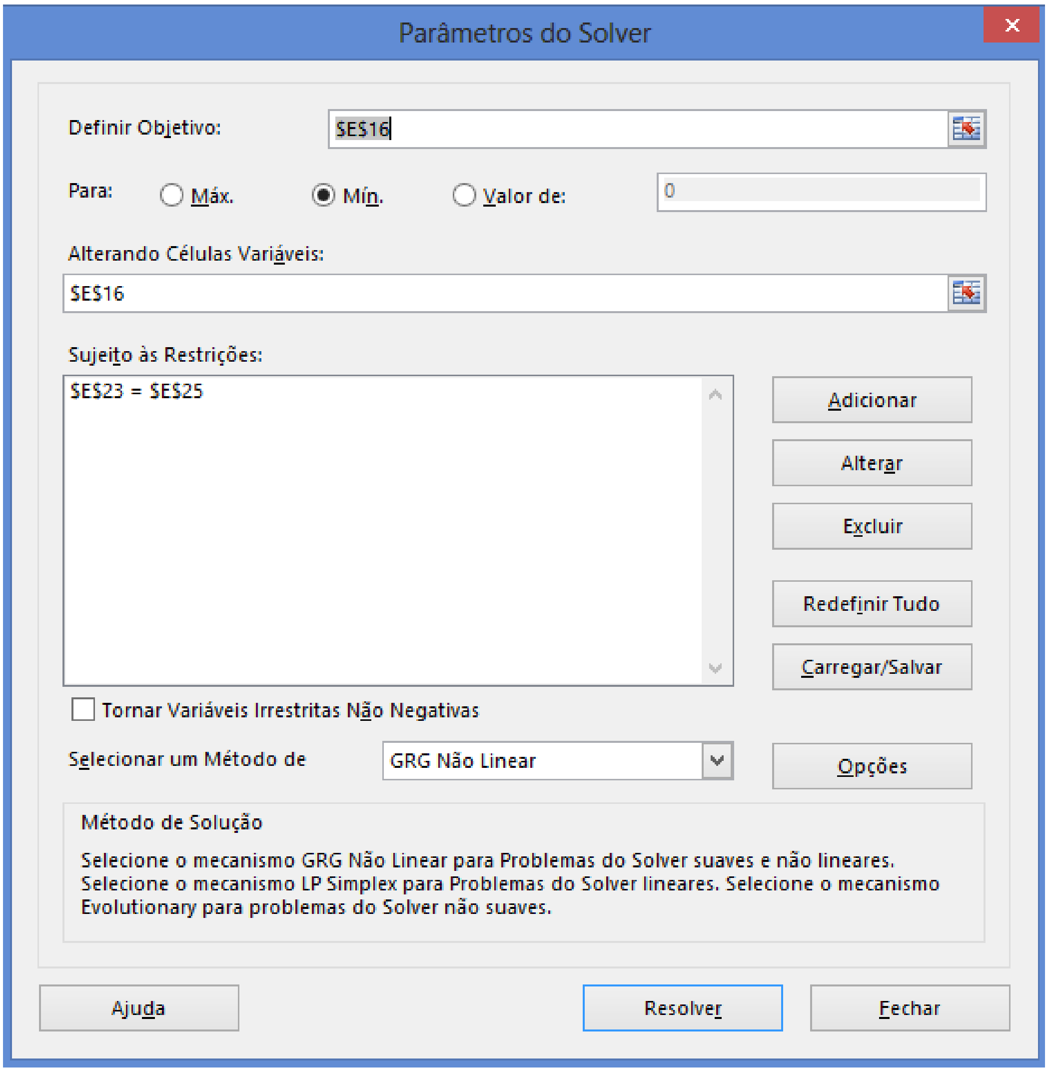
Figura 10.14.**3**

Passo #01: Entre com um valor trial no Ano 3 para a Corpco na célula E16.

Passo #02: Na célula E23 calcule o valor de comprar no Ano 3 com a fórmula:

=E16-E22.

Passo #03: A janela seguinte do Solver determinará p(3):



Procuremos o menor valor da Corpco Ano 3 (E16) para o qual seja ótimo comprar Corpco durante o Ano 3 (será ótimo comprar Corpco se E23 = E25). Encontramos p(3) = $ 52,93. Assim se ainda não tivermos comprado Corpco, deveríamos fazer isto durante o Ano 3 se o seu valor for no mínimo $ 52,93 milhões. De maneira similar encontramos que os seguintes "pontos de corte" para o valor da empresa durante cada período. Durante um período compramos se o valor da empresa exceder o ponto de corte.

Ano	Corte de Compra
1	Comprar se o valor for ≥ $ 79,16
2	Comprar se o valor for ≥ $ 59,63
3	Comprar se o valor for ≥ $ 52,93
4	Comprar se o valor for ≥ $ 53,22

10.15 - Avaliando uma Opção para Abandonar o Startup de Internet

Recordemos nosso primeiro exemplo de opções reais.

EXEMPLO 10.15.1

Estamos pensando (ver arquivo **Cap 42.xls**) em investir num potencial *startup* de Internet. Estamos bem seguros de que hoje e a cada três meses nos próximos 21 meses teremos de investir $ 0,5 milhões para manter o projeto em andamento. Nosso VPL estimado hoje das receitas (menos os custos operacionais futuros) a serem recebidos deste projeto (receitas começam daqui a dois anos) é $ 22 milhões. Nós termos de gastar $ 12 milhões daqui a dois anos para completar o startup. Assuma a taxa livre de risco de 5%. Devermos tocar em frente este projeto? Lembre-se que hoje acreditamos que o VPL das receitas do projeto seja $ 14,54 milhões. Assumimos também uma volatilidade anual de 40%.

Ao observar esta situação como uma opção *call* Europeia encontramos seu valor como sendo $ 1,19 milhões. Agora vamos supor que durante cada um dos próximos sete trimestres podemos, se as coisas caminharem mau, abandonar o projeto. Por exemplo, se durante o trimestre 3 nossa estimativa do valor das receitas for $ 3 milhões quase não parece útil injetar $ 0,5 milhões durante cada trimestre. Por quanto a opção de abandono aumenta o valor do projeto?

SOLUÇÃO

Nosso trabalho está na planilha abandono do arquivo **Cap 42.xls**. Ver a Figura 10.15.1. No intervalo A1:B7 calculamos os parâmetros relevantes para nossa árvore binomial. Usamos $\Delta t = 0{,}25$ anos. Na célula B8 calculamos nosso fator de desconto por período como $\frac{1}{1+0{,}25(0{,}05)} = 0{,}99$.

Agora procedemos como segue:

Passo #01: Comecemos gerando o conjunto de valores de receitas possíveis para cada trimestre. Entremos com a estimativa atual do valor de receita ($ 14,54 milhões) na célula B19. Depois então geramos os preços possíveis para cada trimestre copiando a fórmula em J11 para o intervalo C11:J19:

=SE($A11>J$9;"";SE($A11=J$9;u*I12;(d/u)*J10)).

Se um preço não for possível, um valor em branco será entrado na célula. Por exemplo, não podemos ter 7 movimentos para cima em 6 períodos daí a célula H12 estar em branco. O mais alto preço possível durante cada período é calculado como u vezes o preço mais alto possível durante o período anterior. Em qualquer outra célula o preço é calculado como d/u vezes o preço na célula diretamente acima.

Passo #02: Avaliemos agora a situação sem a opção de abandono. Isto, é claro, aproximar-se-á da resposta de Black-Scholes de $ 1,19 milhões. Comecemos por encontrar o valor de cada nó no período 8. Isto é simplesmente o Máximo(Valor de Receita – 12;0). Copiando a fórmula de J22 para o intervalo J23:J30:

=MÁXIMO(J11-12;0)

Calculamos o valor da situação num Momento 2 (Período 8) para cada preço possível da ação.

Passo #03: Calculemos agora aquele valor de cada nó nos Períodos 0 – 7. Seja o nó (t,j) do período t com j movimentos para cima da ação. Seja o valor da situação do nó (t,j) e adiante igual a **V(t,j)**. Daí então

$$V(t,j) = 0{,}5 + \frac{1}{df}\big(pV(t+1,j+1) + (1-p)V(t+1,j)\big).$$

Aqui **df** = fator de desconto e **p** = probabilidade de risco neutro de uma movimento para cima. Este resultado segue porque em qualquer nó obtemos com probabilidade **p** um valor **V(t+1,j+1)** e com probabilidade **(1-p)** obtemos um valor **V(t+1,j).** É claro que devemos também pagar $ 0,5 milhões durante o período corrente. Copiando a fórmula de I23 para B30:I23 calcula-se os valores de todos os nós:

=SE($A23>I$20;"";-0,5+df*(p*J22+(1-p)*J23))

Esta fórmula também coloca um espaço em branco em qualquer célula para a qual não há valor definido.

Encontramos que o valor da situação é $ 1,27 milhões. Escolhendo um valor menor para Δt teremos como resultado uma valor mais próximo ao nosso valor de Black-Scholes de $ 1,19 milhões.

Passo #04: Podemos agora determinar a quantia pela qual nossa opção de abandono aumenta o valor da situação. Em J33:J42, calculamos o valor do período 8 copiando a fórmula J41 para J34:J42:

=MÁXIMO(J19-12;0)

Se definirmos V(t,j) como antes então veremos que:

$$V(t,j) = \max(0; 0{,}05 + \frac{1}{df}\big(pV(t+1,j+1) + (1-p)V(t+1,j)\big).$$

Isto segue porque em qualquer nó podemos abandonar (e ganhar 0 daquele ponto em diante) ou pagar $ 0,5 milhões e continuar como antes. Copiando a fórmula I34 para o intervalo B41:I34:

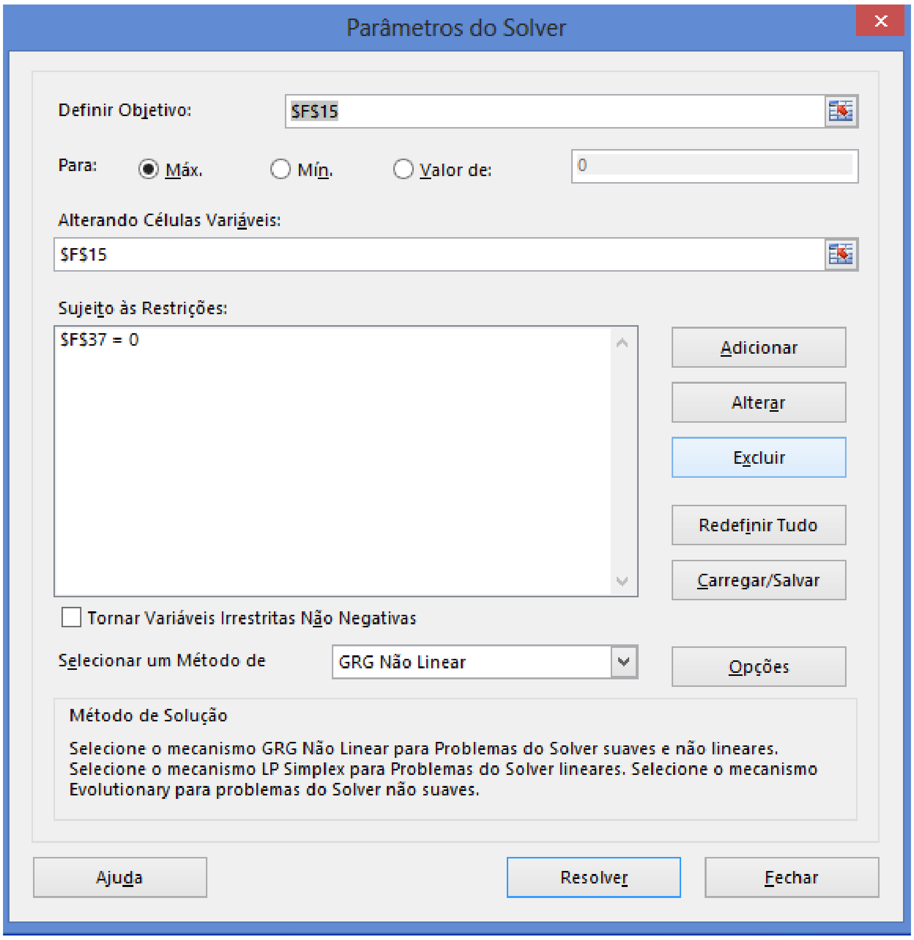
=SE($A34>I$31;"";MÁXIMO(0;-0,5+df*(p*J33+(1-p)*J34)))

Calculamos o valor de cada momento da combinação de preço da ação.

Encontramos o valor hoje (com a opção de abandono) ser $ 1,79 milhões. Então a opção de abandono vale cerca de $ 520.000.

10.15.1 - Quando devemos Abandonar?

Para obter o valor da opção de abandono devemos saber em cada momento o intervalo de valores de receita para o qual abandonar é ótimo. Por exemplo, durante o trimestre 4 quais variações nos valores de receita levam ao abandono? Para responder esta questão (ver planilha **valor**) vamos ao preço da ação do trimestre 4 com o maior valor (célula F15) e colocamos qualquer número naquela célula. O maior número em F15 (chamemo-lo de $\mathbf{r}^*$).que tornará o valor do projeto (encontrado em F37) igual a 0 representa a “fronteira” entre abandonar e não abandonar o projeto. Se a receita do trimestre 4 exceder $\mathbf{r}^*$ deveremos continuar agora se a receita estimada do trimestre 4 for menor que $\mathbf{r}^*$ deveremos abandonar o projeto. Para encontrar $\mathbf{r}^*$ simplesmente resolvemos o seguinte modelo do Solver.



Encontramos o maior valor de receita do Trimestre 4 que torna o valor do projeto do Trimestre 4 em diante igual a 0. Encontramos que se nossa estimativa de receita para o Trimestre 4 for menor que $ 10,37 milhões deveremos abandonar o projeto. Caso contrário, devemos continuar.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	r	0,05		**Abandono**						
2	sigma	0,40								
3	deltat	0,25								
4	a	1,01								
5	u	1,22								
6	d	0,82								
7	p	0,48		1,01						
8	df	0,99								
9	**Valor da Empresa**	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00
10	movimento para cima	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
11	8,00									72,02
12	7,00								58,96	48,27
13	6,00							48,27	39,52	32,36
14	5,00						39,52	32,36	26,49	21,69
15	4,00					32,36	26,49	21,69	17,76	14,54
16	3,00				26,49	21,69	17,76	14,54	11,90	9,75
17	2,00			21,69	17,76	14,54	11,90	9,75	7,98	6,53
18	1,00		17,76	14,54	11,90	9,75	7,98	6,53	5,35	4,38
19	0,00	14,54	11,90	9,75	7,98	6,53	5,35	4,38	3,59	2,94
20	Nenhum abandono	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00
21	Valor de agora em diante	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
22	8,00									60,02
23	7,00								46,62	36,27
24	6,00							35,58	27,18	20,36
25	5,00						26,49	19,67	14,14	9,69
26	4,00					18,99	13,46	9,00	5,41	2,54
27	3,00				12,87	8,47	5,02	2,43	0,71	0,00
28	2,00			7,98	4,61	2,12	0,44	-0,42	-0,50	0,00
29	1,00		4,17	1,71	0,04	-0,91	-1,21	-0,99	-0,50	0,00
30	0,00	1,27	-0,42	-1,44	-1,87	-1,83	-1,48	-0,99	-0,50	0,00
31	**Abandono**	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00
32		0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
33	8,00									60,02
34	7,00								46,62	36,27
35	6,00							35,58	27,18	20,36
36	5,00						26,49	19,67	14,14	9,69
37	4,00					18,99	13,46	9,00	5,41	2,54
38	3,00				12,87	8,47	5,02	2,43	0,71	0,00
39	2,00			8,01	4,67	2,23	0,66	0,00	0,00	0,00
40	1,00		4,33	2,01	0,56	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
41	0,00	1,79	0,45	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Figura 10.15.**1**

10.16 - Avaliando uma Opção para Comprar com uma Opção de Abandono

Quando considerarmos a compra de uma companhia, é importante adicionar o valor da opção das oportunidades disponíveis para avaliar o FCD correto para avaliar de forma justa a oportunidade de compra. Aqui está um exemplo:

EXEMPLO 10.16.1

Você está pensando comprar a Walco. Você acredita que o valor corrente deste negócio seja $ 100 milhões com uma volatilidade anual de 45%. A taxa livre de risco é 5% e a Walco paga 20% do seu valor anualmente em fluxo de caixa. Se você comprar a Walco e as coisas azedarem a qualquer momento durante os próximos cinco anos nos USA você pode mover os ativos da Walco para a Europa onde eles valem $ 75 milhões. A Walco está querendo vender por $ 115 milhões. Você deverá fazer a sua oferta?

Solução

Precisamos avaliar uma opção de abandono Americana de cinco anos com preço de exercício de $ 75 milhões. Nosso trabalho está no arquivo **Cap 43.xls**. Lembre-se que num mundo de risco neutro o ativo subjacente (valor da Walco) cresce à taxa livre de risco menos a taxa de saída de caixa (5% - 20% = -15%). Na Figura 10.16.1, usamos nossa aproximação binomial para calcular *p*, *u*, *d*, e nosso fator de desconto. Usaremos Δt = 0,10, de modo que 10 períodos representam um ano.

	A	B	C	D	E
1	drift	-0,15			**Compra T**
2	sigma	0,45		r	0,05
3	deltat	0,1			
4	a	0,985112			
5	u	1,152925			
6	d	0,867359			
7	p	0,412349		0,985112	
8	df	0,995025			

Figura 10.16.**1**

10.16.1 - Gerando os Valores do Ativo

Nas linhas 9-61 geramos 50 períodos de valores do ativo da Walco. Ver Figura 10.16.2.

	A	B	C	D	E	AV	AW	AX	AY	AZ
9	**Valor da Empresa**	Tempo	1	2	3	46	47	48	49	50
10	movimento para cima	0	0,1	0,2	0,3	4,6	4,7	4,8	4,9	5
11	50									123043,7
12	49								106723	92567,18
13	48							92567,18	80288,96	69639,34
14	47						80288,96	69639,34	60402,3	52390,47
15	46					69639,34	60402,3	52390,47	45441,34	39413,94
16	45					52390,47	45441,34	39413,94	34186,03	29651,56
17	44					39413,94	34186,03	29651,56	25718,54	22307,2
18	43					29651,56	25718,54	22307,2	19348,35	16781,96
19	42					22307,2	19348,35	16781,96	14555,98	12625,26
52	9					1,86023	1,613487	1,399472	1,213845	1,052839
53	8					1,399472	1,213845	1,052839	0,913189	0,792063
54	7					1,052839	0,913189	0,792063	0,687003	0,595878
55	6					0,792063	0,687003	0,595878	0,51684	0,448286
56	5					0,595878	0,51684	0,448286	0,388825	0,33725
57	4					0,448286	0,388825	0,33725	0,292517	0,253717
58	3				153,2511	0,33725	0,292517	0,253717	0,220064	0,190874
59	2			132,9237	115,2925	0,253717	0,220064	0,190874	0,165557	0,143597
60	1		115,2925	100	86,73588	0,190874	0,165557	0,143597	0,12455	0,10803
61	0	100	86,73588	75,23114	65,25239	0,143597	0,12455	0,10803	0,0937	0,081272

Figura 10.16.**2**

Para fazer isto entre com o valor corrente do ativo da Walco ($ 100 milhões) na célula B61. Depois então copie a fórmula em AZ11 para o intervalo AZ121:C61:

=SE($A11>AZ$9;"";SE($A11=AZ$9;u*AY12;(d/u)*AZ10))

A primeira parte da fórmula coloca em branco qualquer célula que corresponda a um número de movimentos para cima excedendo o número do período. A segunda parte da fórmula garante que durante o período t o valor da empresa para t movimentos para cima é u vezes o valor do período anterior para t-1 movimentos para cima. A parte final da fórmula calcula todos os outros valores da empresa como d/u vezes o valor da empresa calculado na célula diretamente acima.

10.16.2 - Trabalhando de Volta para Determinar o valor da Opção

Nas linhas 62-113 (ver Figura 10.16.3) calculamos o valor da opção do momento atual em diante em qualquer estágio para qualquer número dado de movimentos para cima. Mais formalmente, seja **V(t,k)** = Valor da opção de abandono se estivermos no estágio **t** e temos feito **k** movimentos para cima.

	A	B	C	D	E	AV	AW	AX	AY	AZ
62	**Abandono**	0	1	2	3	46	47	48	49	50
63	50									0
64	49								0	0
65	48							0	0	0
66	47						0	0	0	0
67	46					0	0	0	0	0
68	45					0	0	0	0	0
69	44					0	0	0	0	0
102	11					72,14918	72,52731	72,85529	73,13977	73,13977
103	10					72,85529	73,13977	73,38651	73,60053	73,60053
104	9					73,38651	73,60053	73,78616	73,94716	73,94716
105	8					73,78616	73,94716	74,08681	74,20794	74,20794
106	7					74,08681	74,20794	74,313	74,40412	74,40412
107	6					74,313	74,40412	74,48316	74,55171	74,55171
108	5					74,48316	74,55171	74,61118	74,66275	74,66275
109	4					74,61118	74,66275	74,70748	74,74628	74,74628
110	3				24,30056	74,70748	74,74628	74,77994	74,80913	74,80913
111	2			27,48174	29,94776	74,77994	74,80913	74,83444	74,8564	74,8564
112	1		30,59861	33,04605	35,50125	74,83444	74,8564	74,87545	74,89197	74,89197
113	0	33,60957	36,00829	38,39324	40,74918	74,87545	74,89197	74,9063	74,91873	74,91873

Figura 10.16.3

Durante o estágio 50 exerceremos a opção se e somente se o valor da empresa for menor que $ 75 milhões. Daí a opção renderá $ 75 milhões – Valor da empresa no estágio 50. Mais formalmente,

$$V(50,k) = \max(0{,}75 - valor\ do\ ativo\ no\ estágio\ 50)$$

Implementamos esta fórmula copiando-a de AZ63 para AZ64:AZ113:

=SE(AZ11<75;75-AZ11;0)

Durante qualquer estágio antes do estágio 50 nossa opção valerá o máximo daquilo que podemos obter exercendo a opção durante o período corrente e o valor descontado esperado daquilo que podemos obter mantendo a opção “viva”. É claro, nosso valor descontado esperado é calculado num mundo de risco neutro. Em resumo para t < 50 temos que:

$$V(t,k) = \max(75 - valor\ do\ ativo\ no\ instante\ t\ após\ k\ movimentos\ para\ cima, df \\ * \left(pV(t+1,k+1) + (1-p)V(t+1,k)\right).$$

Implementamos esta fórmula copiando em AY64:B113, a fórmula:

=SE($A64>AY$62;"";MÁXIMO(75-AZ12;df*(p*AZ63+(1-p)*AZ64)))

Note que a primeira parte da fórmula entra com um espaço durante o estágio t em qualquer célula que corresponda a mais que t movimentos para cima.

Da célula B113 encontramos a opção de abandono valendo $ 33,6 milhões. Portanto o valor total da Walco para nós é aproximadamente $ 134 milhões. Comprar a Walco por $ 115 milhões seria uma barganha, **mas somente se reconhecermos o valor da opção de abandono.**

10.17 - Usando Simulação para Avaliar Opções Reais Europeias

A abordagem de risco neutro discutida na seção 8 é muito poderosa. Ela permite-nos avaliara muitas quantidades de **derivam** seu valor de um ativo subjacente. Na maioria dos livros, você faz isto encontrando uma combinação de puts e calls que replica os payoffs daquilo que você está tentando avaliar. Não precisamos fazer isto. Apenas use a lognormal para simular o valor futuro do ativo subjacente crescendo à taxa livre de risco) e depois faça sua célula de saída ser o valor descontado dos payoffs que você receber. A média da sua célula de saída é o valor que você está procurando. Esta abordagem somente funciona para opções Europeias, porque para opções Americanas o timing dos fluxos de caixa é desconhecido. Aqui estão seis exemplos:

EXEMPLO 10.17.1

O preço corrente da IBM é 145 e 1/8. Daqui 64 dias Gerstner será pago como segue: Para cada $ 1 de aumento no preço da ação até $ 10 ele recebe $ 1 milhão; para cada $ 1 de aumento no preço da ação acima de $ 10 Gerstner recebe $ 500.000. Qual é o valor de mercado justo para a opção de Lou?

SOLUÇÃO

Precisamos da volatilidade do preço da ação da IBM. Ao observar as opções transacionadas podemos estimar a volatilidade implícita (ver arquivo **Cap 44.xls** e Figura 10.17.1).

	A	B	C	D
1	**OPÇÕES IBM**	Abril	Abril	Abril
2	Preço Corrente	145,125	145,125	145,125
3	Duração	0,175342	0,175342	0,175342
4	Volatilidade	0,327147	0,327147	0,327147
5	Preço de Exercício	140	150	160
6	Taxa Livre de Risco	0,0636	0,0636	0,0636
7	d1	0,412352	-0,09128	-0,5624
8	d2	0,275362	-0,22827	-0,69939
9	N(d1)	0,659959	0,463633	0,28692
10	N(d2)	0,608481	0,409717	0,242153
11	Preço da Opção(teoria)	11,53395	6,50882	3,324504
12				
13	Preço da Opção (real)	12	6,25	3,125
14	Erro Quadrático	0,217206	0,066988	0,039802
15				
16	SSE	0,323996		

Figura 10.17.**1**

Na linha 13 listamos o preço de três opções *call* com vencimento para daqui a 64 dias (preços de exercício de $ 140, $ 150 e $ 160. Criamos um template Black-Scholes que, ao entrar com a volatilidade na linha 4, é calculado o preço de Black-Scholes na Linha 11. Queremos encontrar uma única volatilidade que melhor prediz estes preços. Escolhemos B4 para ser nossa célula variável para volatilidade e minimizamos a soma dos erros quadráticos (preços previstos-preços reais)^2 para as três opções (Células B16). Nossa janela **Solver** é como segue:

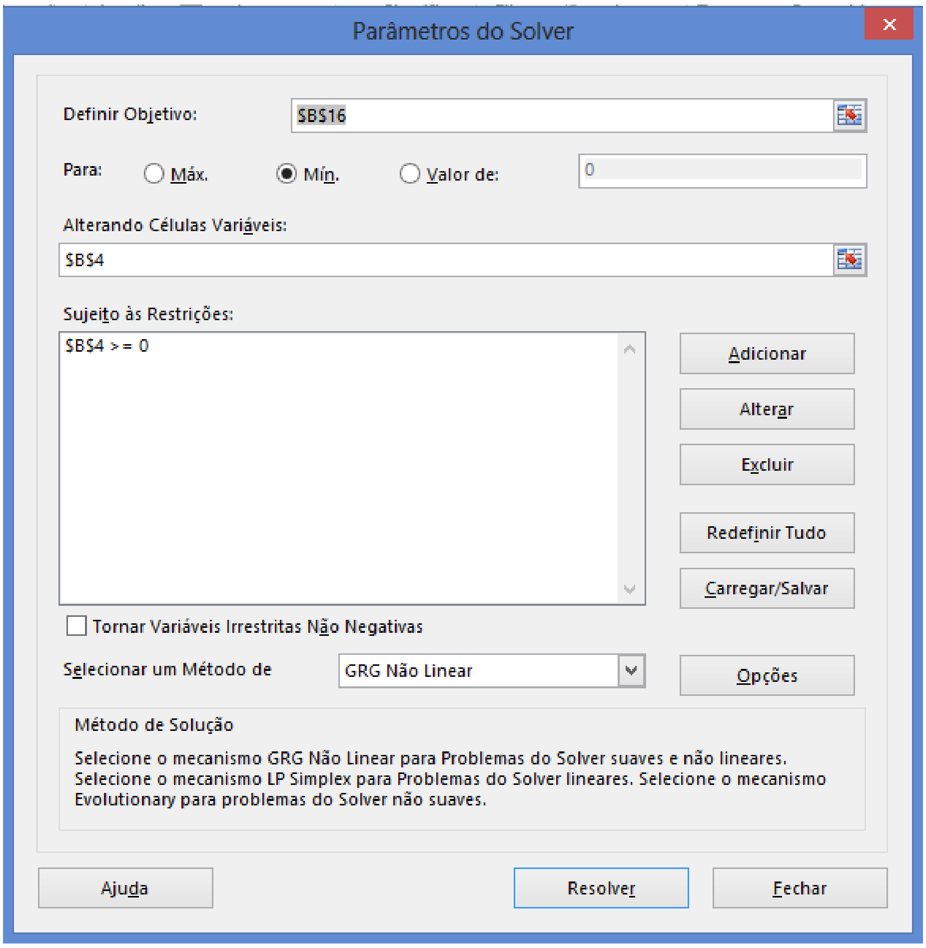


Figura 10.17.**2**

Encontramos uma volatilidade implícita de 32,7%. Podemos agora avaliar nossa opção. (ver Figura 10.17.3 e a **planilha Gerstner**).

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Gerstner**						
2							
3							
4	Preço Corrente	145,125					
5	Volatilidade	0,327					
6	Taxa livre de risco	0,0636					
7	Duração	0,175342			Nome	Payoff descontado	
8	Normal	0			Descrição	Saída	
9	Último Preço da Ação	145,3831			Célula	B11	
10	Payoff(milhões)	0,258143			Mínimo=	0	
11	Payoff descontado	0,25528			Máximo=	47,52227	
12					Média=	6,374745	
13					Desvio Pad	8,484468	
14					Variância=	71,98619	
15					Distorção=	1,281692	
16					Curtose=	4,098358	

Figura 10.17.**3**

Passo #01: No intervalo B4:B7 entramos com os parâmetros relevantes, incluindo a volatilidade implícita.

Passo #02: Em B8 entramos com uma variável Normal(0,1) com a fórmula:

$$= RiskNormal(0; 1).$$

Passo #03: Em B9 calculamos o preço da ação daqui a 64 dias usando crescimento lognormal à taxa livre de risco e volatilidade conhecidas:

=B4*EXP((B6-0,5*B5^2)*B7+B8*RAIZ(B7)*B5)

Passo #04: Em B10 calculamos os payoffs de Gestener com a declaração:

=SE(E((B9-B4)>=0;(B9-B4)<10);(B9-B4);SE(B9-B4>=10;10+0,5*(B9-(B4+10));0))

Isto paga Lou $ 1 milhão por dólar de aumento até $ 10 e $ 0,5 milhões por dólar de aumento além deste ponto.

Passo #05: Em B11 descontamos este payoff para o momento atual com a fórmula:

=EXP(-B6*B7)*B10

Passo #06: Após tornar B11 nossa célula de saída encontramos nossa melhor estimativa como aquela que o valor de mercado justo seja $ 6,37 milhões.

EXEMPLO 10.17.2

Um ativo está valendo atualmente $ 553.000 e tem uma volatilidade anual de 28%. A taxa livre de risco é 5%. Daqui a um ano Eu posso vende-lo por um valor residual de $ 500.000. Quanto vale esta opção de abandono?

SOLUÇÃO

Seja V = valor do ativo daqui a um ano. Então daqui a um ano a opção retorna

$$Max(0; \$\, 500.000 - V) \qquad (1)$$

Se deixarmos o ativo crescer por um ano à taxa livre de risco e com a volatilidade dada e tomarmos um valor descontado de (1) como nossa célula de saída, então a média da nossa célula de saída é o valor da opção de abandono. Nosso trabalho está na Figura 10.17.4 e na **planilha Abandono** do **arquivo Cap 44.xls**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Abandono**						
2	Valor do Abandono		$ 500.000,00				
3	r	Volatilidade	Preço Corrente	Normal(0,1	Preço daqui a 1 ano	Valor da Opção	Valor Descontado
4	0,05	0,28	$ 553.000,00	0	$ 531.741,78	0	0

Figura 10.17.**4**

Procedemos como segue:

Passo #01: Em D4 entramos com uma variável aleatória normal padrão (média 0, sigma 1) com a fórmula:

=RiskNormal(0;1)

Passo #02: Em E4 geramos o valor do ativo daqui a um ano usando a variável aleatória lognormal. A fórmula é:

=C4*EXP((A5-0,5*B4^2)+B4*D4)

Passo #03: Em F4 tiramos proveito de (1) para gerar o valor do fluxo de caixa da opção daqui a um ano com a fórmula:

=SE(E4<C2;C2-E4;0)

Passo # 04: Na célula G4 calculamos o valor descontado dos fluxos de caixa da opção com a fórmula:

=EXP(-A4)*F4

Passo #05: Após escolher G4 como nossa célula de saída encontramos que a opção vale $ 34.093.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Abandono**						
2	Valor do Abandono		$ 500.000,00				
3	r	Volatilidade	Preço Corrente	Normal(0,1	Preço daqui a 1 ano	Valor da Opção	Valor Descontado
4	0,05	0,28	$ 553.000,00	0	$ 531.741,78	0	0
5							
6							
7				Nome	Valor descontado		
8				Descrição	Saída		
9				Célula	G4		
10				Mínimo=	0		
11				Máximo=	280536,9		
12				Média=	34.092,91		
13				Desvio Pad	54.870,25		
14				Variância	3,01E+09		
15				Distorção=	1,655398		
16				Curtose=	4,966072		

EXEMPLO 10.17.3

Este exemplo descreve uma opção de adiar (baseado em Trigeorgis, 1995). A taxa livre de risco é 8%. Podemos construir uma planta agora custando $ 104 milhões e ganhar receitas (ajustadas ao risco) de $ 100 milhões. As receitas começam daqui a um ano. Portanto o valor corrente do projeto é -$ 4 milhões e o projeto não parece valer a pena. Suponhamos, entretanto, que o valor do projeto tenha uma volatilidade anual de 60% e podemos esperar um ano antes de investir neste projeto. Qual é o valor desta opção? Assuma que o custo de construção cresça à taxa livre de risco.

SOLUÇÃO

Nosso trabalho está na Figura 10.17.5 e na planilha **adiamento** do arquivo **Cap 44.xls**. Seja **V** = valor do projeto daqui a um ano. Então o valor da opção de adiar é

$$= \max(0; V - e^{0,08}(104)) \tag{2}$$

Isto é porque investiremos daqui a um ano somente se o valor do projeto exceder o custo (o qual daqui a um ano será $e^{0,08}(104)$).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Adiar o Investimento**								
2									
3									
4	r	Valor Corrente	Custo do Investimento	Valor sem a opção	Volatilidade	Normal (0,1)	Valor daqui a um ano	Fluxos de Caixa em um ano de espera	Valor descontado dos fluxos de caixa
5	0,08	100	104	-4	0,6	1,6431	242,5069	129,8451	119,86209
6									

Figura 10.17.**5**

Passo #01: Entre com os parâmetros necessários no intervalo A5:E5.

Passo #02: Em F5 entre com uma distribuição Normal(0;1), com a fórmula:

$$= RiskNormal(0;1)$$

Passo #03: Em G5 use a lognormal para calcular o valor do ativo daqui a um ano com a fórmula:

=B5*EXP((A5-0,5*E5^2)+F5*E5)

Passo #04: Em H5 usamos (2) para determinar os fluxos de caixa obtidos daqui a um ano com a fórmula:

=MÁXIMO(0;G5-C5*EXP(A5))

Passo #05: Descontar os valores dos fluxos de caixa de volta para o momento 0 na célula I5 com a fórmula:

=EXP(-A5)*H5

Passo #06: Torne I5 uma célula de saída e encontramos que com a opção nossa situação vale $ 22,14 milhões.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Adiar o Investimento**										
2											
3											
4	r	Valor Corrente	Custo do Investimento	Valor sem a opção	Volatilidade	Normal (0,1)	Valor daqui a um ano	Fluxos de Caixa em um ano de espera	Valor descontado dos fluxos de caixa		
5	0,08	100	104	-4	0,6	1,6431	242,5069	129,8451	119,86209		
6											
7											
8											
9				Name	Valor descontado dos fluxos de caixa						
10				Descrição	Saída						
11				Célula	I5						
12				Mínimo =	0						
13				Máximo =	664,8685						
14				Média =	22,14528						
15				Desvio Pad	50,32						
16				Variância =	2532,108						
17				Distorção =	4,171664						
18				Curtose =	31,00052						

Com a opção de adiar valendo 22.14 milhões, então o valor da opção é 22.14 - (-4) = 26.14 milhões

Assim a opção de adiar melhora nossa posição em 22,14 – (-4) = $ 26,14 milhões relativa à nossa posição se fizermos o projeto sem ter a opção de adiá-lo.

Avaliando a Opção de Expandir

Modifiquemos agora o Exemplo 10.17.3 para mostrar como avaliamos uma opção de expandir um projeto.

EXEMPLO 10.17.4

Assuma que você tenha a opção de gastar $ 40 milhões daqui a um ano numa planta de expansão que aumentará o valor do projeto em 50%. Avalie esta opção de expansão.

SOLUÇÃO

Nosso trabalho está na planilha **expandir** no arquivo **Cap 44.xls**. Ver Figura 10.17.6.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Expandir em 50% para 40 milhões?**										
2											
3											
4	r	Valor Corrente	Custo do Investimento	Valor sem a opção	Volatilidade	Normal (0,1)	Valor daqui a um ano	Fluxos de caixa daqui a um ano	Valor descontado dos fluxos de caixa	Custo de expansão	Fator de expansão
5	0,08	100	104	-4	0,6	-0,16196	82,10461	83,15692	-27,2365	40	0,5

Figura 10.17.**6**

Passo #01: No intervalo A5:E5 e J5:K5 entramos com os parâmetros relevantes para o problema.

Passo #02: Na célula F5 entramos com:

$$= RiskNormal(0; 1)$$

Isto ajuda-nos a gerar o valor do projeto daqui a um ano.

Passo #03: Na célula G5 geramos o valor (aleatório) do projeto daqui a um ano com a fórmula:

=B5*EXP((A5-0,5*E5^2)+F5*E5)

Passo #04: Note que se escolhermos expandir, nossos fluxos de caixa daqui a um ano se igualarão a:

1,5*(valor daqui a um ano) – 40

Se não expandirmos, nossos fluxos de caixa daqui a um ano simplesmente se igualarão ao valor do projeto. Portanto em H5 calculamos nossos fluxos de caixa daqui a um ano com a fórmula:

=MÁXIMO((1+K5)*G5-J5;G5)

Passo #05: Na célula I5 calculamos o valor descontado dos nossos fluxos de caixa com a fórmula:

=EXP(-A5)*H5-C5

Passo #06: Selecionemos agora a célula I5 como nossa célula de saída. Encontramos após 4.000 iterações que com a opção de expandir nossa situação vale uma média de $ 14,08 milhões. Assim a opção de expandir melhora nossa posição para tocar o projeto adiante por $ 18,08 milhões.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Expandir em 50% para 40 milhões?**										
2											
3											
4	r	Valor Corrente	Custo do Investimento	Valor sem a opção	Volatilidade	Normal (0,1)	Valor daqui a um ano	Fluxos de caixa daqui a um ano	Valor descontado dos fluxos de caixa	Custo de expansão	Fator de expansão
5	0,08	100	104	-4	0,6	-0,16196	82,10461	83,15692	-27,23649	40	0,5
6											
7											
8											
9				Nome	Valor descontado dos fluxos de caixa						
10				Descrição	Saída						
11				Célula	I5			Com o valor da expansão 14,08 milhões, então a opção vale 14,08 - (-4) = 18,08 milhões.			
12				Mínimo =	-91,8832						
13				Máximo =	987,4983						
14				Média =	14,08345						
15				Desvio Pad	95,02						
16				Variância =	9029,213						
17				Distorção =	2,609704						
18				Curtose =	15,51571						

Avaliando a Opção de Contrair

Modifiquemos agora o Exemplo 10.17.3 para avaliar a opção de contrair um projeto.

EXEMPLO 10.17.5

Em vez de pagar totalmente o custo da planta em $ 104 milhões agora você pode pagar somente $ 50 milhões agora. Daqui a um ano você pagará o restante $ 54 milhões do custo (com juros) e obterá o valor global do projeto ou você pode contrair a escala do projeto pagando somente $ 25 milhões. Se você contrair a escala do projeto, este valerá somente 50% daquilo que teria sido o seu valor. Avalie esta opção de contração.

SOLUÇÃO

Nosso trabalho está na planilha **contrair** do arquivo **Cap 44.xls**. Ver Figura 10.17.7.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Contrair o Projeto?**										
2	Pagar 50 milhões agora										
3	Daqui a um ano pagar 25 milhões e obter 0,5 do valor ou pagar 54*exp(0,08) e obter o projeto completo										
4	r	Valor Corrente	Custo do investimento agora	Volatilidade	Normal (0,1)	Valor daqui a um ano	Fluxos de Caixa daqui a um ano	Valor descontado dos fluxos de caixa	Custo se contrair	Custo daqui a um ano para tocar em frente($s de hoje)	Fator de Contração
5	0,08	100	50	0,6	0	90,48374	31,98624	-20,47297886	25	54	0,5

Figura 10.17.**7**

Procedemos como segue:

Passo #01: Entrar com os parâmetros relevantes nas células A5:K:5.

Passo #02: Na célula E5 entre com:

$$= RiskNormal(0;1)$$

Esta variável aleatória será usada em F5 para gerar o valor do projeto no ano 1.

Passo #03: Na célula F5 geramos o valor do projeto daqui a um ano com a fórmula:

=B5*EXP((A5-0,5*D5^2)+E5*D5)

Passo #04: Em G5 calculamos os fluxos de caixa do projeto daqui a uma ano por

$$0{,}5 * (Valor\ do\ projeto) - \$\ 25\ milhões$$

Se nós não contrairmos o projeto nossos fluxos de caixa daqui a um ano serão dados por

$$(Valor\ do\ projeto) - e^{0{,}08} * (\$\ 54\ milhões)$$

Desde que podemos escolher a melhor destas opções em G5 calculamos os fluxos de caixa do projeto daqui a um ano com a fórmula:

=MÁXIMO(F5-EXP(A5)*J5;K5*F5-I5)

Passo #05: Na célula H5 calculamos o valor descontado total dos fluxos de caixa do projeto com a fórmula:

=EXP(-A5)*G5-C5

Passo #06: Escolhendo a célula H5 como uma célula de saída chegamos a uma média de $ 1,28 milhões. Isto melhora nossa situação sobre fazer o projeto imediatamente por $ 2,72 milhões.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Contrair o Projeto?**										
2	Pagar 50 milhões agora										
3	Daqui a um ano pagar 25 milhões e obter 0,5 do valor ou pagar 54*exp(0,08) e obter o projeto completo										
4	r	Valor Corrente	Custo do investimento agora	Volatilidade	Normal (0,1)	Valor daqui a um ano	Fluxos de Caixa daqui a um ano	Valor descontado dos fluxos de caixa	Custo se contrair	Custo daqui a um ano para tocar em frente($s de hoje)	Fator de Contração
5	0,08	100	50	0,6	0	90,48374	31,98624	-20,47297886	25	54	0,5
6											
7											
8											
9								Com contração vale -1.28 milhões, então a opção de contrair vale -1,28 - (-4) = 2,72 milhões.			
10				Nome	Valor descontado dos fluxos de						
11				Descrição	Saída						
12				Célula	H5						
13				Mínimo =	-68,057						
14				Máximo =	515,879						
15				Média =	-1,28						
16				Desvio Pad	62,90						
17				Variância =	3956,415						
18				Distorção =	2,348511						
19				Curtose =	11,81437						

Uma Opção "Pioneira"

As companhias frequentemente entram em pequenos projetos que têm um VPL negativo. A razão para isto é que a participação em projetos menores dá à companhia a opção de mais tarde participar de um projeto maior que poderá ter um grande VPL positivo. A Merck Pharmaceuticals, conduzida pelo seu CFO Judy Lewent (ver Nichols, 1994) foi "pioneira" no uso da teoria das opções reais. Aqui está um exemplo desta ideia, novamente baseado em Trigeorgis (1996).

EXEMPLO 10.17.6

A Merck está debatendo se investe num projeto de biotecnologia pioneiro. Eles estimam que o valor deste projeto seja -$ 56 milhões. Investir no projeto pioneiro dá a Merck a opção de se apropriar, se eles desejarem, de uma tecnologia muito maior do que estará disponível daqui a 4 anos. Se a Merck não participar do projeto Pioneiro eles **não poderão se apropriar do projeto maior**. O projeto grande exigirá $ 1,5 bilhões em dinheiro daqui a 4 anos. Atualmente a Merck estima que o VPL dos fluxos de caixa do projeto maior será de $ 597 milhões. O que a Merck deverá fazer? A taxa livre de risco é 10% e a volatilidade anual do projeto grande é 35%.

SOLUÇÃO

Nossa solução está na planilha **pioneira** do arquivo **Cap 44.xls**. Ver Figura 10.17.8.

	A	B
1	**Comprando um Projeto Pioneiro**	
2		
3	VPL do projeto pioneiro	-5,6E+07
4	VPL corrente da nova tecnologia	5,97E+08
5	Custo no ano 4 da Nova Tecnologia	1,5E+09
6	r	0,1
7	Volatilidade Anual	0,35000
8	Normal (0,1)	0
9	Valor do projeto daqui a 4 anos	6,97E+08
10	VPL no ano 4 em se fazer o novo Projeto	0
11	VPL descontado em se fazer o novo projeto	0

Figura 10.17.**8**

Procedemos como segue:

Passo #01: Entrar com os valores dos parâmetros relevantes em B3:B7.

Passo #02: Em B8 gerar uma normal padrão que será usada para gerar o valor do projeto nos quatro anos com a fórmula:

$$= RiskNormal(0; 1)$$

Passo #03: Na célula B9 gerar o valor do projeto nos 4 anos com a fórmula:

=B4*EXP((B6-0,5*B7^2)*4+B8*RAIZ(4)*B7).

Passo #04: Na célula B10 calculamos o VPL ($s no Ano 4) de realizar o novo Projeto:

=MÁXIMO(B9-B5;0)

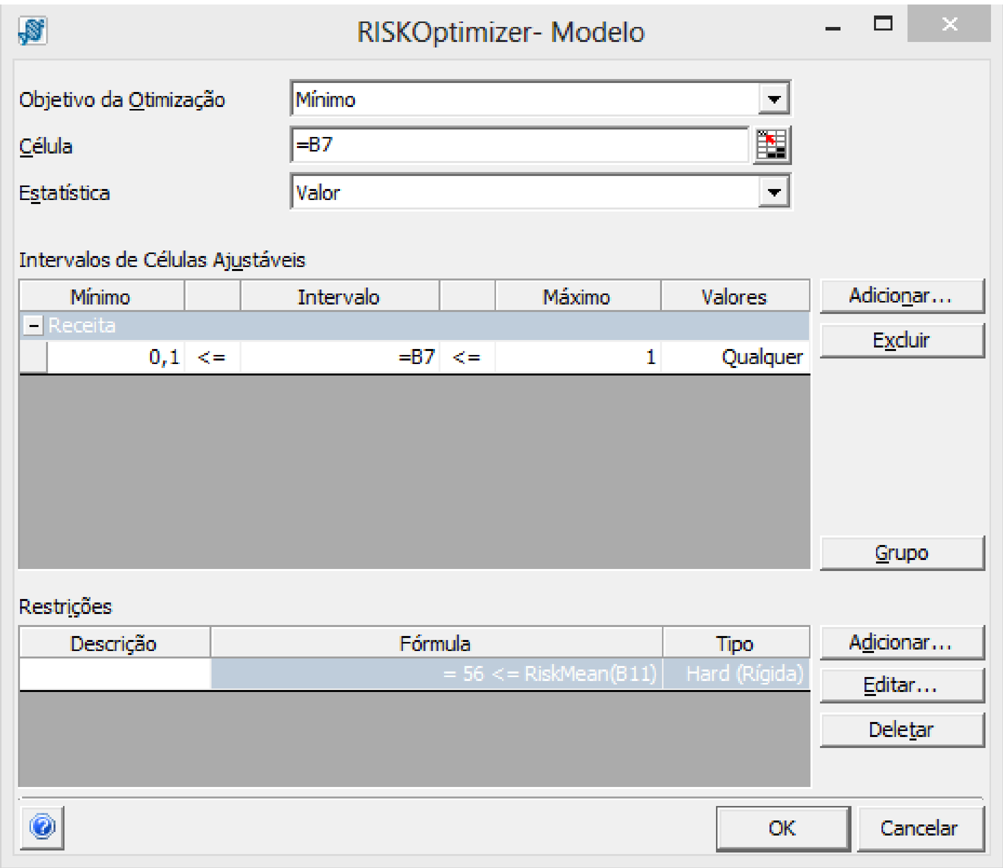
Isto assume, é claro, que somente faremos o novo projeto se ele valer a pena.

Passo #05: Na célula B11 calculamos o valor (em dólares de hoje) de se fazer o novo projeto:

=EXP(-4*B6)*B10

Passo #06: Escolhemos B11 como nossa célula de Saída. Obtemos uma média de $ 69 milhões. Isto mais do que compensa o VPL negativo do projeto Pioneiro, então deveremos ir em frente com o projeto Pioneiro.

Uma questão natural é qual é a menor volatilidade que tornaria o valor da opção no mínimo $ 56 milhões? Esta questão pode ser facilmente respondida usando o RISKOptimizer. Ver Winston (1999) para uma introdução ao uso do RISKOptimizer. Simplesmente encontre a menor volatilidade que torna a média da célula B11 no mínimo $ 56 milhões. Ver na planilha **pioneira** e Figura 10.17.9 as configurações do **RISKOptimizer** dadas abaixo.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Comprando um Projeto Pioneiro**							
2								
3	VPL do projeto pioneiro	-5,6E+07						
4	VPL corrente da nova tecnologia	5,97E+08		Nome	VPL descontado em se fazer o novo projeto			
5	Custo no ano 4 da Nova Tecnologia	1,5E+09		Descrição	Saída			
6	r	0,1		Célula	**B11**			
7	Volatilidade Anual	0,35000		Mínimo =	0			
8	Normal (0,1)	0		Máximo =	4,25E+09			
9	Valor do projeto daqui a 4 anos	6,97E+08		Média =	69.091.440,00			
10	VPL no ano 4 em se fazer o novo Projeto	0		Desvio Pad	274.982.500			
11	VPL descontado em se fazer o novo projeto	0		Variância =	7,56E+16			
12				Distorção =	6,705864			
13				Curtose =	65,36147			

Figura 10.17.**9**

Notas

O Capítulo 21 do Brealey e Myers (1996) contém uma excelente introdução às opções reais. O dois livros de Trigeorgis contém uma discussão compreensiva (apesar de avançada) de opções reais. Sugerimos ler Luenberger (1997) para uma excelente discussão de opções reais.

Obviamente, é difícil surgir a volatilidade para um projeto. Observar as volatilidade implícitas para companhias de setores semelhantes pode ser útil. Provavelmente a melhor estratégia é usar uma tabela de dados para avaliar a opção para um largo intervalo de volatilidades.

Referências

Brealey, S. e Myers, R., *Principles of Corporate Finance*, Prentice Hall, 1996

Luenberger, D., *Investment Science*, Oxford Press, 1997

Nichols, N., “Scientific Management at Merck,“ *Harvard Business Review*, Vol. 72, No. 1, páginas 89-99, 1994.

Trigeorgis, L., *Real Options*, MIT Press, 1996

Trigeorgis, L., *Real Options and Capital Investment*, Praeger, 1995

Winston, W., *Decision Making Under Uncertainty Using RISKOptimizer*, Palisade, 1999.

10.18 - Usando Simulação para Avaliar uma Opção para Construir num Terreno Vazio

Um exemplo clássico na literatura de opções reais é a opção de construir num terreno vazio. A ideia é que, quando se espera um tempo antes de construir no terreno vazio, o terreno pode aumentar substancialmente de valor. Nossa abordagem de simulação torna isto um problema fácil para se resolver. Aqui está um exemplo (baseado em Titman).

EXEMPLO 10.18.1

Georgia Woodward está tentando determinar se deverá ou não construir no terreno um complexo de 6 ou 9 apartamentos. Custará $ 480.000 para construir um complexo de seis unidades e $ 810.000 para construir um complexo de 9 unidades (o custo permanecerá invariável se você construir no próximo ano). O valor de mercado corrente de uma unidade de apartamento é $ 100.000. A taxa livre de risco é 10% e a volatilidade anual do valor de uma unidade de apartamento é 30%. Também o apartamento paga 8% do seu valor de lucros a cada ano. Georgia tem a opção de construir agora ou esperar um ano. Que valor você deverá colocar para a opção de esperar um ano?

SOLUÇÃO

Primeiro determinemos o valor da situação corrente e depois então o valor da situação com a opção. A diferença representa o valor de esperar. Se construirmos um complexo de 9 unidades agora lucraremos 9*(100.000) - 810.000 = $ 90.000. Se construirmos um complexo de seis unidades agora lucraremos 6*(100.000) - 480.000 = $ 120.000. Portanto a situação corrente indica que lucraremos $ 120.000 por construir um complexo de seis unidades. Se esperarmos, então o valor corrente de uma unidade ($ 100.000) aumentará de acordo com uma variável aleatória lognormal. Numa avaliação neutra em relação ao risco o drift (arrastamento) não será igual à taxa livre de risco. **Ele será igual a taxa livre de risco menos o “dividendo ou taxa de distribuição” de 8%.** Assim o valor de uma unidade aumentará numa taxa média de 2% ao ano. Agora podemos gerar um valor aleatório de uma unidade daqui a um ano e escolher (baseado naquele valor unitário) a decisão ótima entre as nossas três opções: não construir, Construir um complexo de 6 unidades, ou construir um complexo de 9 unidades. Nosso trabalho está no arquivo **Cap 45.xls**.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Construir num Terreno Vazio**							
2								
3	Construir 6 unidades	480000						
4	Construir 9 unidades	810000						
5	Valor corrente da unidade	100000						
6	Volatilidade	0,3						
7	r	0,1						
8	Lucro para 6 agora	120000						
9	Lucro para 9 agora	90000						
10	Construir 6 agora	120000						
11	Normal (0,1)	-0,79753						
12	Valor da unidade daqui a um ano	76777,54						
13	Construir 6 no próximo ano	-19334,8						
14	Construir 9 no próximo ano	-119002						
15	Não fazer nada no próximo ano	0						
16	Lucro no próximo ano	0						
17	VP do lucro do próximo ano	0						
18								
19					Se tivermos a opção de esperar um ano antes de construir, esta situação valerá $161.348, que é $41.348 melhor do que construir agora.			
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29						Média	0	
30								
31								
32						1		
33						2		
34						3		
35						4		
36								
37								

Figura 10.18.**1**

Passo #01: Na célula B11 geramos uma variável aleatória normal que é usada em B12 para gerar o valor do próximo ano de uma unidade.

$$= RiskNormal(0;1)$$

Passo #02: Na célula B12 usamos nossa fórmula de simulação lognormal (com μ = 0,10 – 0,08 e σ = 0,30) para gerar um valor aleatório de uma unidade no instante ano 1.

=B5*EXP((B7-0,5*B6^2-0,08)+B11*B6)

Passo #03: No intervalo de células B13:B15 calculamos o valor de cada opção (Construir 6 unidades no próximo ano, Construir 9 unidades no próximo ano, e Não construir no próximo ano) com as fórmulas seguintes:

=6*B12-B3 (construir 6 unidades)

=9*B12-B4 (construir 9 unidades)

=0 (não construir)

Passo #04: Em B16 calculamos nosso lucro no Ano 1 escolhendo o melhor dos nossos três lucros possíveis:

=MÁXIMO(B13;B14;B15)

Passo #05: Na célula B17 calculamos nosso lucro descontado com a fórmula:

=EXP(-B7)*B1a6

Passo #06: Após rodar 1.600 iterações do @RISK encontramos um lucro médio descontado de $ 165.000. Isto indica que a opção de esperar um ano antes de construir no terreno vale cerca de $ 165.000 - $ 120.000 = $ 45.000.

Referências

Titman, S., "Urban Prices Under Uncertainty", *American Economic Review*, Vol. 75, No. 3, Junho, 1985, páginas 505-514.

10.19 - Usando Simulação para Avaliar uma Opção Composta

O desenvolvimento de muitos projetos de alta tecnologia (tal como uma nova droga ou um novo produto de software) procede como segue:

No momento 0 gastamos uma quantia de dinheiro (D) para tocar o projeto. Temos também alguma ideia das receitas eventuais que o projeto receberá.

No instante $t_1 < T$ precisamos gastar mais algum dinheiro (D´) para manter a continuidade do projeto. Temos também a opção de parar o projeto naquele instante t_1. Claramente se nossa estimativa corrente das receitas futuras do projeto for favorável continuaremos. Por outro lado, pararemos.

Se mantivermos o projeto além do instante t_1, então no instante T podemos, se desejarmos, gastar D´´ para completar o projeto. Claramente se nossa estimativa corrente das receitas futuras do projeto excederem D´´ manteremos o projeto em andamento. Caso contrário encerraremos.

Este tipo de situação é conhecida como uma **opção composta**. Essencialmente no instante t_1 temos uma opção de pagar D´. Se pagamos D´ ganhamos o direito ou a opção de pagar D´´ no instante T e completar o projeto. Essencialmente uma opção composta é uma "opção sobre uma opção". Mostramos agora como avaliar uma opção composta. Nosso exemplo (mas não o método de solução) é baseado em Perlitz et. al.

EXEMPLO 10.19.1

Uma companhia de remédios está incorporando o desenvolvimento de uma nova droga. Hoje eles farão um investimento de $ 25 milhões que é usado para filtrar muitos compostos potenciais. Depois de três anos, o processo de filtragem ficará completo e eles poderão conduzir os testes clínicos, se desejarem, a um custo de $ 90 milhões. Finalmente, daqui a 10 anos podemos, se desejarmos, investir $ 500 milhões e levar a droga para o mercado. Nossa estimativa corrente das entradas de caixa da droga é $ 800 milhões (no momento 10 dólares). Esta estimativa teria, é claro, alguns ajustes para o risco contido no seu cálculo. A volatilidade anual das receitas é estimada ser 60%. O custo de capital da companhia é 14% e a taxa livre de risco para um título de 10 anos é 4%. Como você avaliaria esta oportunidade?

SOLUÇÃO

Comecemos com a tradicional abordagem FCD. Nosso trabalho está no arquivo **Cap 46.xls**. Ver Figura 10.19.1.

	A	B	C	D	E	F
1	**Opção Composta**	vol	0,6			
2		r	0,04	0,039221		
3		wacc	0,14			
4	Tempo	Pagamento	Receita	DF		
5	0	25		1		
6	3	90		0,674972		
7	10	500	800	0,269744		
8	VPL	220,61934	215,795			
9						
10	Valor do FCD do Projeto	-4,8242936				
11	Abordagem de Opção		Normal RV			
12	Valor atual das receitas	215,79505				
13	Valor da receita daqui a 3 anos	141,45636	0			
14	Cutoff	390				
15	Continua?	no				
16	Valor da receita daqui a 10 anos	52,801322	0			
17						
18	Fluxos de Caixa	Tempo	Quantia	DF		
19		0	-25	1		
20		3	0	0,888996		
21		10	0	0,675564		
22						
23		FCD	-25			
24						
25						
26						
27					Média = 47.4001	
28						

Figura 10.19.**1**

Nas células B10 calculamos o VPL (a 14%) de todos os fluxos de caixa do projeto. Por exemplo o VPL da saída de caixa no instante 10 é $\frac{500}{1.14^{10}}$ = 134,87. Note na célula B10 que a abordagem FCD tradicional conduz a um VPL de -\$ 4,82 milhões, indicando que não deveríamos incorporar o projeto.

Avaliemos agora esta oportunidade usando a abordagem de risco neutro. Assumimos que nossa estimativa de receita variará de acordo com uma variável aleatória lognormal tendo $\mu = \ln(1 + 0{,}04)$ e σ = 0,25. Usemos esta variável aleatória lognormal para gerar valores de receita no instante 3 e instante 10. Baseado no nosso valor de receita no instante 3, devemos decidir a continuação do projeto. Para alguns ponto de corte (cutoff) c^* continuaremos (e pagaremos \$ 90 milhões no instante 3) se a estimativa da receita no instante 3 for no mínimo c^*. Por outro lado pararemos o desenvolvimento. Se tivermos continuado no instante 3 observaremos nossa estimativa de receita no instante 10. Se ela exceder \$ 500 milhões, então completaremos o projeto. Para muitos valores possíveis de c^* simulamos os FCD do projeto num mundo de risco neutro muitas vezes. O FCD médio para o valor de c^* que conduz ao maior FCD médio dá a nossa estimativa do valor do projeto! Aqui está como as coisas vão:

Passo #01: Na célula B12 calculamos o valor em dólares de hoje da nossa estimativa de receita atual com a fórmula:

=C7/((1+C3)^10)

Passo #02: Depois de entrar com uma variável aleatória normal padrão na célula C13 use a variável aleatória lognormal para gerar na célula B13 uma estimativa de receita para o Ano 3 com a fórmula:

=B12*EXP((D2-0,5*vol^2)*A6+C13*RAIZ(A6)*vol)

Passo #03: Depois de entrar com uma variável aleatória normal padrão na célula C16 use a variável aleatória lognormal para gerar na célula B16, condicionada na nossa estimativa de receita do Ano 3, uma estimativa de receita para o Ano 10 com a fórmula:

=B13*EXP((D2-0,5*vol^2)*(A7-A6)+C16*RAIZ(A7-A6)*vol)

Passo #04: Na célula B14 entramos com um valor trial c^* para nossa estimativa de receita no Ano 3. Se durante o Ano 3 nossa estimativa de receita for maior do que c^* pagamos $ 90 milhões e temos uma opção para completar o projeto no instante 10. Se nossa estimativa de receita no Ano 3 for menor que c^*, então encerramos o projeto e não pagamos os $ 90 milhões.

Note que temos somente um fluxo de caixa no Ano 10 se nossa estimativa de receita do Ano 10 for no mínimo $ 500 milhões.

Passo #05: Em C19 calculemos nosso fluxo de caixa no instante 0 (-$ 25 milhões). Na célula C20 calculamos nosso fluxo de caixa do Ano 3 com a fórmula:

=SE(B13>B14;-B6;0)

Isto incorre no custo de continuar no Ano 3 se e somente se a receita do Ano 3 exceder nosso cutoff para continuar. Na célula C21 calculamos o fluxo de caixa do Ano 10 com a fórmula:

=SE(E(B15="sim";B16>B7);B16-B7;0)

Se formos adiante no Ano 3 e o valor da receita no Ano 10 for no mínimo $ 500 milhões, então no Ano 10 obtemos o valor de receita do Ano 10 como -$ 500 milhões. Caso contrário obtemos $ 0.

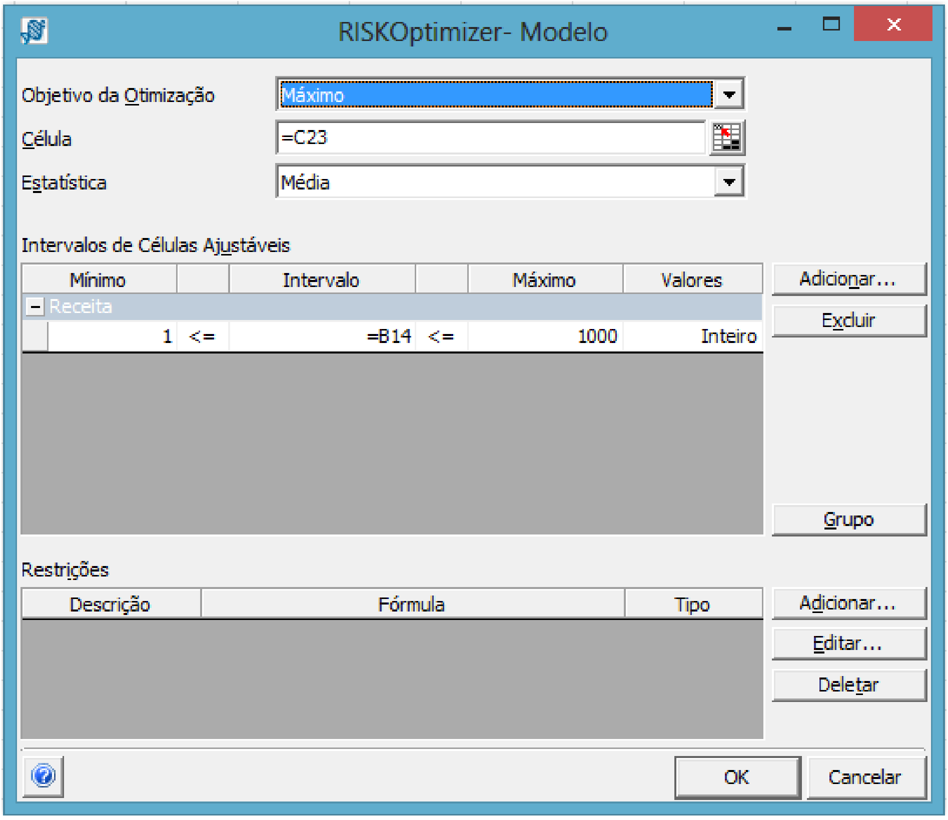
Passo # 06: No intervalo de células D19:D21, calculamos o fator de desconto para cada fluxo de caixa copiando a fórmula de D19 para o intervalo D20:D21:

=EXP(-$D$2*B19)

Passo #07: Na célula C23 calculamos o VPL total de todos os fluxos de caixa com a fórmula:

=SOMARPRODUTO(C19:C21;D19:D21)

Passo #08: Usemos agora o RISKOptimizer (para uma discussão do RISKOptimizer, ver Winston, 1999) para determinar o ponto cutoff que maximiza o VPL médio. Nossas configurações são como segue:



Escolhemos um ponto de cutoff que seja um inteiro entre 1 e 1000 que maximiza nosso VPL médio. O RISKOptimizer leva-nos a um ponto de cutoff de $ 390 milhões. Isto nos dá um VPL médio de $ 47,4 milhões. Então continuaremos com o projeto no Ano 3 somente se a estimativa de receita for no mínimo $ 390 milhões e encerraremos o projeto no Ano 10 se a estimativa de receita deste Ano 10 for no mínimo $ 500 milhões, ganharemos um VPL médio de $ 47,4 milhões.

NOTA

Note que o valor da opção para a situação é muito maior que o valor do FCD tradicional. Isto porque a avaliação do FCD tradicional não permite a possibilidade de se salvar do perigo no Ano 3 quando as coisas ficarem mau ou de se salvar no Ano 10 quando as coisas ficarem mau.

Referência

Perlitz, M., Peske, T., Schrank, R., "*Real Options Valuation: the New Frontier in R&D Project Evaluation?*", R&D Management, Vol. 29., No. 3, Julho 1999, páginas 255-269.

Winston, W., *Decision-Making with RISKOptimizer*, Palisade, 1999.

10.20 - Usando Simulação para Avaliar um Contrato de Licença

Muitas vezes uma empresa gosta de comprar um novo produto com o pagamento sendo amarrado à lucratividade do produto. Simulação e a abordagem de risco neutro podem ser usadas para avaliar um tal contrato.

EXEMPLO 10.20.1

Estamos pensando em comprar os direitos de vender um pacote de software. Nossa estimativa corrente do valor (para nós) das vendas futuras é $ 400 milhões. Estamos oferecendo compensar o desenvolvedor pagando-lhe (começando no ano um e indo até o final do ano 20) cada ano 40% de todos os lucros excedendo $ 50 milhões. Qual é o valor deste pagamento? Assuma uma taxa livre de risco de 6%, volatilidade anual de 50%, e que o projeto renda uma média de 12% do seu valor a cada ano.

SOLUÇÃO

Simplesmente usamos a variável aleatória lognormal (com o μ = 0,06 – 0,12 e σ = 50%) para gerar o valor do projeto a cada ano. Depois então, geramos os lucros de cada ano. Sempre que um ano tiver um lucro excedendo $ 50 milhões, creditamos 40% do excesso de lucro. Depois ainda calculamos o total dos fluxos de caixa descontados. Finalmente usamos o @RISK para simular a célula FCD. O valor médio do FCD é um valor justo para o contrato de licença. Ver o arquivo **Cap 47.xls** e a Figura 10.20.1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2	**Licença de**										
3	**Software**	valores em milhões									
4											
5	Valor corrente	400									
6	r	0,06									
7	q	0,12									
8	sigma	0,5									
9	Payout	0,4									
10											
11											
12											
13				FCD	0						
14											
15		Tempo	Valor Corrente	Payout	Payout decontado	Lista #			Nome	Pasta	Média
16		0	400					Saída 1	FCD	Cap 47.xls	77,89199
17		1	189,7738349	0	0	-1,12126					
18		2	137,5916409	0	0	-0,27309					
19		3	85,73806443	0	0	-0,57599					
20		4	135,6854792	0	0	1,288085					
21		5	100,4717188	0	0	-0,23093					
22		6	72,92017948	0	0	-0,27102					
23		7	20,37673039	0	0	-2,17994					
24		8	12,86495754	0	0	-0,54977					
25		9	16,80994654	0	0	0,904927					
26		10	6,040839235	0	0	-1,67686					
27		11	12,58354218	0	0	1,837694					
28		12	11,84168109	0	0	0,248472					
29		13	15,06829249	0	0	0,851934					
30		14	8,457336577	0	0	-0,78512					
31		15	7,801826171	0	0	0,208647					
32		16	10,10114867	0	0	0,886583					
33		17	5,574775855	0	0	-0,81879					
34		18	10,432416	0	0	1,623332					
35		19	10,84917287	0	0	0,448342					
36		20	4,482390181	0	0	-1,39786					
37											

Figura 10.20.**1**

Passo #01: No intervalo C17:C36 usamos uma variável aleatória lognormal (desligando as variáveis aleatórias normais padrão entradas no intervalo F17:F36) para calcular o valor do projeto a cada ano copiando a fórmula de C17 para o intervalo C18:C36:

=C16*EXP((r_-q-0,5*sigma^2)*1+RAIZ(1)*sigma*F17)

Note que reduzimos a taxa livre de risco por uma taxa de distribuição (*payout*) de 12%.

Passo #02: No intervalo D17:D36 calculamos o *payout* para a licença copiando a fórmula de D17 para o intervalo D18:D36:

=SE(q*C17>50;0,4*(q*C17-50);0)

Novamente, durante cada ano pagamos a licença de 40% de qualquer lucro que exceder $ 50 milhões.

Passo #03: No intervalo E17:E36 calculamos o fluxo de caixa descontado do *payout* da licença para cada ano copiando a fórmula de E17 para o intervalo E18:E36:

=EXP(-r_*B17)*D17

Passo #04: Na célula E13 calculamos nosso FCD total no mundo de risco neutro com a fórmula:

=SOMA(E17:E36)

Passo #05: Depois de selecionar a célula E13 como uma célula de saída encontramos o FCD médio ser $ 78 milhões.

Portanto um valor justo para o contrato de licença é $ 78 milhões.

10.21 - Usando o Modelo *Jump diffusion*[101] para Avaliar Opções Reais

O modelo lognormal para avaliação de preços de ações e projetos tem sido criticado como não refletindo acuradamente o movimento dos preços de ações e valores de projetos. Por exemplo, quando observamos o valor de um novo produto, a entrada de um concorrente maior pode quase instantaneamente reduzir o valor do projeto por digamos, 30%. A variável aleatória lognormal não permite que o valor da ação ou projeto salte repentinamente. O **modelo *jump diffusion*** permite os saltos repentinos. O modelo *jump diffusion* assume que em cada ponto do tempo exista uma pequena chance de um salto. Às vezes quando um salto não ocorrer, a mudança do valor da ação ou ativo seguirá uma variável aleatória lognormal tradicional. No arquivo **Cap 48.xls** incluímos um template que lhe permite avaliar *put*s ou *call*s num processo de *jump diffusion*. Ver Figura 10.21.1. A célula N15 da planilha *call* leva-nos ao preço da *call*.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2	**Jump Diffusion**													
3	**Preço da Call**													
4	**Entrada de dados**													
5														
6	Preço da Ação	$100												
7	Preço de Exercício	$80												
8	Duração	0,25	T		sigma	0,25								
9	Taxa de juros	8,00%			delta	0,068465								
10	dividendos	0			z	0,125								
11	Sigma(I)	25,00%												
12	% vol nos saltos	0,75	gamma											
13	saltos por ano	10	lambda											
14				Predicted										
15	Preço da Call		=	$21,69									Preço da C	21,73865
16	Preço da put			$0,11						Call				
17													c(I)	C(I)*Mult
18										I	Multiplicar	Sigma(I)	$21,69	
19	Outras quantidades para precificar opções									0	0,082085	0,125	21,58417	1,771737
20	d1	2,007648		N(d1)	0,97766					1	0,205212	0,185405	21,59527	4,431618
21	d2	1,882648		N(d2)	0,970126					2	0,256516	0,230489	21,64826	5,553118
22										3	0,213763	0,268095	21,74746	4,648803
23										4	0,133602	0,30104	21,88223	2,923507
24										5	0,066801	0,330719	22,04193	1,472422
25										6	0,027834	0,357946	22,21859	0,618426
26										7	0,009941	0,383243	22,40661	0,222736
27										8	0,003106	0,406971	22,6021	0,070212
28										9	0,000863	0,429389	22,80234	0,019676
29										10	0,000216	0,450694	23,00542	0,004963
30										11	4,9E-05	0,471036	23,20995	0,001138
31										12	1,02E-05	0,490535	23,41495	0,000239
32										13	1,96E-06	0,509289	23,61971	4,64E-05
33										14	3,51E-07	0,527376	23,82371	8,36E-06
34										15	5,85E-08	0,544862	24,02657	1,4E-06
35										16	9,13E-09	0,561805	24,22802	2,21E-07
36										17	1,34E-09	0,578252	24,42786	3,28E-08
37										18	1,87E-10	0,594243	24,62596	4,59E-09
38										19	2,45E-11	0,609816	24,82222	6,09E-10
39										20	3,07E-12	0,625	25,01657	7,68E-11

Figura 10.21.**1**

[101] Difusão por saltos

Em adição ao nosso template tradicional de Black-Scholes, precisamos entrar com duas quantidades adicionais nas células B12 e B13. Note que o valor de sigma agora é entrado na célula F8 como também na B11.

Na célula B13, entramos com o número médio de saltos por ano. Por exemplo, 10 indica que acreditamos que, em média, o valor da ação ou ativo experimentará 10 “saltos repentinos” por ano.

Na célula B12, entramos com a porcentagem de toda a variância que for devida aos saltos. Entrando com 75%, estamos dizendo que 75% de toda variação nos preços da ação é devida a saltos repentinos e somente 25% é devido ao *drift* diário ou variabilidade.

Suponhamos que queremos avaliar uma *call* de 3 meses com preço atual de ação de $ 100, taxa livre de risco de 8%, volatilidade anual de 25%, sem dividendos e preço de exercício de $ 80. Encontramos que com os saltos a *call* vale $ 21, 74. Note que o preço ordinário de Black-Scholes para esta opção é $ 21,69.

10.21.1 - Aplicando o Modelo de *Jump diffusion* ao nosso Exemplo Web TV

Recordemos o nosso exemplo Web TV.

Em abril de 1997 a Microsoft comprou a Web TV por $ 425 milhões. Vamos assumir que a Microsoft percebeu que o valor verdadeiro da Web TV naquele momento fosse $ 300 milhões. Poderia a compra da Web TV ainda valer a pena? Se a compra da Web TV dá a Microsoft a “opção” de entrar num outro negócio no futuro, então o valor desta opção talvez compensasse o VPL de -$ 125 milhões do negócio da Web TV. Mais concretamente, vamos supor que comprar a Web TV dá-nos a oportunidade (de $ 2 bilhões) para entrar (daqui a três anos) num outro negócio relacionado à Internet que tenha um valor corrente de $ 1 bilhão. Assuma uma taxa livre de risco de 5%. Assuma uma volatilidade anual de 50% para o valor do negócio relacionado à Internet. A opção “pioneira” criada pela Web TV excede nosso VPL de -$ 125 milhões da Web TV?

Usando o modelo tradicional de Black-Scholes encontramos o valor da opção pioneira como sendo $ 170 milhões. Agora modelemos o valor do negócio relacionado à Internet como um processo *jump diffusion* com uma média de 5 saltos por ano e assuma que estes saltos representem 50% de toda a volatilidade. Na Figura 10.21.2 encontramos que o valor da opção pioneira é agora $ 156 milhões. Isto torna ainda a compra da Web TV uma aventura que vale a pena.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2	**Jump Diffusion**													
3	**Preço da Call**													
4	**Entrada de dados**													
5														
6	Preço da Ação	$1												
7	Preço de Exercício	$2												
8	Duração	3	T		sigma	0,25								
9	Taxa de juros	5,00%			delta	0,079057								
10	dividendos	0			z	0,176777								
11	Sigma(I)	50,00%												
12	% vol nos saltos	0,5	gamma											
13	saltos por ano	5	lambda											
14				Predicted										
15	Preço da Call		=	$0,17									Preço da C	21,90172
16	Preço da put			$0,90						Call				
17													c(I)	C(I)*Mult
18										I	Multiplicar	Sigma(I)	$0,17	
19	Outras quantidades para precificar opções									0	3,06E-07	0,176777	21,58417	6,6E-06
20	d1	-0,19416		N(d1)	0,423025					1	4,59E-06	0,182574	21,59527	9,91E-05
21	d2	-1,06019		N(d2)	0,14453					2	3,44E-05	0,188193	21,64826	0,000745
22										3	0,000172	0,193649	21,74746	0,003742
23										4	0,000645	0,198956	21,88223	0,01412
24										5	0,001936	0,204124	22,04193	0,042669
25										6	0,004839	0,209165	22,21859	0,107526
26										7	0,01037	0,214087	22,40661	0,232363
27										8	0,019444	0,218899	22,6021	0,439482
28										9	0,032407	0,223607	22,80234	0,738959
29										10	0,048611	0,228218	23,00542	1,118311
30										11	0,066287	0,232737	23,20995	1,538527
31										12	0,082859	0,237171	23,41495	1,940145
32										13	0,095607	0,241523	23,61971	2,258205
33										14	0,102436	0,245798	23,82371	2,440402
34										15	0,102436	0,25	24,02657	2,461182
35										16	0,096034	0,254133	24,22802	2,326705
36										17	0,084736	0,258199	24,42786	2,069908
37										18	0,070613	0,262202	24,62596	1,738912
38										19	0,055747	0,266145	24,82222	1,383766
39										20	0,04181	0,270031	25,01657	1,04595

Figura 10.21.**2**

Nota

Usando a planilha *put* podemos avaliar uma opção de abandono Europeia onde o projeto tem um salto repentino de valor.

10.22 - Precificando Opções Quando o Preço da Ação Não for Lognormal

Em 29 de Junho de 2001, a MSFT era vendida por $ 69,79. Assumimos uma taxa livre de risco de 5% ao ano. As opções *call* para Agosto (duração 52/365 de um ano) eram vendidas pelos seguintes preços:

Ptreço de Exercício	Preço da Opção
$ 65	$ 7,20
$ 70	$ 4,20
$ 75	$ 2,00

Qual é o preço justo para estas opções? Uma abordagem é assumir o preço da ação subjacente MSFT seguindo uma variável aleatória lognormal. Depois então existe provavelmente um sigma que "melhor ajusta" estes preços de opção. Como sabemos esta é chamada de **volatilidade implícita** para a ação MSFT.

Nossa meta é encontrar uma única volatilidade que ajusta os preços das opções previstos no Black-Scholes tão acuradamente quanto possível aos preços reais da opção. Nossa planilha tem a fórmula de Black-Scholes para precificar calls embutida na Linha 11 do arquivo **Cap 49.xls.**

	A	B	C	D
1	**Opções da MSFT**			
2	Preço Atual	69,79	69,79	69,79
3	Duração	0,142466	0,142466	0,142466
4	Volatilidade	0,381918	0,381918	0,381918
5	Preço de Exercício	65	70	75
6	Taxa Livre de Risco	0,04879	0,04879	0,04879
7	d1	0,613544	0,099453	-0,37915
8	d2	0,46939	-0,0447	-0,52331
9	N(d1)	0,730242	0,539611	0,352287
10	N(d2)	0,680605	0,482173	0,30038
11	Preço da Opção(teo	7,030698	4,141118	2,213636
12				
13	Preço Opção (real)	7,2	4,2	2
14	Erro Quadrático	0,028663	0,003467	0,04564
15				
16	SSE	0,077771		

Figura 10.22.**1**

Nosso critério para "melhor ajuste" será minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o preço real da opção e o preço de Black Scholes.

Passo #01: Na célula B4 entre com um valor trial para a volatilidade. Copie este valor para as células ao lado copiando a fórmula:

=$B$4

Para C4 e D4.

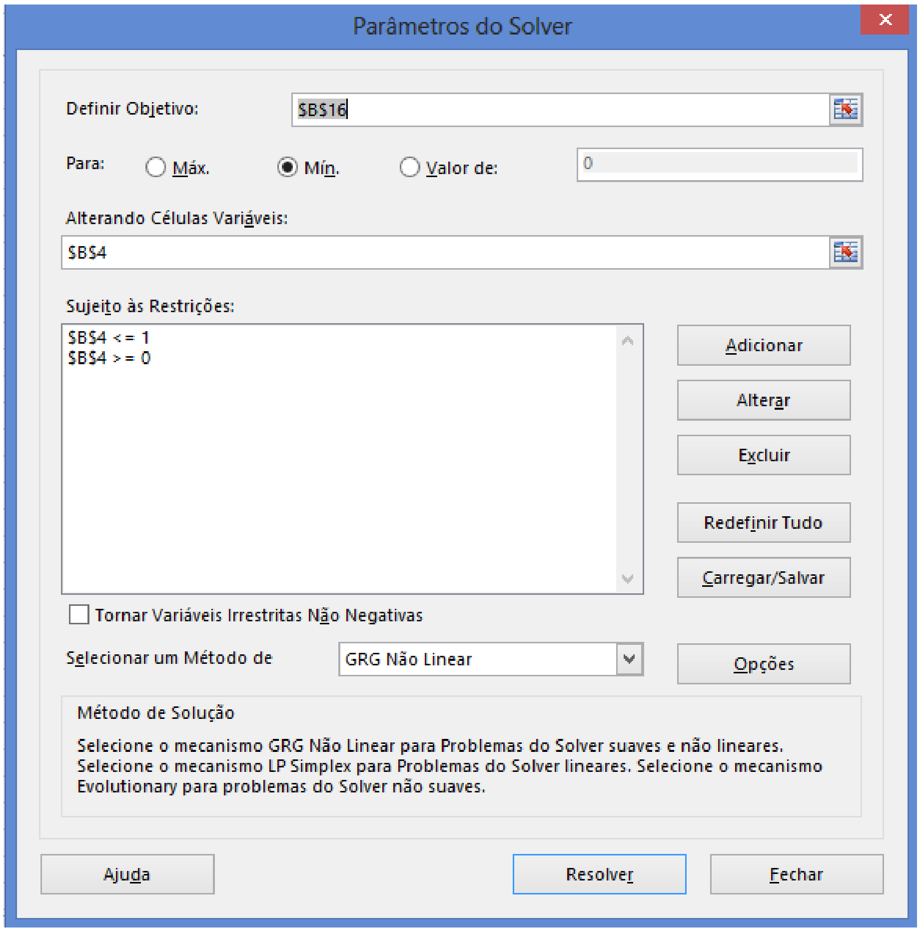
Passo #02: Nas células B14:D14 calculamos nosso erro quadrático para precificar cada opção copiando a fórmula de B14 para C14:D14 a fórmula:

=(B11-B13)^2

Passo #03: Na célula B16 calcule a soma dos erros quadráticos com a fórmula:

=SOMA(B14:D14)

Passo #04: Invoquemos agora as seguintes configurações no Solver:



Escolhemos um valor de volatilidade não negativo (célula B4) para minimizar a soma dos erros quadráticos (célula B16). O modelo é não linear porque a fórmula de Black-Scholes é uma função não linear da volatilidade. Encontramos a melhor estimativa da volatilidade anual da MSFT como sendo 38%. Agora poderemos ir adiante e precificar outras opções com esta duração assumindo a volatilidade de 38%. O ajuste relativamente preciso dos preços BS aos preços atuais indica que o mercado está provavelmente usando BS como um modelo para precificar opções MSFT. Se os preços MSFT seguirem uma variável aleatória lognormal, então as variações porcentuais diárias deverão se parecerem com uma variável aleatória normal. Usamos a capacidade BestFit da Palisade para ver se este é o caso. Colamos os últimos seis meses de retornos diários da MSFT no BestFit e auto ajustamos os dados. O resultante melhor ajuste da variável aleatória normal está mostrado na Figura 10.22.2. O ajuste não é mau, mas 11 variáveis aleatórias ajustam estes dados melhor do que a variável aleatória Normal!

Para ações mais voláteis e moedas FX voláteis parece pouco provável que a hipótese de uma variável aleatória lognormal dará preços de opções apropriados. Detalharemos agora uma abordagem para precificar opções que usa os retornos passados reais sobre a ação para gerar preços de opções.

Para começar assumimos que a distribuição subjacente para as variações porcentuais diárias no preço da MSFT durante a diração da opção é igualmente provável ser um dos retornos diários reais realizado durante os últimos seis meses (02/01/2001 até 26/06/2001). A questão torna-se como neutralizar o risco desta distribuição. Existe um número infinito de maneiras para ajustar as probabilidades de cada retorno diário possível que leva a uma medida de probabilidade de risco neutro. Uma abordagem mais intuitiva para criar uma medida de risco neutro é não mudar as probabilidades mas variar os valores subjacentes da variável aleatória. Tudo o que fazemos é simplesmente subtrair uma constante c de cada possível retorno de ação porcentual diário. È claro que c deve ser escolhido para garantir que o retorno percentual diário médio iguale a taxa de risco neutro. Note que esta escolha de uma medida de risco neutro preserva todos momentos e a forma da distribuição original. Aqui está como as coisas ficaram (ver a planilha msft do arquivo **Cap 49.xls**).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1			Sigma histórico	0,464796197	sigma implícito	0,39											
2			Retorno médio	0,002813502	0,0001984			Taxa livre de risco anual	0,05	Taxa livre de risco diária	0,000198413	Deslocamento para tornar a taxa livre de risco	0,00261509				
3	Obs #	Data	Fechamento	Retorno	Retorno neutralizado pelo	Desvio	Desvio ajustado	Risco neutro ajustado			PreçoCall Ex	65					
4		02/jan/01	84,6136								Valor da opção	5,271931372					
5	1	03/jan/01	94,4031	0,115696531	0,1130814	0,112883	0,094717602	0,094916	Dia	Preço	Retorno						
6	2	04/jan/01	92,969	-0,015191238	-0,017806	-0,018	-0,015107372	-0,014909	0	$ 69,79	0,000206113						
7	3	05/jan/01	93,7796	0,008719035	0,0061039	0,005906	0,0049552	0,005154	1	$ 69,80	0,000206113						
8	4	08/jan/01	93,3431	-0,00465453	-0,00727	-0,00747	-0,006266258	-0,006068	2	$ 69,82	0,000206113						
9	5	09/jan/01	92,3454	-0,010688524	-0,013304	-0,0135	-0,011329246	-0,011131	3	$ 69,83	0,000206113						
10	6	10/jan/01	93,2184	0,009453638	0,0068385	0,00664	0,005571588	0,00577	4	$ 69,85	0,000206113						
11	7	11/jan/01	93,4678	0,002675437	6,035E-05	-0,00014	-0,000115847	8,26E-05	5	$ 69,86	0,000206113						
12	8	12/jan/01	93,5925	0,001334149	-0,001281	-0,00148	-0,001241292	-0,001043	6	$ 69,88	0,000206113			EX Price	Sim#	Média	Preço Real
13	9	16/jan/01	92,5325	-0,011325694	-0,013941	-0,01414	-0,01186388	-0,011665	7	$ 69,89	0,000206113			$ 65,00	1	$ 7,06	$ 7,50
14	10	17/jan/01	96,4608	0,042453192	0,0398381	0,03964	0,033260769	0,033459	8	$ 69,91	0,000206113			$ 70,00	2	$ 4,22	$ 4,20
15	11	18/jan/01	108,059	0,120237444	0,1176224	0,117424	0,098527779	0,098726	9	$ 69,92	0,000206113			$ 75,00	3	$ 3,23	$ 2,00
16	12	19/jan/01	110,989	0,027114817	0,0244997	0,024301	0,020390685	0,020589	10	$ 69,93	0,000206113						
17	13	22/jan/01	108,308	-0,024155547	-0,026771	-0,02697	-0,022629121	-0,022431	11	$ 69,95	0,000206113						
18	14	23/jan/01	108,807	0,004607231	0,0019921	0,001794	0,001505078	0,001703	12	$ 69,96	0,000206113						
19	15	24/jan/01	110,179	0,012609483	0,0099944	0,009796	0,008219586	0,008418	13	$ 69,98	0,000206113						
20	16	25/jan/01	110,49	0,002822679	0,0002076	9,18E-06	7,70042E-06	0,000206	14	$ 69,99	0,000206113						
21	17	26/jan/01	113,92	0,031043533	0,0284284	0,02823	0,023687182	0,023886	15	$ 70,01	0,000206113						
22	18	29/jan/01	114,71	0,006934691	0,0043196	0,004121	0,003457997	0,003656	16	$ 70,02	0,000206113						
23	19	30/jan/01	116,337	0,014183593	0,0115685	0,01137	0,009540387	0,009739	17	$ 70,03	0,000206113						
24	20	31/jan/01	111,737	-0,039540301	-0,042155	-0,04235	-0,035538121	-0,03534	18	$ 70,05	0,000206113						
25	21	01/fev/01	113,783	0,018310855	0,0156958	0,015497	0,013003479	0,013202	19	$ 70,06	0,000206113						
26	22	02/fev/01	110,011	-0,033150822	-0,035766	-0,03596	-0,030176853	-0,029978	20	$ 70,08	0,000206113						
27	23	05/fev/01	111,957	0,01768914	0,0150741	0,014876	0,012481812	0,01268	21	$ 70,09	0,000206113						
28	24	06/fev/01	113,922	0,017551381	0,0149363	0,014738	0,012366222	0,012565	22	$ 70,11	0,000206113						
29	25	07/fev/01	116,769	0,024990783	0,0223757	0,022177	0,018608456	0,018807	23	$ 70,12	0,000206113						
30	26	08/fev/01	113,962	-0,024038914	-0,026654	-0,02685	-0,022531257	-0,022333	24	$ 70,14	0,000206113						
31	27	09/fev/01	111,865	-0,01840087	-0,021016	-0,02121	-0,017800501	-0,017602	25	$ 70,15	0,000206113						
32	28	12/fev/01	114,761	0,025888348	0,0232733	0,023075	0,019361582	0,01956	26	$ 70,16	0,000206113						
33	29	13/fev/01	113,613	-0,010003398	-0,012618	-0,01282	-0,010754372	-0,010556	27	$ 70,18	0,000206113						
34	30	14/fev/01	114,961	0,011864839	0,0092497	0,009051	0,007594773	0,007793	28	$ 70,19	0,000206113						
35	31	15/fev/01	116,639	0,014596254	0,0119812	0,011783	0,009886641	0,010085	29	$ 70,21	0,000206113						
36	32	16/fev/01	114,861	-0,015243615	-0,017859	-0,01806	-0,015151319	-0,014953	30	$ 70,22	0,000206113						
37	33	20/fev/01	111,365	-0,030436789	-0,033052	-0,03325	-0,027899569	-0,027701	31	$ 70,24	0,000206113						
38	34	21/fev/01	107,38	-0,035783235	-0,038398	-0,0386	-0,032385651	-0,032187	32	$ 70,25	0,000206113						
39	35	22/fev/01	108,768	0,012926057	0,010311	0,010113	0,008485217	0,008684	33	$ 70,27	0,000206113						
40	36	23/fev/01	103,874	-0,044994851	-0,04761	-0,04781	-0,040114911	-0,039916	34	$ 70,28	0,000206113						
41	37	26/fev/01	105,173	0,012505536	0,0098904	0,009692	0,008132366	0,008331	35	$ 70,30	0,000206113						
42	38	27/fev/01	102,466	-0,025738545	-0,028354	-0,02855	-0,023957379	-0,023759	36	$ 70,31	0,000206113						
43	39	28/fev/01	99,7793	-0,026220405	-0,028835	-0,02903	-0,024361696	-0,024163									
44	40	01/mar/01	105,922	0,061562869	0,0589478	0,058749	0,049295268	0,049494									
45	41	02/mar/01	102,176	-0,035365646	-0,037981	-0,03818	-0,032035262	-0,031837									
46	42	05/mar/01	104,783	0,025514798	0,0228997	0,022701	0,019048145	0,019247									
47	43	06/mar/01	105,872	0,010392907	0,0077778	0,007579	0,006359708	0,006558									
48	44	07/mar/01	107,42	0,01462143	0,0120063	0,011808	0,009907765	0,010106									
49	45	08/mar/01	106,341	-0,010044684	-0,01266	-0,01286	-0,010789014	-0,010591									
50	46	09/mar/01	99,1701	-0,067433069	-0,070048	-0,07025	-0,058942313	-0,058744									
51	47	12/mar/01	95,3747	-0,038271616	-0,040887	-0,04109	-0,034473596	-0,034275									
52	48	13/mar/01	98,2712	0,030369689	0,0277546	0,027556	0,023121775	0,02332									
53	49	14/mar/01	94,8453	-0,034861689	-0,037477	-0,03768	-0,031612403	-0,031414									
54	50	15/mar/01	95,4446	0,006318711	0,0037036	0,003505	0,002941141	0,00314									
55	51	16/mar/01	89,9912	-0,05713681	-0,059752	-0,05995	-0,050302954	-0,050105									
56	52	19/mar/01	92,4881	0,027746046	0,025131	0,024933	0,020920335	0,021119									
57	53	20/mar/01	88,1933	-0,046436244	-0,049051	-0,04925	-0,041324351	-0,041126									
58	54	21/mar/01	88,9724	0,008834004	0,0062189	0,006021	0,005051668	0,00525									
59	55	22/mar/01	88,9924	0,000224789	-0,00239	-0,00259	-0,002172131	-0,001974									
60	56	23/mar/01	93,397	0,049494114	0,046879	0,046681	0,039168648	0,039367									
123	119	22/jun/01	112,87	0,002397869	-0,000217	-0,00042	-0,000348749	-0,00015									
124	120	25/jun/01	112,65	-0,001949145	-0,004564	-0,00476	-0,00399623	-0,003798									
125	121	26/jun/01	113,04	0,003462051	0,000847	0,000649	0,000544182	0,000743									
126																	

As colunas A-D (ocultamos algumas linhas) dão os preços diários reais e retornos da MSFT durante o período Janeiro-Junho de 2001.

Passo #02: Na célula K2 determinamos a taxa livre de risco diária (0,05/252 = 0,0001984).

Passo #03: Na célula M2 calculamos a quantia que devemos reduzir cada retorno porcentual diário para neutralizar o risco de nossa distribuição.

=D2 – K2

Passo #04: Copiando a fórmula de E5 para E125:

=D5 - $M$2

Criamos na coluna E nossos retornos porcentuais diários neutralizados pelo risco.

Passo #05: De uma maneira simples geramos agora a evolução do preço da MSFT durante a duração da opção (36 dias de trading) e avaliamos a opção como o valor médio dos fluxos de caixa descontados da opção. Nas células K5:K58 geramos os retornos porcentuais diários copiando a fórmula:

=RiskDuniform(AdjRNreturns)

De K5 para K6:K42. Note que o intervalo AdjRNreturns é E5:E125.

Passo #06: Copiando a fórmula de J7 para J8:J42

=(1+K6)*J6

Geramos os preços da MSFT durante os próximos 36 dias.

Passo #07: Na célula J3 listamos os preços de exercício para as nossas três opções

=RiskSimtable({65,70,75}).

Passo #08: Na célula J4 calculamos o fluxo de caixa descontado da opção com a fórmula:

(1/(1+I2)^36)*SE(H42>$L$3;H42-$L$3;0)

Passo #09: Após rodar 3 simulações (porque o RiskSimtable contém três preços de exercício possíveis) e selecionar a célula J4 como noss célula de saída obtemos os seguintes preços estimados para as três opções *call*:

	N	O	P	Q
11				
12	Preço EX	Sim#	Média	Preço Real
13	$ 65,00	1	$ 7,06	$ 7,50
14	$ 70,00	2	$ 4,22	$ 4,20
15	$ 75,00	3	$ 3,23	$ 2,00

Figura 10.22.**4**

Calibrando a Neutralização do Risco com os Preços de Mercado

Na planilha **calibrateMSFT** calibramos nossa distribuição de risco neutro aos preços de mercado reais.

Passo #01: Nas células F5:F125 calculamos o desvio da nossa probabilidade neutralizada pelo risco da média copiando de F5 para F6:F125 a fórmula:

=E5 - $E$2.

Passo #02: Na célula F1 entramos com um "fator comprimido" trial . Um fator comprimido de k significa que faremos a variação porcentual da MSFT para aquele cenário igual a:

(Risco diário – taxa livre) + k*(desvio da coluna F) (1)

A escolha k < 1 comprime os desvios e reduz a variabilidade. Uma escolha de k < 1 ocorrerá quando a volatilidade implícita < volatilidade histórica. Uma escolha de K > 1 ocorrerá quando a volatilidade implícita > volatilidade histórica.

Passo # 03: Nas células G5:G125 calculamos o desvio comprimido copiando a fórmula de G5 para G6:G125:

=F5*$F$1.

Passo #04: Nas células H5:H125 calculamos o retorno porcentual comprimido para o dia copiando a fórmula de H5 para H6:H125:

=$E$2+G5

Passo #05: Na coluna K calculamos os retornos porcentuais diários mudando a fórmula para

=RiskDuniform(AdjRNreturns).

O intervalo AdjRNreturns é H5:H125.

Passo #06: Em I4:K4 calculamos o fluxo de caixa descontado de cada opção *call* copiando a fórmula de I4 para J4:K4:

=(1/(1+$K$2)^36)*SE($J42>I$3;$J42-I$3;0)

Passo #07: Nas células I5:K5 calculamos o fluxo de caixa descontado médio para cada opção copiando a fórmula de I5 para J5:K5:

=RiskMean(I4)

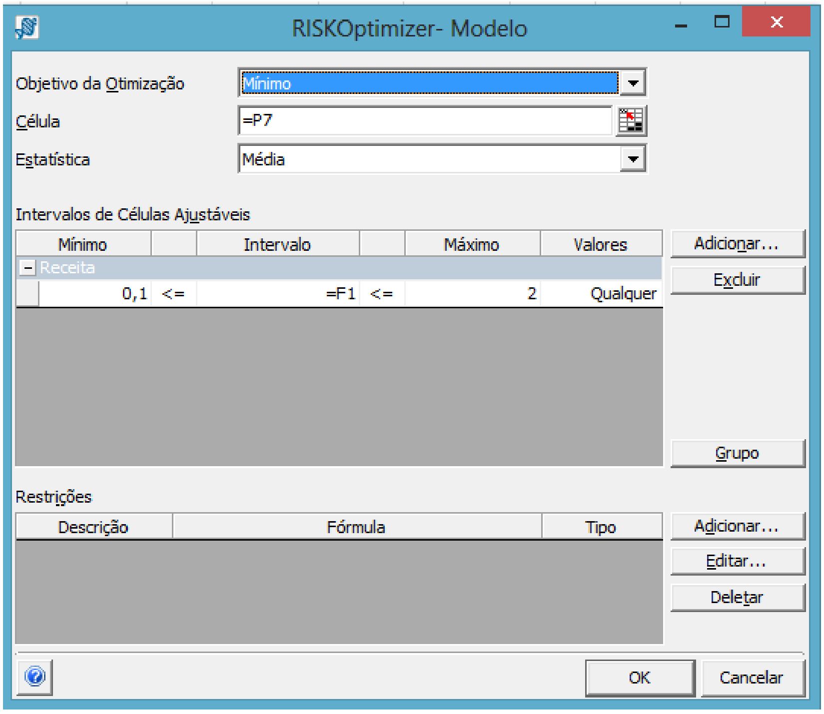
Passo #08: Em I6:K6 entramos com o preço real das três opções. Em I7:K7 calculamos o erro porcentual quadrático baseado no nosso preço estimado da opção e o preço real da opção. Para fazer isto copiamos a fórmula de I7 para J7:K7:

=(100*(I5-I6)/I6)^2

Passo #09: Em M7 calculamos a soma dos nossos erros estimados quadráticos com a fórmula:

=SOMA(I7:K7)

Passo #10: Usamos agora o RISKOptimizer para determinar o valor de k que minimiza a soma dos nossos erros porcentuais estimados quadráticos. Nossa caixa de diálogo:



Escolhemos o fator comprimido (célula F1) para ficar entre 0 e 2 e minimizamos a soma dos nossos erros quadráticos estimados. Encontramos o fator comprimido apropriado como sendo 0,83 e obtivemos os seguintes preços de opção:

	N	O	P	Q
12	Preço Ex	Sim#	Média	Preço real
13	$ 65,00	1	$ 6,92	$ 7,50
14	$ 70,00	2	$ 4,06	$ 4,20
15	$ 75,00	3	$ 2,00	$ 2,00

Note que sub estimamos os preços da *call* $ 65 e $ 70 mas sobre estimamos o preço da *call* $ 75.

Nota

É claro, a grande questão é se ou não baseado no trading os preços da opção estimados por este método levariam a excessos de retornos significativos (após ajustar o risco). Por exemplo, se comprarmos opções para as quais nosso preço exceder o preço de mercado por digamos 20% e vendermos opções para as quais nosso preço é menor que o preço real de mercado por mais que 20%, faríamos um lucro significativo?

10.23 - Uma Opção para Iniciar e Encerrar as Operações de uma Mina de Ouro

Vamos adicionar à complexidade da situação da mina de ouro assumindo que durante cada ano que a mina estiver aberta exista um custo fixo para operar a mina (este custo é incorrido mesmo se nenhum ouro for extraído). Se a mina estiver aberta no início do ano, podemos fechá-la (o fechamento da mina incorre em custos de fechamento). Se a mina estiver fechada no início do ano, podemos abri-la (a abertura da mina incorre em custos de abertura). Como avaliamos o preço deste tipo de situação? A chave é perceber que precisamos de três redes: uma rede de preço, uma rede para rastrear o valor de cada combinação de preço no tempo quando a mina for encerrada no início do ano, e uma rede para rastrear o valor de cada combinação de preço no tempo quando a mina for aberta no início do ano. Aqui estão as especificidades do nosso exemplo

EXEMPLO 10.23.1

O preço atual do ouro é $ 400. A taxa livre de risco é 10% e a volatilidade anual para as variações de preços do ouro é 30%. Os preços do ouro são assumidos seguirem uma variável aleatória lognormal. Cada ano que a mina estiver aberta um custo fixo de $ 1 milhão é incorrido. **Este custo é incorrido mesmo se nenhum ouro for extraído durante o ano**. Se abrirmos a mina um custo de $ 2 milhões é incorrido. Se fecharmos a mina um custo de $ 1,5 milhões é incorrido. Durante o ano corrente e a cada um dos próximos dez anos podemos, se a mina estiver aberta, extrair até 10.000 onças de ouro a um custo variável de $ 250 por onça. Qual é o valor desta situação?

SOLUÇÃO

Nosso trabalho está no arquivo **Cap 50.xls**. Comecemos por gerar os preços possíveis do ouro de maneira usual. Figura 10.23.1

	A	B	C	D	E	J	K	L
1	**Opção para**							
2	**Iniciar e Encerrar**							
3	Preço atual	$ 400,00		fc	1,00E+06			
4	Preço de exercício	$ 50,00		shutc	$ 1.500.000,00			
5	r	0,1		startc	$ 2.000.000,00			
6	sigma	0,3		extc	$ 250,00			
7	t	20		df	0,909090909			
8	deltat	1		rate	10000			
9	u	1,349858808						
10	d	0,740818221						
11	a	1,105170918						
12	p	0,598240421						
13	q	0,401759579						
14		**Tempo**						
15	**Preços do Ouro**	0	1	2	3	8	9	10
16	0	$ 400,00	$ 539,94	$ 728,85	$ 983,84	$ 4.409,27	$ 5.951,89	$ 8.034,21
17	1		$ 296,33	$ 400,00	$ 539,94	$ 2.419,86	$ 3.266,47	$ 4.409,27
18	2		-	$ 219,52	$ 296,33	$ 1.328,05	$ 1.792,68	$ 2.419,86
19	3		-	-	$ 162,63	$ 728,85	$ 983,84	$ 1.328,05
20	4		-	-	-	$ 400,00	$ 539,94	$ 728,85
21	5		-	-	-	$ 219,52	$ 296,33	$ 400,00
22	**6**					$ 120,48	$ 162,63	$ 219,52
23	**7**					$ 66,12	$ 89,25	$ 120,48
24	8					$ 36,29	$ 48,98	$ 66,12
25	9					-	$ 26,88	$ 36,29
26	10					-	-	$ 19,91

Figura 10.23.**1**

A seguir calculamos o valor descontado esperado de estar em cada uma das situações de preço no tempo quando a mina for fechada no início do Ano 10. Se a mina for encerrada no início do Ano 10 temos 2 escolhas: não fazer nada e ganharmos $ 0 ou iniciar as operações da mina, incorrendo um custo fixo e explorarmos 10.000 onças de ouro. Assim o valor de cada combinação de preço no tempo quando a mina for encerrada no início do Ano 10 pode ser calculado copiando a fórmula de **L28** para o intervalo **L29:L38**:

=MÁXIMO((L16-extc)*rate-startc-fc;0)

Ver Figura 10.23.2. Note também que temos usado nomes para os intervalos de células E3:E8 que estão especificados no intervalo D3:D8.

	A	B	C	D	E	J	K	L
28	0	$19.292.843,18	$ 29.741.423,50	$ 42.736.676,13	$ 57.486.486,13	$ 121.326.528,31	$ 110.635.824,25	$ 74.842.147,69
29	1	_	$ 8.536.462,97	$ 13.604.936,67	$ 21.535.967,77	$ 61.363.184,85	$ 56.801.092,38	$ 38.592.705,52
30	2	_	_	$ 3.114.017,16	$ 5.181.566,33	$ 28.454.604,22	$ 27.255.965,10	$ 18.698.589,86
31	3	_	_	_	$ 810.426,11	$ 10.393.992,25	$ 11.041.255,46	$ 7.780.467,69
32	4	_	_	_	_	$ 1.165.173,36	$ 2.142.434,13	$ 1.788.475,20
33	5	_	_	_	_	$ -	$ -	$ -
34	6	_	_	_	_	$ -	$ -	$ -
35	7	_	_	_	_	$ -	$ -	$ -
36	8	_	_	_	_	$ -	$ -	$ -
37	9	_	_	_	_	_	$ -	$ -
38	10	_	_	_	_	_	_	$ -
39								

Depois calculamos o valor descontado esperado de estar em cada uma das situações de preço no tempo quando a mina for aberta no início do Ano 10. Se a mina for aberta no início do Ano 10 temos 2 escolhas: não explorar e simplesmente incorrer no custo fixo da operação ou explorar as 10.000 onças. Note que fechando o custo seria mais do que deixar a mina aberta e não explorando então não faz sentido fechar a mina nesta situação. Copiando a fórmula de L41 para L42:L51:

=MÁXIMO((L16-extc)*rate-fc;-fc)

Calculamos o valor descontado esperado de estar em cada preço com a mina aberta no início do Ano 10. Ver Figura 10.23.3

	A	B	C	D	E	J	K	L
40	Movimento para baixo	**valor se abrir**						
41	0	$20.779.582,72	$ 31.741.423,50	$ 44.736.676,13	$ 59.486.486,13	$ 123.326.528,31	$ 112.635.824,25	$ 76.842.147,69
42	1	_	$ 8.260.010,72	$ 15.090.863,87	$ 23.535.967,77	$ 63.363.184,85	$ 58.801.092,38	$ 40.592.705,52
43	2	_	_	$ 1.614.017,16	$ 4.902.889,90	$ 30.454.604,22	$ 29.255.965,10	$ 20.698.589,86
44	3	_	_	_	$ (689.573,89)	$ 12.393.992,25	$ 13.041.255,46	$ 9.780.467,69
45	4	_	_	_	_	$ 2.522.771,54	$ 4.142.434,13	$ 3.788.475,20
46	5	_	_	_	_	$ (1.500.000,00)	$ (630.035,63)	$ 500.000,00
47	6	_	_	_	_	$ (1.500.000,00)	$ (1.500.000,00)	$ (1.000.000,00)
48	7	_	_	_	_	$ (1.500.000,00)	$ (1.500.000,00)	$ (1.000.000,00)
49	8	_	_	_	_	$ (1.500.000,00)	$ (1.500.000,00)	$ (1.000.000,00)
50	9	_	_	_	_	_	$ (1.500.000,00)	$ (1.000.000,00)
51	10	_	_	_	_	_	_	$ (1.000.000,00)

A seguir calculamos o valor de cada situação de preço para anos antes do ano final dado que a mina estava fechada no começo do ano. Note que temos 2 escolhas. Primeiro, podemos abrir a mina e extrair 10.000 onças de ouro. Durante o ano corrente esta ação incorre num custo de start up e custo fixo como também lucro da extração.

Se estivermos no início do Ano t e tiverem sido realizados j movimentos para baixo então com probabilidade p ganharemos um lucro do início do Ano t+1 com j movimentos para baixo e uma abertura da mina e com probabilidade q de lucramos no início do Ano t+1 com j+1 movimentos para baixo e uma abertura da mina. Segundo, podemos deixar a mina fechada e não lucrarmos durante o ano corrente. Se estivermos no início do Ano t e tiver tido j movimentos para baixo com probabilidade p lucraremos no início do Ano t+1 com j movimentos para baixo e um fechamento da mina com probabilidade q lucraremos no início do Ano t+1 com j+1 movimentos para baixo e um fechamento da mina. Copiando a fórmula da célula K28 para o intervalo B28:K38:

=SE($A28>K$15;"_";MÁXIMO((K16-extc)*rate-startc+df*(p*L41+q*L42)-fc;df*(p*L28+q*L29)))

Calcula o valor descontado esperado de cada situação de preço quando a mina for fechada no início de um ano.

A seguir calculamos o valor de cada situação de preço para anos antes do final do ano dado que a mina esteja aberta no início do ano. Note que temos três escolhas.

Primeiro, devemos manter a mina aberta durante o ano corrente e extrair 10.000 onças. Durante o ano corrente esta ação incorre num custo fixo e lucra com a extração. Se estivermos no início do Ano t e houver tido j movimentos para baixo com probabilidade p lucraremos no início do Ano t + 1 com j movimentos para baixo e abriremos a mina e com probabilidade q lucraremos do início do Ano t+1 com j+1 movimentos para baixo e uma abertura da mina.

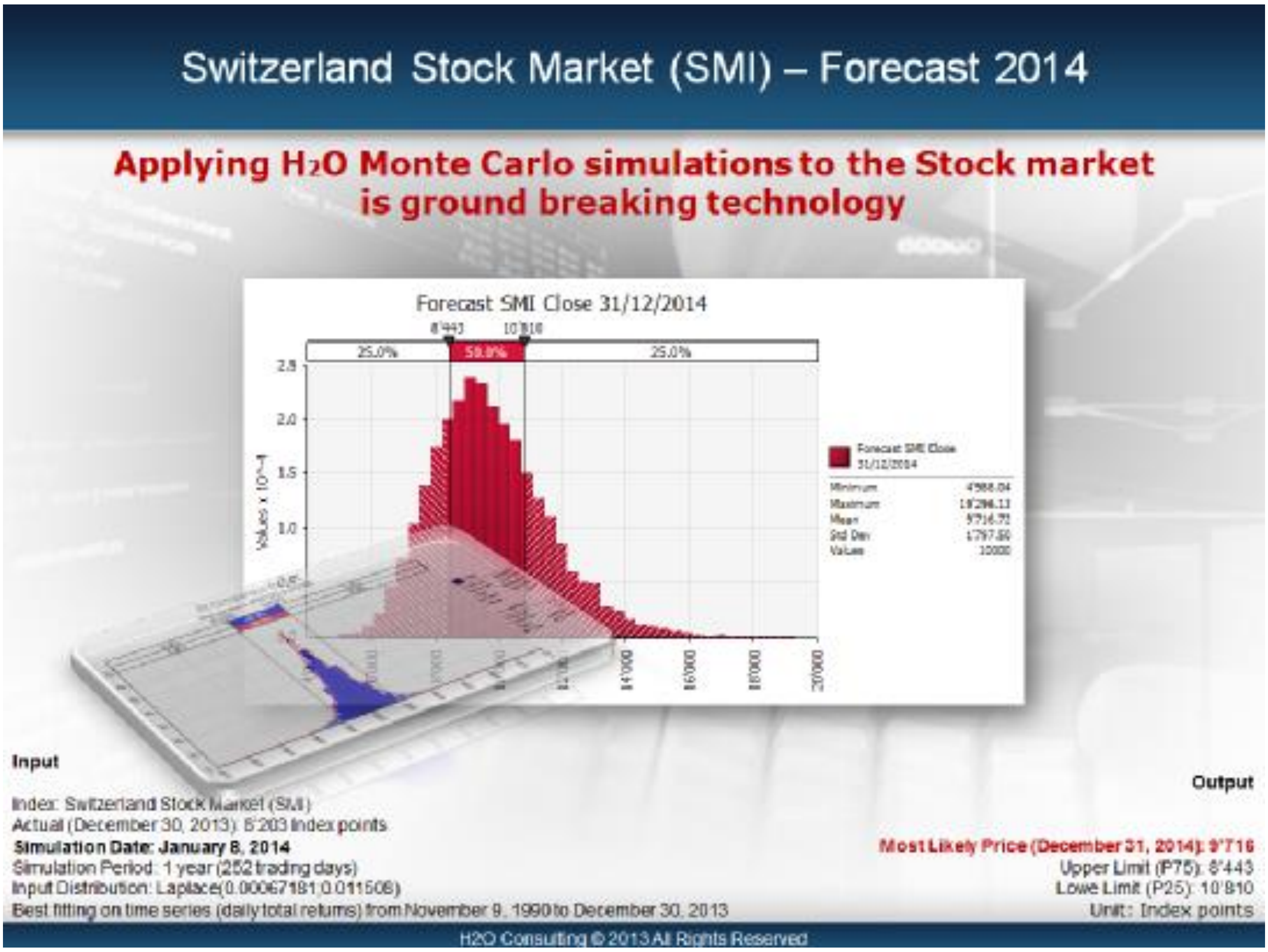
Segundo, podemos manter a mina aberta durante o ano corrente e não realizar extração. Isto incorre num custo fixo durante o ano corrente e se estivermos no início do Ano t e tiver existido j movimentos para baixo então com probabilidade p lucraremos do início do Ano t+1 com j movimentos para baixo e uma abertura da mina e com probabilidade q lucraremos do início do Ano t+1 com j+1 movimentos para baixo e uma abertura da mina.

Terceiro, devemos fechar a mina durante o ano corrente. Isto incorre num custo de fechamento durante o ano corrente e se estamos começando o Ano t e existirem j movimentos para baixo então com probabilidade p lucraremos do início do Ano t+1 com j movimentos para baixo e um fechamento da mina e com probabilidade q lucraremos do início do Ano t+1 com j+1 movimentos e um fechamento da mina. Assim copiando a fórmula:

=SE($A41>K$15;"_";MÁXIMO((K16-extc)*rate-fc+df*(p*L41+q*L42);-fc+df*(p*L41+q*L42);-shutc+df*(p*L28+q*L29))

De K41 para o intervalo B41:K51, calcula-se o valor descontado esperado de cada situação de preço quando a mina for aberta no início do ano.

Encontramos que se a mina estiver fechada no Tempo 0 o valor da situação é $ 19.292.843. Se a mina estiver aberta no Tempo 0 o valor da situação é $ 20.792.843.



Glossário

arbitragem A compraa de título em um Mercado para imediata revenda em outro a fim de lucrar com a discrepância de preços.

assumption Um valor estimado ou entrada numa planilha modelo.

bandas de certeza Num *trend chart*, um gráfico descritivo de um intervalo particular de certeza para cada forecast.

CDF função de distribuição acumulada, que dá a probabilidade de que uma variável cairá num (ou abaixo de um) dado valor.

Célula forecast A fórmula de célula que foi definida como um forecast e se refere diretamente ou indiretamente às células assumption.

Célula assumption Uma célula de valor num modelo de planilha que foi definida como uma distribuição de probabilidade usando a Galeria de Distribuições do Crystal Ball.

célula fórmula Uma célula que contém uma fórmula matemática.

célula valor Uma célula que contém um único valor numérico.

Coeficiente de variabilidade também **coeficiente de variância** ou **coefficient of variação** Uma medida da variação relativa que relaciona o desvio padrão à média. Resultados podem ser representados em porcentagens para propósitos de comparação.

distribuição de probabilidade contínua Uma distribuição de probabilidade que descreve um conjunto de valores sem interrupções dentro de um intervalo. Em contraste à distribuição Discreta a distribuição Contínua assume que haja um número infinito de valores possíveis.

correlação No Crystal Ball, uma dependência que existe células assumption.

Coeficiente de correlação Um número entre −1 e 1 que especifica matematicamente o grau de correlação positive ou negative entre células assumption. Uma correlação de 1 indica uma correlação positive perfeita, −1 indica uma correlação negative perfeita, e 0 indica que não há correlação.

curtose A medida do grau de achatamento de uma curva. Uma curva de distribuição normal tem uma curtose de 3.

Variável de decisão Uma variável do Crystal Ball no seu modelo que pode ser controlada por você.

definição forecast O nome forecast e os parâmetros atribuídos a uma célula numa caixa de diálogo do Crystal Ball.

desvio padrão A raiz quadrada da variância para uma distribuição. Uma medida da variabilidade de uma distribuição, i.e., a dispersão dos valores ao redor da média.

distribuição de frequência Um diagrama que resume graficamente uma lista de valores subdividindo-os em grupos e mostrando suas freqüências de contagens.

distribuição de frequência acumulada Um diagrama que mostra o número ou proporção (ou porcentagem) de valores menores que ou iguais a uma dada quantidade.

distribuição de probabilidade também distribuição Um conjunto de todos os eventos possíveis e suas probabilidades associadas.

distribuição de probabilidade discreta A distribuição de probabilidade que descreve distinct valores, geralmente inteiros, com nenhum valor intermediário. Em contraste, a distribuição contínua ssume que existem infinitos números de valores possíveis.

dominant Uma relação entre distribuições em que um dos valores da distribuição para todos os níveis de percentís são maiores que os outros. (ver também *Subordinate*)

erro padrão médio O Desvio Padrão da distribuição das possíveis médias amostrais. Esta estatística dá uma indicação de quão precisa é a simulação.

forecast Um resumo estatístico das assumptions numa planilha modelo, saída numérica ou gráfica.

fórmula forecast Uma fórmula que foi definida como uma célula forecast.

frequência também **freqüência de contagem** O número de vezes que um valor ocorre num grupo de intervalo.

gerador de número randômico Um método implementado num programa de computador que é capaz de produzir uma série de números randômicos, independentes.

goodness-of-fit Um conjunto de testes maytemáticos realizados para encontrar o melhor ajuste entre uma distribuição de probabilidade padrão e um conjunto de dados.

grabber also **certainty grabber** and **truncation grabber** Um controle que deixa você usar o mouse para mudar valores e configurações.

Intervalo complete entire range A distância linear do mínimo valor forecast valor ao máximo valor forecast valor.

intervalo de certeza A distância linear para o conjunto de valores entre as presilhas de certeza num diagrama forecast.

interval group Um sub interval de uma distribuição que permite valores similares serem agrupados e dada uma frequência de contagem.

intervalo mostrado (display range) A distância linear para o conjunto de valores mostrados no diagrama forecast.

iteração também **trial** Um processo de três passos no qual o Crystal Ball gera números randômicos para as células assumption, recalcula a planilha modelo(s), e mostra os resultados num Forecast Chart.

Latin hypercube sampling No Crystal Ball, um método de amostragem que divide umadistribuição de probabilidade da assumption em intervalos de iguais probabilidades. O número de intervalos corresponde à opção Minimum Sample Size disponível no diálogo Run Preferences.

Um número randômico é então gerado para cada intervalo. Comparado com a amostragem de Monte Carlo convencional, a amostragem Latin hypercube é mais precisa porque o intervalo todo da distribuição é experimentado de uma maneira muito mais consistente. O aumento da precisão deste método é conseguida às custas de uma exigência de memória adicionada para assegurar a completa amostra Latin hypercube para cada assumption.

média A familiar media aritmética de um conjunto de observações: a soma das observações dividida pelo número de observações.

mediana O valor médio (em termos de ordem) entre o menor valor possível e o maior valor posssível.

memória virtual Memória que usa seu espaço do hard drive para guardar informação depois que você esgotar a RAM (*randômica access memory*). A memória virtual suplemnenta sua RAM (*randômica access memory*).

moda Aquele valor que, se existir, ocorre mais frequentemente num conjunto de dados. Numa distribuição de probabilidade contínua, a moda é o número sobre o eixo horizontal que fica debaixo do ponto mais alto sobre a curva pdf. Numa distribuição de probabilidade discreta, a moda é o valor tendo a maior probabilidade de ocorrência.

modelo determinístico Outro nome para um modelo de planilhaque conduz a resultados de valor único.

modelo probabilístico Um sistema cuja saída é uma distribuição do valores possíveis. No Crystal Ball, este sistema inclui uma planilha modelo (contendo as relações matemáticas), distribuições de probabilidades, e um mecanismo para se determinar o efeito combinado das distribuições de probabilidades sobre a saída do modelo (Simulação de Monte Carlo).

modelo de sensibilidade O efeito total que uma variação numa célula assumption produz numa célula forecast. Este efeito é somente determinado pelas fórmulas no modelo de planilha.

nível de certeza The percentage of valores in the certainty range compared to the número of valores in the entire output distribuição.

opção rainbow Uma opção cujo valor depende de mais do que uma fonte de incerteza.

PDF Função densidade de probabilidade (Probability density function) que representa a probabilidade de que um intervalo de variável infinitamente pequeno cairá num dado valor.

probabilidade (Classical Theory) A chance de um evento.

número randômico Um valor selecionado matematicamente que é gerados (por uma fórmula ou selecionado de uma tabela) para adequar-se a uma distribuição de probabilidade.

range A diferença entre o maior e o menor valor num conjunto de dados.

rank correlation também **Spearman's rank correlation** Um método segundo o qual o Crystal Ball troca os valores assumption com seu valor com sua posição de valor mais baixo até o valor mais alto usando os inteiros 1 a *N* prior para calcular o coeficiente de correlação. Este método permite os tipos de distribuição serem ignorados quando se correlaciona as assumptions.

Opção real Uma opção envolvendo um ativo real.

Probabilidade relativa também frequência relativa Um valor, não necessariamente entre 0 e 1, que indica a probabilidade quando usada numa proporção.

reverse cumulative frequency distribuição Um gráfico que mostra o número ou proporção (ou percentagem) dos valores maiores que ou iguais a uma dada quantia.

risco A incerteza ou variabilidade dos resultados de algum evento ou decisão.

seed valor O primeiro número numa sequência de números randômicos. Um dado valor semente produz a mesma sequência de números randômicos toda vez que você executar uma simulação.

sensitivity The amount of incerteza numa célula forecast que é resultante de ambas as incertezas (distribuição de probabilidade) e sensibilidade do modelo de uma célula assumption.

sensitivity analysis The computation of a forecast cell's sensitivity com respect to the células assumption.

simulação de Monte Carlo Um Sistema que usa números randômicos para medir os efeitos de incerteza numa planilha modelo.

skewed Uma distribuição assimétrica.

skewed, negatively Uma distribuição em que a maioria dos valores ocorrem no limite superior do intervalo.

skewed, positively Uma distribuição em que a maioria dos valores ocorrem no limite inferior do intervalo.

skewness A medida do grau de desvio de uma curva da normal de uma distribuição assimétrica. Quanto maior o grau de skewness, mais os pontos da curva caem para o lado do pico da curva. Uma curva de distribuição normal, não tem skewness, é simétrica.

planilha modelo Qualquer planilha que representa um Sistema real ou hipotético ou conjunto de relações.

preço de exercício O acordo contractual em que o ativo subjacente pode ser transacionado num contrato de opção.

subordinate Uma relação entre distribuições em que um dos valores da distribuição para todos os níveis de percentís estão abaixo dos outros. (ver também **Dominant**)

título derivativo Um instrumento financeiro cujo preço é derivado de um outro título financeiro.

trial also **iteração** Um processo de três passos no qual o Crystal Ball gera números randômicos para as células assumption, recalcula a planilha modelo(s), e mostra os resultados num Forecast Chart.

trial quando usada para descrever um parâmetro em certas distribuições de probabilidades. O número de vezes em que um dado experimento é repetido.

truncamento A especificação de um limite superior, de um limite inferior, ou ambos num intervalo de valores a ser gerado de uma assumption do Crystal Ball.

valor forecast também **trial** Um valor calculado pela fórmula forecast durante uma iteração. Estes valores são mantidos numa lista para cada forecast, e são resumidos graficamente num diagrama forecast e numericaamente nas estatísticas descritivas.

variável Uma quantidade que pode assumer quaisquer um dos valores de um conjunto de valores e é usualmente referenciada por meio de uma fórmula.

variância O quadrado do desvio padrão; i.e., a media dos quadrados dos desvios de um número de observações do seu valor médio. A variância pode também ser definida como uma medida da dispersão, ou espalhamento, de um conjunto de valores ao redor da média. Quando os valores estiverem p´roximos da media, a variância é pequena. Quando os valores estiverem bem espalhados ao redor da media, a variância é grande.

Referências

Ameriks, J., Veres, R., and Warshawsky,M. J., “Making Retirement Income Last a Lifetime”, *Journal of Financial Planning*, December 2001.

Ameur, H. B., L’Ecuyer, P., and Lemieux C. 1999. Variance Reduction of Monte Carlo and Randomized Quasi-Monte Carlo Estimators for Stochastic VolatilityModels in Finance.

In H. B. Nembhard, P. A. Farrington, D. T. Sturrock, and G. W. Evans, eds., *Proceedings of the Winter Simulation Conference*, IEEE, 336–343.

Amram, M., and N. Kulatilaka. 1999. *Real options: Managing strategic investment in an uncertain world*. Boston: Harvard Business School Press.

Andˇel, J. 2001. *Mathematics of Chance*, New York: John Wiley & Sons.

Arnold, B. C. 1983. *Pareto Distributions*, Fairland, M.: International Cooperative Publishing House.

Aspray, W. 1990. *John von Neumann and the origins of modern computing*. Cambridge, Mass.: MIT Press.

Avramidis, A. N., and Hyden, P. 1999. Efficiency Improvements for Pricing AmericanOptions with a Stochastic Mesh, in H. B. Nembhard, P. A. Farrington, D. T. Sturrock, and G. W. Evans, eds., *Proceedings of the Winter Simulation Conference*, IEEE, 344–350.

Avramidis, A. N., and J. R. Wilson. 1995. Correlation-induction techniques for estimating quantiles in simulação experiments. In *Proceedings of the 1995 Winter Simulation Conference*, C. Alexopoulos, K. Kang, W. R. Lilegdon, and D. Goldsman, eds., IEEE, Piscataway, N.J.

Avramidis, A. N., and J. R. Wilson. 1996. Correlation-induction techniques for estimating quantiles in simulação experiments. Technical Report, Department of Industrial Engineering, North Carolina State University, Raleigh, N.C.

Ayyangar, A. A. K. 1941. “The Triangular Distribution”, *Mathematics Student*, Vol.9: 85–87.

Barraquand, J., and Martineau D. 1995. Numerical valuation of high-dimensional multivariate American securities. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 30: 383–405.

Balakrishnan, N., 1991. *Handbook of the logistic distribuição*. New York: Marcel Dekker, Inc.

Bell, S. 1962. *Approximating the Normal Distribution with the Triangular*. Sandia Corporation Report No. 494.

Bengen, W. P. 1994. “Determining Withdrawal Rates Using Historical Data”, *Journal of Financial Planning*, October, pp. 14–24 (reprinted in 2004 Best of 25 Years series).

Bengen,W. P. 1996. “Asset Allocation for a Lifetime”, *Journal of Financial Planning*, August, pp. 58–66.

Bengen, W. P. 1997. Conserving Client Portfolios During Retirement, Part III. *Journal of Financial Planning*, December, pp. 84–97.

Bernardo, A. E., and B. Chowdry. 2002. “Resources, real options and corporate strategy”. *Journal of Financial Economics*, Vol. 63, No. 1 (January), 211–234.

Black, F., and M. Scholes. 1973. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, Vol. 81: 637–654.

Blattberg, R. C., Getz, G., and Thomas, J. S. 2001. *Customer Equity: Building and managing relationships as valuable assets*. Boston: Harvard Business School Press.

Bortkiewicz, L. von. 1898. *Das Gesetz der Kleinen Zahlen*. Leipzig: Teubner.

Bowman, E. H., and G.T. Moskowitz. 2001. Real options analysis and strategic decision making. *Organization Science*, 12, No. 6 (November/December): 772–777.

Boyle, P. P. 1977. Options: A Monte Carlo Approach. *Journal of Financial Economics*, Vol. 4: 322–338.

Brabazon, T. 1999. Real options: Valuing flexibility in capital investment decisions. *Accountancy Ireland*, 31, No. 6 (December): 16–18.

Bratley, P., B. L. Fox, and L. E. Schrage. *A Guide to Simulation*, 2nd ed., New York: Springer-Verlag, 1987.

Brealey, R. A., S. C. Meyers, and F. Allen, 2006. *Principles of corporate finance*, 8th ed. New York: McGraw-Hill.

Boyle, P., M. Broadie, and P. Glasserman. 1997. Monte Carlo methods for security pricing. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 21: 1267–1321.

Boyle P., M. Broadie, and P. Glasserman. 1995. Recent advances in simulação for security pricing. In C. Alexopoulos, K. Kang, W. R. Lilegdon, and D. Goldsman, ed., *Proceedings of the Winter Simulation Conference*, IEEE, 212–219.

Broadie, M., and P. Glasserman. 1997. Pricing American-style securities using simulação. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 21: 1323–1352.

Broadie, M., and P. Glasserman. 1996. Estimating security price derivatives using simulação. *Management Science*, Vol. 42, No. 2: 269–285.

Brown, L. (ed.). 2002. *Shorter Oxford English dictionary on historical principles*, NewYork: Oxford University Press.

Caflisch R. E., W. Morokoff, and A. B. Owen. 1997. Valuation of mortgage-backed securities using Brownian bridges to reduce effective dimension. *Journal of Computational Finance*, Vol. 1, No. 1: 27–46.

Campbell, J. A. 2002. Real options analysis of the timing of IS investment decisions. *Information and Management*, Vol. 39, No. 5 (March): 336–344.

Charnes, J. M. 2000. Using simulation for option pricing, in *Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference* (J. A. Joines, R. R. Burton, K. Kang, and P. A. Fishwick, eds), Orlando, Fla.

Charnes, J. M. 2002. Sharper estimates of derivative values. *Financial Engineering News*, June/July (no. 26): 6–8.

Charnes, J. M., and P. P. Shenoy. 2002. A forward Monte Carlo método for solving influence diagrams using local computation. *Management Science*.

Childs, P. D., S. H. Ott, and A. J. Triantis. 1998. Capital budgeting for interrelated projects: A real options approach. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, September.

Cooley, P. L., C. M. Hubbard, and D. T. Walz, 2003. Does international diversification increase the sustainable withdrawal rates from retirement portfolios. *Journal of Financial Planning*, pp. 74–80.

Copeland, T. 2001. The real options approach to capital allocation. *Strategic Finance*, Vol. 83, No. 4 (October): 33–37.

Copeland, T., and V. Antikarov. 2001. *Real options: A practitioner's guide*. New York: Texere Publishing Limited.

Cortazar, G. 2000. Simulation and numerical methods in real options valuation. Working Paper. Pontificia Universidad Catolica de Chile—General.

Covello, V.T., and J. Mumpower. 1985. Risk analysis and risk management: An historical perspective". *Risk Analysis*, Vol. 5, No. 2: 103–120.

D'Agostino, R. B., and M. A. Stephens, eds. 1986. *Goodness-of-fit techniques*. New York: Marcel Dekker.

Dangl, T. 1999. Investment and capacity choice under uncertain demand. *European Journal of Operational Research*, Vol. 117, No. 3 (September 16): 415–428. de Haan, L., and A. Ferreira. 2006. *Extreme value theory: An introduction*. New York: Springer.

Demirer, R., J. Charnes, and D. Kellogg. 2002. Influence Diagrams for Real Options Valuation. Submitted for publication.

Desai, A. M., and P. Tufano. 2002. Laura Martin: Real options and the cable industry. Harvard Business School Case and Teaching Paper Series, Case No.: 201–004, Teaching Note: 202–060 9.

Dixit, A. K., and R. S. Pindyck. 1994. *Investment under uncertainty*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Duffie, D. 1996. *Dynamic asset pricing theory*, 2nd ed. Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Dwyer, F. R. 1997. Customer lifetime valuation to support marketing decision making. *Journal of Direct Marketing*, Vol. 11, No. 4, Fall, 7–13.

Economides, N. 1999. Real options and the costs of the local telecommunications network. New York University, Center for Law and Business, Working Paper No. 99-007.

Elton, E. J., and M. J. Gruber. 1974. On the maximization of the geometric mean with lognormal return distribution. *Management Science*, Vol. 21, No. 4: 483–488.

Evans, M., N. Hastings, and B. Peacock. 1993. *Statistical Distributions*, 2nd ed. New York: John Wiley & Sons.

Falco, A., and J. D. Campo. 2001. Regulated investments and the valuation of capital investment strategies through a real options' approach. Working Paper, Universidad Cardenal Herrera CEU–Facultad de Ciencias Sociales y Juridicas and Universidad Complutense de Madrid–Departamento de Economia Financiera.

Fan, J. Q., and Q. W. Yao, 2003. *Nonlinear time series: Nonparametric and parametric methods*. New York: Springer.

Fishman, G. S. 2006. *A First Course in Monte Carlo*. Belmont, Calif.: Duxbury.

Freedman, D., R. Pisani, R. Purves, and A. Adhikari. 1991. *Statistics*, 2nd ed. New York: W. W. Norton.

Fu, M. C. 1995. Pricing of financial derivatives via simulation. In C. Alexopoulos, K. Kang, W. R. Lilegdon, andD. Goldsman, eds. *Proceedings of theWinter SimulationConference*, IEEE. 126–132.

Fu, M. C., and J. Q. Hu. 1995. Sensitivity analysis for Monte Carlo simulation of option pricing. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, Vol. 9, No. 3: 417–446.

Fu, M. C., S. B. Laprise, D. B. Madan, Y. Su, and R. Wu, 1999. Pricing American options: A comparison of Monte Carlo simulation approaches. U. Maryland, College Park, Md.

Gamba, A. 2002. "Real options valuation: A Monte Carlo simulation approach". Faculty of Management, University of Calgary, Working Paper No. 2002/3.

Geske, R., and H. E. Johnson. 1984. The American put option valued analytically. *The Journal of Finance*, Vol. 39, No. 5: 1511–1524.

Glasserman, P., *Monte Carlo methods in financial engineering*. New York: Springer-Verlag, 2004.

Glasserman P., and X Zhao. 1999. Fast greeks by simulation in forward LIBOR models. *Journal of Computational Finance*, Vol. 3, No. 1: 5–39.

Glover, F. 1977. Heuristics for integer programming using surrogate constraints. *Decision Sciences*, Vol. 8: 156–166.

Glover, F. 1997. Tabu search and adaptive memory programming—advances, applications and challenges. In Barr, Helgason and Kennington, eds. *Interfaces in computer science and operations research*, Kluwer Academic Publishers.

Grant D., G. Vora, and D. Weeks 1997. Path-dependent options: Extending the Monte Carlo simulation approach. *Management Science*, Vol. 43, No. 11: 1589–1602.

Gupta, A. K., and S. Nadarajah. 2004. *Handbook of beta distribution and its applications*, New York: Marcel Dekker, Inc.

Guyton, J. T. 2004. Decision rules and portfolio management for retirees: Is the "safe" initial withdrawal rate *too* safe? *Journal of Financial Planning*, October, 54–62.

Haenlein, M., A. M. Kaplan, and D. Schoder. 2006. Valuing the real option of abandoning unprofitable customers when calculating customer lifetime value. *Journal of Marketing*, Vol. 70 (July): 5–20.

Hardy, M. 2006. Simulating Value at Risk (VaR) and conditional tail expectation. *Financial Engineering News*, Vol. 47, February.

Herath, H. S. B., and C. S. Park. 1999. Economic analysis of R&D projects: An options approach. *Engineering Economist*, Vol. 44, No. 1: 1–35.

Herath, H. S. B., and C. S. Park. 2002. Multi-stage capital investment opportunities as compound real options. *Engineering Economist*, Vol. 47, No. 1: 1–27.

Hertz, D. B. 1968. Investment Policies That Pay Off, *Harvard Business Review*, Vol. 46: 96–108.

Ho, K., M. A. Milevsky, and C. Robinson. 1994. "Asset allocation, life expectancy and shortfall". *Financial Services Review*, Vol. 3, No. 2, pp. 109–126.

Holton, G. A. 2003. *Value at risk: Theory and practice*. San Diego, Calif.: Academic Press.

Huchzermeier, A., and C. H. Loch. 2001. Project management under risk: Using the real options approach to evaluate flexibility in R&D. *Management Science*, Vol. 47, No. 1 (January): 85–101.

Huisman, K. J. M., and P. M. Kort. 2000. Strategic technology adoption taking into account future technological improvements: A real options approach. Tilburg University Center for Economic Research Working Paper No. 52.

Hull, J. C. 1997. *Options, futures, and other derivatives*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.

Hull J., and A. White. 1993. Efficient procedures for valuing European and American path-dependent options. *Journal of Derivatives*, Fall: 21–31.

Hull, J., and A. White. 1987. The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *Journal of Finance*. Vol. 42, No. 2: 281–300.

Ibbotson Associates. 2006. *Stocks, bonds, bills, and inflation: 2005 yearbook*. Chicago: Ibbotson Associates.

Isaac, R. 1995. *The pleasures of probability*. New York: Springer-Verlag.

Jennergren, L. P. 2006. A Tutorial on the McKinsey Model for Valuation of Companies. Stockholm School of Economics Working Paper Series in Business Administration No. 1998:1, Fifth revision, February 20.

Johnson, N. L., A. W. Kemp, and S. Kotz, 2005. *Univariate discrete distributions, 3rd ed.* New York: John Wiley & Sons.

Johnson, N. L., S. Kotz, and N. Balakrishnan. 1994. *Continuous univariate distributions, 2nd ed.* New York: John Wiley & Sons.

Joy C., P. P. Boyle, and K. S. Tan. 1996. Quasi-Monte Carlo methods in numerical finance. *Management Science*, Vol. 42, No. 6: 926–938.

Kellogg, D., and J. Charnes. 2000. "Real-options valuation for a biotechnology company". *Financial Analysts Journal*, May/June, 76–84.

Kemna, A. G. Z., and A. C. F. Vorst. 1990. A pricing method for options based on average asset values. *Journal of Banking and Finance*, Vol. 14: 113–129.

Klein, E. 1967. *A comprehensive etymological dictionary of the English language*. Amsterdam: Elsevier Publishing Company.

Knuth, D. E. 1998. *The Art of Computer Programming, Third Edition*, Volume 2: Seminumerical Algorithms. Reading, MA: Addison-Wesley, 1998.

Koller, T.,M. Goedhart, and DWessels. 2005. *Valuation: Measuring and managing the value of companies, 4th ed.*, Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons.

Lander, D. M., and G. E. Pinches. 1998. Challenges to the practical implementation of modeling and valuing real options. *1998 Special Issue of The Quarterly Review Of Economics And Finance, Real Options: Developments and Applications*.

Law, A. M., and W. D. Kelton. 2000. *Simulation modeling and analysis, 3rd ed.* New York: McGraw-Hill.

Lemieux, C. and P. L'Ecuyer. 1998. Efficiency improvement by *lattice* rules for pricing Asiática options. In D. J. Medeiros, E. F. Watson, J. S. Carson and M. S. Mannivannan, eds., *Proceedings of the Winter Simulation Conference*. IEEE: 579–585.

Longstaff, F. A., and E. S. Schwartz. 1998. Valuing American options by simulation: A simple least-squares approach. UCLA Working Paper.

Luenberger, D. G. 1998. *Investment science*. New York: Oxford University Press.

Macrae, N. 1992. *John von Neumann: The scientific genius who pioneered the modern computer, game theory, nuclear deterrence, and much more*. New York: Pantheon Books.

Maguire, M. 2003. Wall street made me do it: A preliminary analysis of the major institutional investors in U.S. newspaper companies. *The Journal ofMedia Economics*, Vol. 16, No. 4: 253–264.

Mann, P. S. 2007. *Introductory Statistics, 6th ed.*, New York: John Wiley and Sons.

McDonald, R. L. 2006. *Derivatives markets, 2nd ed.* Boston, Mass.: Pearson Education, Inc.

McGill, J. I., and G. J. Van Ryzin. 1999. Revenue Management: Research Overview and Prospects, *Transportation Science*, Vol. 33, No. 2 (May): 233–256.

McKay, M. D., R. J. Beckman, and W. J. Conover. 1979. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, Vol. 21, No. 2, 239–245.

McNeil, A. J., R. Frey, and P. Embrechts, 2005. *Quantitative Risk Management: Concepts, techniques and tools*, Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Melicher, R. W., and E. A. Norton. 2006. *Finance: Introduction to institutions, investments, and management*, 12th ed. New York: John Wiley & Sons.

Metropolis, N. 1987. The beginning of theMonte Carlo method. *Los Alamos Science*, Special Issue (15): 125–130.

Metropolis, N., and S. Ulam. 1949. The Monte Carlo method. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 44, No. 247 (September), 335–341.

Microsoft Corporation. 2005. Random number generation, Article ID 86523 (Revision 1.3), obtained from http://support.microsoft.com/kb/. Accessed December 18.

Milevsky, M. A., K. Ho, and C. Robinson. 1997. Asset allocation via the conditional first exit time or how to avoid outliving your money". *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol. 9: 53–70.

Morokoff, W. J. 1998. Generating quasi-random paths for stochastic processes. *SIAM Review*, Vol. 40, No. 4, 765–788.

Mun, J. 2002. *Real options analysis*. New York: John Wiley & Sons.

Neter, J., W. Wasserman, and G. A. Whitmore. 1993. *Applied statistics*, 4th ed., Needham Heights, Mass.: Allyn and Bacon.

Niederreiter, H. 1988. Low discrepancy and low dispersion sequences. *Journal of Number Theory*, Vol. 30: 51–70.

Niederreiter, H., and J. Spanier, eds. 1998. *Monte Carlo and quasi-Monte Carlo methods*. New York: Springer.

Oppenheim, L. 1977. *Ancient Mesopotamia*. Chicago: University of Chicago Press.

Owen, A. B. 1998. Monte Carlo extension of quasi-Monte Carlo. In E. F. Watson, D. J. Medeiros, J. S. Carson, and M. S. Mannivannan, eds., *Procs. of the Winter Simulation Conference*. IEEE, 571–577.

Ore, O. 1960. Pascal and the invention of probability theory, *American Mathematical Monthly*, Vol. 67, No. 5 (May): 409–419.

Patel, J. K., and C. B. Read. 1996. *Handbook of the normal distribution*, 2nd ed., New York: Marcel Dekker.

Pawlina, G., and P. M. Kort. 2002. Strategic capital budgeting: Asset replacement under market uncertainty. *Proceedings of the EFMA 2002 London meetings*.

Pilopovi´c, D. 1998. *Energy risk*. New York: McGraw-Hill.

Pitman, J. *Probability*, New York: Springer-Verlag, 1993.

Prabhakar Murthy, D. N., X. Min, and R. Jiang. 2004. *Weibull models*. New York: John Wiley & Sons.

Priestley, M. B. 1981. *Spectral analysis and time series*. London: Academic Press.

Proctor, K. S., 2004. *Building financial models with Microsoft Excel: A guide for business professionals*. Hoboken, N.J.: Wiley Finance, 2004.

Pye, G. 2000. “Sustainable Investment Withdrawals”, *Journal of Portfolio Management*, Summer, pp. 73–83.

Quine, M. P., and E. Seneta, 1987. “Bortkiewicz’s Data and the Law of Small Numbers”, *International Statistical Review*, Vol. 55, 173–181.

Reichheld, F. F. 1996. *The Loyalty Effect: The hidden force behind growth, profits, and lasting value*, Boston: Harvard Business School Press.

Rejda, G. E. 2003. *Principles of risk management and insurance*, 8th ed. Boston: Addison- Wesley.

Rubinstein, M. 2006. *A history of the theory of investments: My annotated bibliography*. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons.

Rubinstein, R. Y. 1981. *Simulation and the Monte Carlo method*. New York: John Wiley & Sons.

Samuelson, Paul A. 1969. Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming. *Review of Economics and Statistics*, Vol. 51, No. 3 (August): 239–246.

Smith, J. E., and K. F. McCardle. 1999. Options in the realworld: Lessons learned in evaluating oil and gas investments. *Operations Research*, Vol. 47, No. 1 (January/February), 1–15.

Stein, M. 1987. Large sample properties of simulations using Latin Hypercube sampling. *Technometrics*, Vol. 29, 143–151.

Stephens, M. A. 1979. EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 69, No. 347 (September), 730–737.

Stephens, M. A. 1976. Asymptotic results for goodness of fit statistics with unknown parâmetros. *The Annals of Statistics*, Vol. 4, No. 2 (March), 357–369.

Tasche, D. 2002. Expected shortfall and beyond. *Journal of Banking and Finance*, Vol. 26, 1519–1533.

Taudes, A., M. Feurstein, and A. Mild. 2000. “Options analysis of software platform decisions: A case study”. *MIS Quarterly*, Vol. 24, No. 2 (June): 227–243.

Terry, R. 2003. The relation entre portfolio composition and sustainable withdrawal rates. *Journal of Financial Planning*, May, pp. 64–78.

Tezel, A. 2004. Sustainable Retirement Withdrawals, *Journal of Financial Planning*, July.

Tilley J. A. 1993. Valuing American options in a path simulation modelo. *Transactions of the Society of Actuaries*, Vol. 45: 83–104.

Treischmann J. S., R. E. Hoyt, and D. W. Sommer. 2005. *Risk Management and Insurance*, 12th ed. Thompson.

Trigeorgis, L. 1996. *Real options: Managerial flexibility and strategy in resource allocation.* Cambridge, Mass.: MIT Press.

Tsay, R. S. 2002. *Analysis of financial time series*. New York: John Wiley and Sons.

Tseng, C. L., and G. Barz. 2002. Short-term generation asset valuation: A real options approach. *Operations Research*, Vol. 50, No. 2 (March/April): 297–310.

Tyson, D. 1997. *Scrying for beginners: Tapping into the supersensory powers of your subconscious*. St. Paul, Minn.: Llewellyn Publications.

Uryasev, S. 2000. Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications. *Financial Engineering News*, Vol. 14 (February).

V´azquez-Abad, F. J., andD. Dufresne. 1998. Accelerated simulation for pricing Asiática options. In D. J. Medeiros, E. F. Watson, C. J. S. and M. S. Mannivannan, eds., *Proceedings of the Winter Simulation Conference*. IEEE. 1493–1500.

Vose, D. *Risk analysis: A quantitative guide*, 2nd ed. West Sussex, England: Wiley, 2000.

Wilmott, P. 1998. *Derivatives: The theory and practice of financial engineering*. West Sussex, England: Wiley.

Wilmott, P. 2000. *Paul Wilmott on quantitative finance*. West Sussex, England: Wiley.

Zhang, G. 2000. “Accounting information, capital investment decisions, and equity valuation: Theory and empirical implications”. *Journal of Accounting Research*, Vol. 38, No. 2, 271–295.

APÊNDICE 01 – Como Fazer Tabela de Dados no Excel

As tabelas de dados são maneiras do Excel fazer a *análise de sensibilidade*. Elas são muito poderosas e um pouco complicadas de se implementarem. O esforço da sua aprendizagem valerá a pena!

> Uma nota: Um usuário experimentado no Excel poderá gerar todos os exemplos desta seção sem os recursos da tabela de dados. Porém, não se deixe enganar: Existirão muitos exemplos na sua vida profissional onde você precisará das tabelas de dados para fazer a análise de sensibilidade.

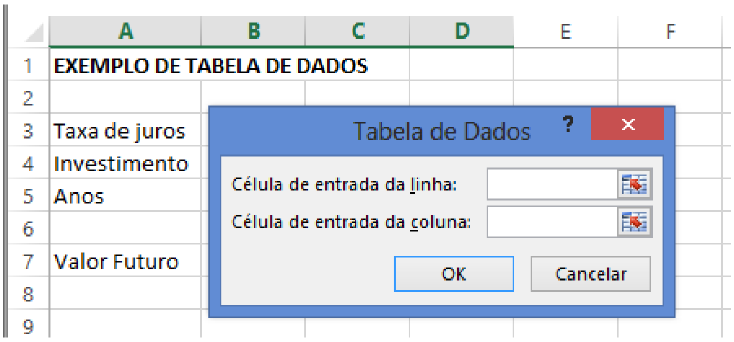
Se depositarmos $100 hoje e o deixarmos num banco rendendo juros de 15% por 10 anos, qual será o seu valor futuro? Como o exemplo abaixo mostra, a resposta é $404,56:

	A	B	C	D
1	**EXEMPLO DE TABELA DE DADOS**			
2				
3	Taxa de juros	15%		
4	Investimento	R$ 100,00		
5	Anos	10		
6				
7	Valor Futuro	R$ 404,56	=B4*(1+B3)^B5	

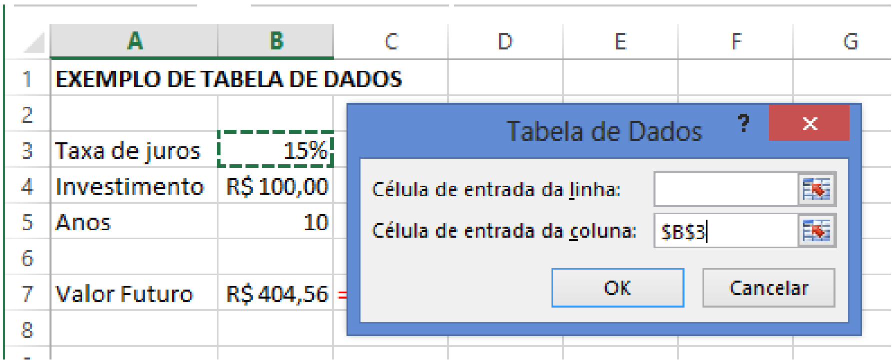
Suponha agora que queiramos mostrar a sensibilidade do valor futuro à taxa de juros. Nas células A14:A18 colocamos as taxas de juros que variam de 0% a 20%, e na célula B13 colocamos **=B7**, que se refere ao cálculo inicial do valor futuro.

	A	B	C	D
11				
12	Taxa de juros			
13		R$ 404,56	=B7	
14	0%			
15	5%			
16	10%			
17	15%			
18	20%			

Para se usar a técnica da tabela de dados marcamos o intervalo A13:B18 e então usamos o comando **Dados|Teste de Hipótese|Tabela de Dados...**. Aqui esta a maneira como o monitor se apresenta neste ponto:



A caixa de diálogo pergunta se o parâmetro a ser variado está numa *linha* ou numa *coluna* da tabela marcada. No nosso caso, a taxa de juros a ser variada está numa coluna da tabela, assim movemos o cursor de **Célula de entrada de linha** para **Célula de entrada da coluna** e indicar *onde no exemplo original a taxa de juros ocorre*:



Quando você pressionar **OK** obterá o resultado:

	A	B	C	D
1	**EXEMPLO DE TABELA DE DADOS**			
2				
3	Taxa de juros	15%		
4	Investimento	R$ 100,00		
5	Anos	10		
6				
7	Valor Futuro	R$ 404,56	=B4*(1+B3)^B5	
8				
9				
10				
11				
12	Taxa de juros			
13		R$ 404,56	=B7	
14	0%	100,00		
15	5%	162,89		
16	10%	259,37		
17	15%	404,56		
18	20%	619,17		
19				

Resumindo, para se fazer uma tabela de dados unidimensional:

- Crie um exemplo inicial
- Configure um intervalo com:
  - Algumas variáveis no exemplo inicial que serão mudadas (como a taxa de juros no exemplo acima)
  - Uma referência para o exemplo inicial (como a =**B7** acima). Note que você sempre terá uma *célula em branco* após esta referência. Note a célula em branco quando a variável está numa coluna:

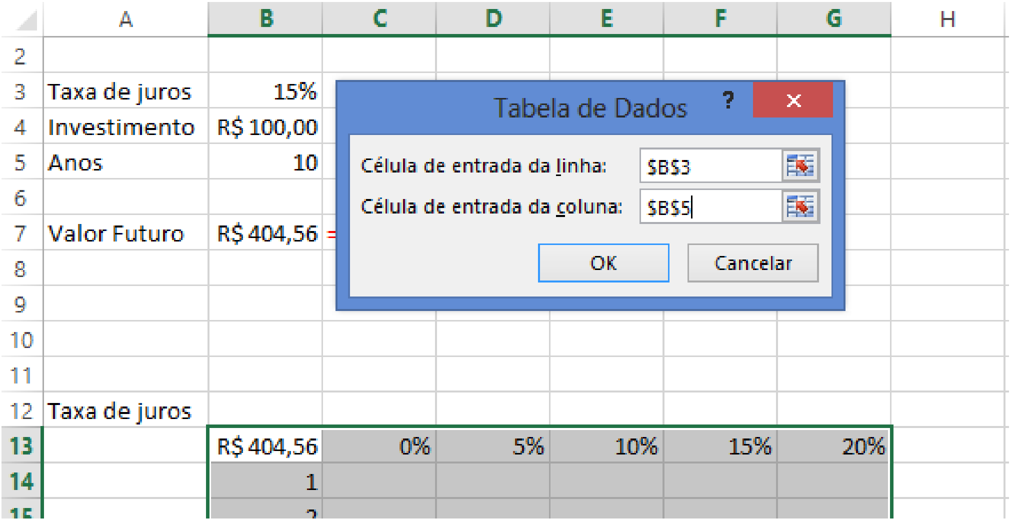
- Trazendo à baila o comando **Dados|Tabela** e indicando na caixa de diálogo:
    - Se a variável está numa coluna ou numa linha
    - Onde no exemplo inicial a variável ocorre:

Por um ou outro caminho o resultado será uma tabela de sensibilidade:

Vamos fazer o nosso exemplo inicial variar com respeito a taxa de juros e ao número de períodos. A tabela de dados está configurada na célula C13:G33.

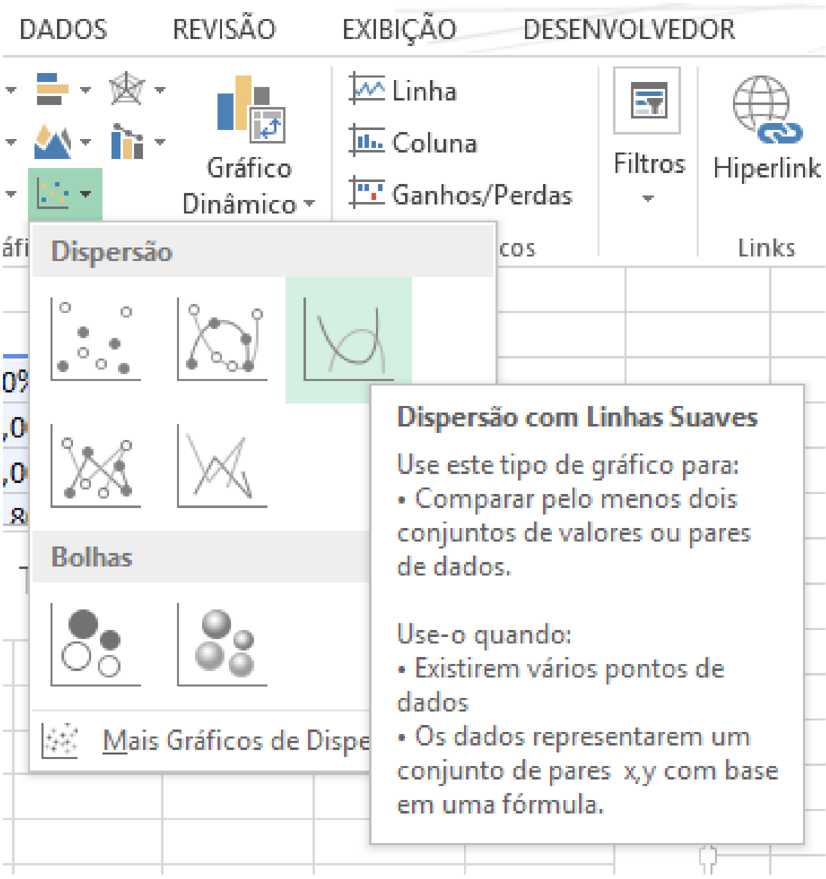
	B	C	D	E	F	G
13	R$ 404,56	0%	5%	10%	15%	20%
14	1	100,00	105,00	110,00	115,00	120,00
15	2	100,00	110,25	121,00	132,25	144,00
16	3	100,00	115,76	133,10	152,09	172,80
17	4	100,00	121,55	146,41	174,90	207,36
18	5	100,00	127,63	161,05	201,14	248,83
19	6	100,00	134,01	177,16	231,31	298,60
20	7	100,00	140,71	194,87	266,00	358,32
21	8	100,00	147,75	214,36	305,90	429,98
22	9	100,00	155,13	235,79	351,79	515,98
23	10	100,00	162,89	259,37	404,56	619,17
24	11	100,00	171,03	285,31	465,24	743,01
25	12	100,00	179,59	313,84	535,03	891,61
26	13	100,00	188,56	345,23	615,28	1.069,93
27	14	100,00	197,99	379,75	707,57	1.283,92
28	15	100,00	207,89	417,72	813,71	1.540,70
29	16	100,00	218,29	459,50	935,76	1.848,84
30	17	100,00	229,20	505,45	1.076,13	2.218,61
31	18	100,00	240,66	555,99	1.237,55	2.662,33
32	19	100,00	252,70	611,59	1.423,18	3.194,80
33	20	100,00	265,33	672,75	1.636,65	3.833,76

Desta vez indicamos no comando **Dados|Teste de Hipótese|Tabela de Dados...** que existem duas variáveis:

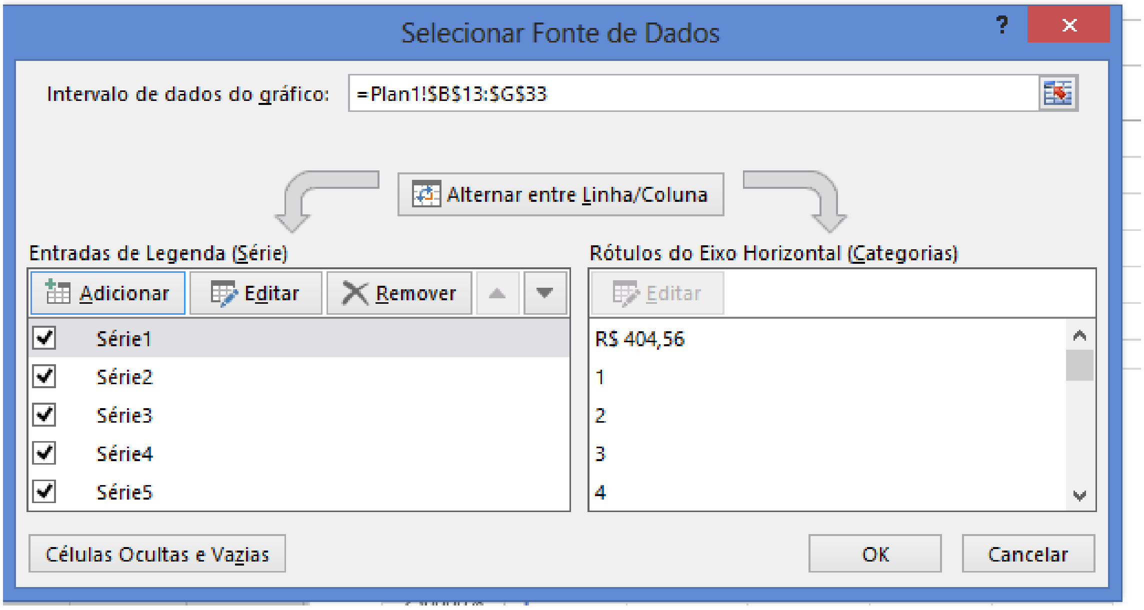


Isto cria a tabela bidimensional dada acima. Não esquecer de destacar o intervalo B13:G33 e colocar a fórmula =B7na célula B13.

O gráfico foi criado marcando a área B13:G33 e usando o modelo **Dispersão (XY)**.



Na janela Selecionar Fonte de Dados não esquecer de colocar todas as sequências (0%, 5%, 10%, 15%, 20%).



Usar o botão ADICIONAR para ir acrescentando as seqüências. Depois de tudo pronto você deverá obter

APÊNDICE 02 – Distribuição Binomial

É uma distribuição discreta de probabilidades. Ela está associada a um experimento de múltiplas etapas.

O experimento consiste de uma sequência de n ensaios idênticos e independentes; com dois resultados possíveis em cada ensaio: sucesso e fracasso. A probabilidade do sucesso P(sucesso) = **p** e a probabilidade do fracasso P(fracasso) = **q**. Ainda p+q = 1.

EXEMPLO: 8 lançamento de um dado

O experimento consiste em 8 jogadas idênticas e independentes de um mesmo dado.

Seja o sucesso = sair 6.

P(sucesso) = P(sair 6) $\Rightarrow$ p = 1/6

P(fracasso) = P(não sair 6) $\Rightarrow$ q = 1 – p = 1 – (1/6) = 5/6

EXEMPLO

Determine a probabilidade de saírem 3 faces 6 nas primeiras 8 jogadas de um mesmo dado.

Ensaios	1	2	3	4	5	6	7	8
Resultados	S	S	S	F	F	F	F	F
Probabilidade	1/6	1/6	1/6	5/6	5/6	5/6	5/6	5/6

Como os ensaios são independentes e idênticos, a probabilidade da sequência acima é o produto das probabilidades de cada ensaio. Assim:

$$= \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^5 = 0{,}17^3 0{,}83^5 = 0{,}0049 \,.\, 0{,}3939 = 0{,}0019 \qquad \text{ou} \qquad 0{,}19\%$$

EXEMPLO

Determine a probabilidade de saírem 3 faces 6 em qualquer posição nas 8 jogadas de um mesmo dado.

Como agora os 3 sucessos podem cair em qualquer um dos 8 ensaios, deve-se calcular todas as combinações possíveis de se obter 3 faces 6, em 8 jogadas. Isto resulta em uma combinação de 8, 3 a 3.:

$$\binom{8}{3}\frac{8!}{3!\,(8-3)!} = \frac{8.7.6.5.4.3.2.1}{3.2.1.5.4.3.2.1} = \frac{8.7.6}{3.2.1} = 56$$

$$\binom{8}{3}\binom{8}{3}^3\binom{8}{3}^5 = 56\ x\ 0{,}0019 = 0{,}1064 \qquad \text{ou} \qquad 10{,}64\%$$

A fórmula geral da binomial, para se encontrar x sucessos em n ensaios é:

$$\binom{n}{x}(p)^{x}(q)^{n-x}$$

Onde

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!\,(n-x)!}$$

O valor esperado da binomial é:

$E(x) = n \cdot p$

A variância da binomial é

$VAR(x) = n \cdot p \cdot (1 - p)$

Clique no link abaixo, para obter uma calculadora da distribuição binomial:

http://www.bertolo.pro.br/FinEst/Estatistica/DistribuicaoProbabilidades/binomial.htm

APÊNDICE 03 – Distribuição Normal

É uma

APÊNDICE 04 – Distribuição Lognormal

É a distribuição usado no modelo de Black-Scholes-Merton.

Considere uma ação cujo preço seja S. Num curto período de tempo de tamanho δt, a variação no preço da ação é assumido ser normal com média μSδt e desvio padrão $\sigma S\sqrt{\delta t}$, onde: μ é o retorno esperado e σ a volatilidade. Esta é a hipótese do Random Walk (passeio aleatório) do modelo CSM. Estas hipóteses implicam que lnS_T é normalmente distribuído com média:

$$lnS_0 + \left(\mu - \sigma^2/_2\right)T$$

E desvio padrão:

$$\sigma\sqrt{T}$$

Como o logaritmo de S_T é normal, S_T é distribuído lognormalmente.

Estas hipóteses implicam que ln S_T é normalmente distribuído com média:

$$\ln S_0 + (\mu - \sigma^2 / 2)T$$

e desvio padrão: $\sigma\sqrt{T}$

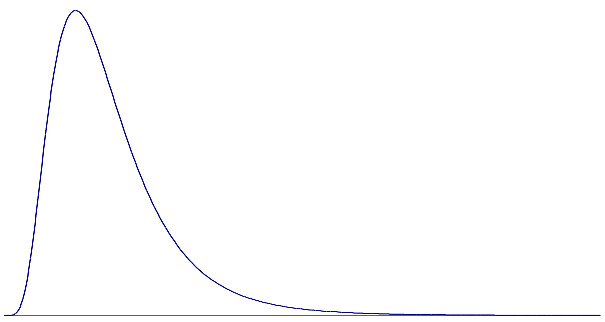
Como o logarítmo de S_T é normal, S_T é distribuido lognormalmente.

$$\ln S_T \approx \phi\left[\ln S_0 + (\mu - \sigma^2/2)T, \sigma\sqrt{T}\right]$$

ou

$$\ln \frac{S_T}{S_0} = \phi\left[(\mu - \sigma^2/2)T, \sigma\sqrt{T}\right]$$

Onde ϕ[*m*,*s*] é a distribuição normal com media *m* e desvio padrão *s*.



$$E(S_T) = S_0\, e^{\mu T}$$

$$\text{var}(S_T) = S_0{}^2 e^{2\mu T}(e^{\sigma^2 T} - 1)$$

- O valor esperado do preço de uma ação é $S_0 e^{\mu T}$
- O retorno esperado sobre a ação com capitalização continua é $\mu - \sigma^2/2$
- A média aritmética dos retornos dentro de curtos períodos de tempo de tamanho δt é μ

- A media geométrica destes retornos é $\mu - \sigma^2/2$

APÊNDICE 05 – Processos Estocásticos

Os processos estocásticos geralmente modelam a evolução de um sistema aleatório no tempo.

Antes de conceitua-lo, vejamos o que é uma *variável aleatória*.

Uma **variável aleatória** é uma função de mapeamento que atribui números reais aos resultados de um experimento aleatório.

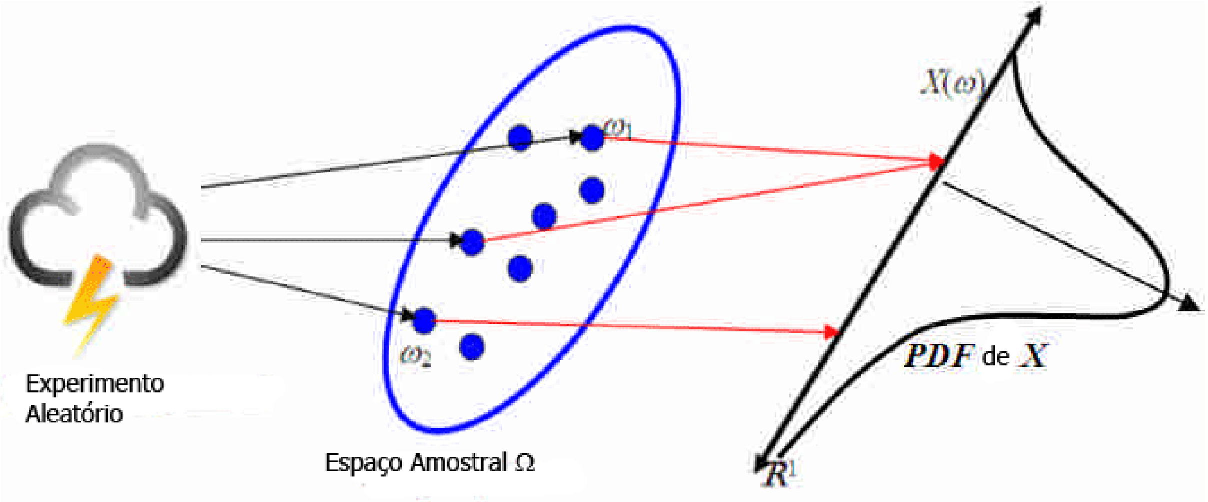


Figura xx.1 – Uma variável aleatória é uma função de mapeamento dos resultados de um experimento aleatório para números reais.

A ocorrência dos resultados do experimento segue certa distribuição de probabilidades. Portanto, uma variável aleatória é completamente caracterizada pela sua função de densidade de probabilidade (PDF, no inglês).

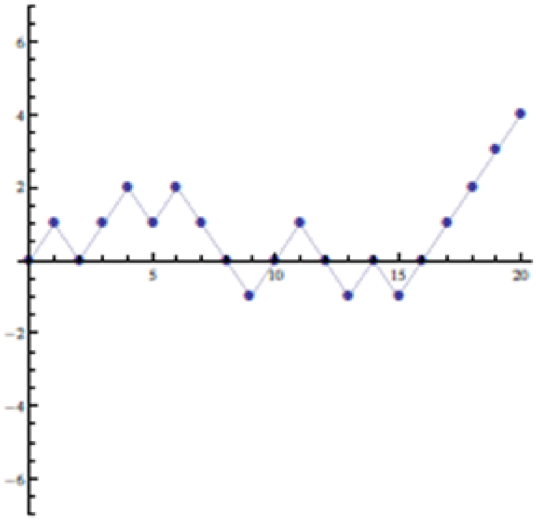
Vejamos agora o que é um processo estocástico.

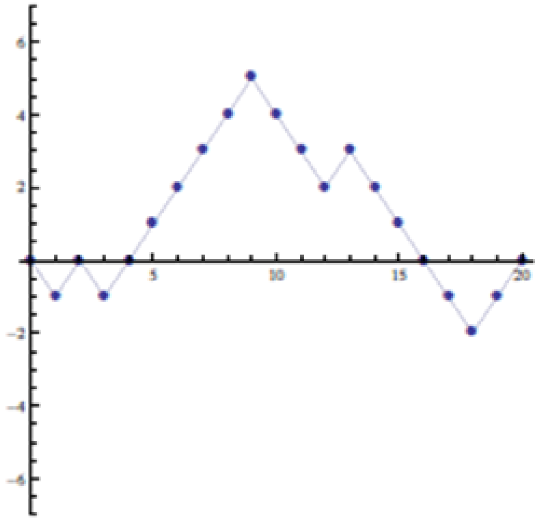
Um **processo estocástico** é uma família de variáveis aleatórias $\{X(t), t \in T\}$ ou $\{X_t, t \in T\}$, onde o conjunto-índice[102] T pode ser <u>contínuo</u> ($T = [0,\infty)$) ou <u>discreto</u> ($T = \{1, 2, 3, ...\}$)[103].

Todo processo estocástico pode ser visto como uma função de duas variáveis – t e ω. Para cada **t** fixo, $\omega \rightarrow X_t(\omega)$ é uma <u>variável aleatória</u>, como postulado na definição de variável aleatória. Similarmente, se mudarmos o nosso ponto de vista e mantermos fixo o **ω**, vemos que o processo estocástico é um mapeamento das funções ω à função de valor real $t \rightarrow X_t(\omega)$. Estas funções são chamadas de **trajetórias** ou **realizações** do processo estocástico X, e o conjunto dos valores possíveis que as variáveis aleatórias X(t)[104] podem assumir (em analogia com espaço amostral Ω) é chamado de **espaço de estados** do processo.

Vamos visualizar isso:

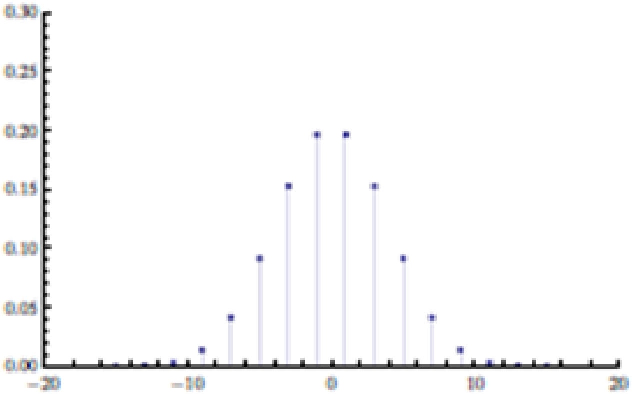
[102] Chamado de espaço de parâmetro.
[103] Neste caso o processo também é chamado de cadeia.
[104] Chamado de estados.

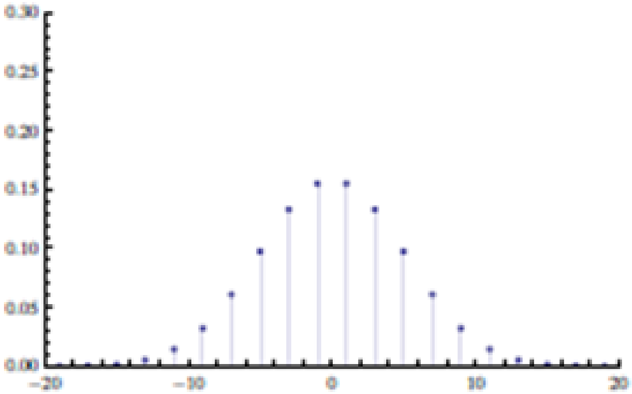




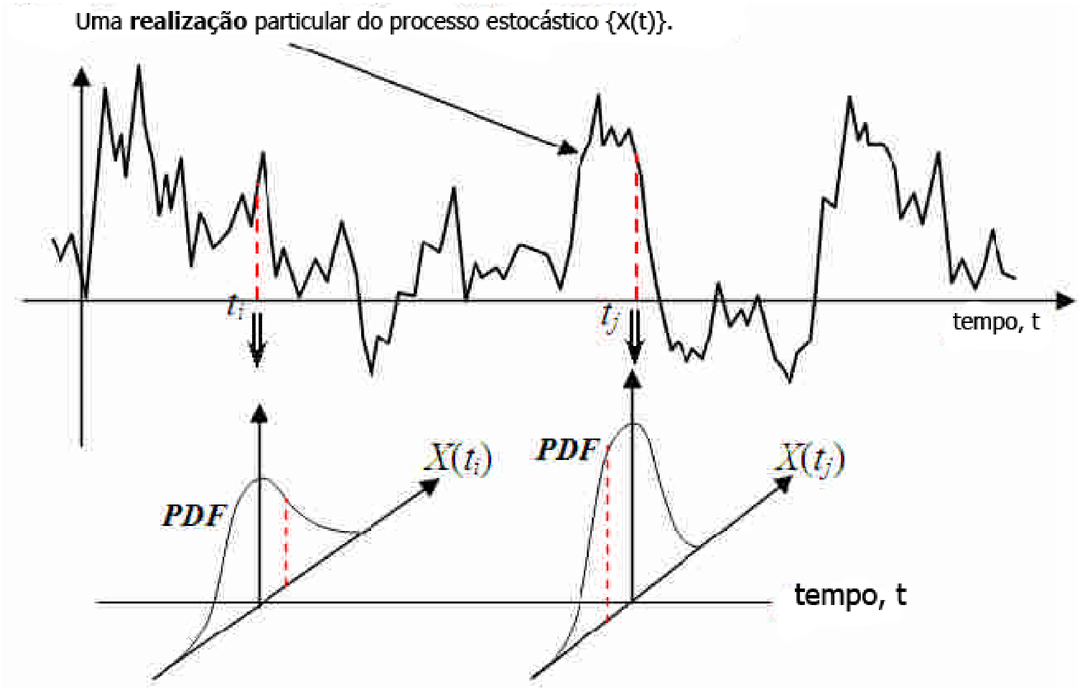
As Figuras acima mostram duas diferentes trajetórias de um **passeio aleatório simples** (*simple random walk*), correspondendo cada uma a um (diferente) estado congelado $\omega \in \Omega$, mas t variando de 0 a 30. Para entendermos melhor o passeio aleatório simples, vamos dizer simplesmente que ele se comporta como segue. Ele começa em x = 0 para t = 0. Depois disto uma moeda honesta é lançada e movimentamos para cima (up) indo a x = 1 se uma cara for observada e para baixo (down) indo a x = -1 se uma *coroa* for observada. O procedimento é repetido em t = 1, 2, ... e a posição em t+1 é determinada da mesma maneira, independentemente de todos os lançamentos anteriores de moedas (note que a posição em t = k pode ser qualquer uma das seguintes x = -k, x = -k + 2, ..., x = k – 2, x = k).

Diferentemente das figuras acima, as duas figuras abaixo (Figura xx.1 e xx.2) mostram duas fatias de tempo do mesmo processo aleatório; em cada gráfico, o tempo t é fixo (t = 15 versus t = 25) mas os vários valores que as variáveis aleatórias X_{15} e X_{25} podem ser assumidos são apresentados pelas funções de probabilidade de massa.

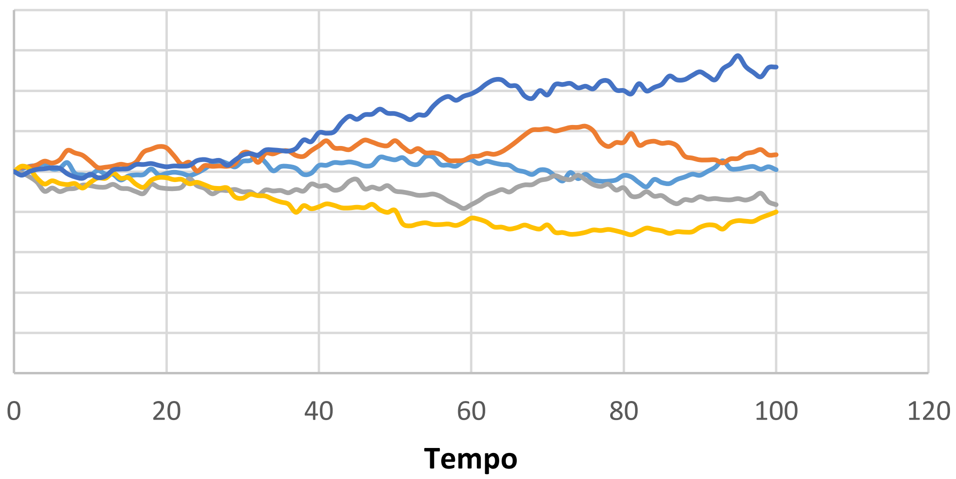




Juntando os dois, temos:



Se considerarmos várias *realizações* (ou trajetórias) para um mesmo processo, podemos ter como exemplo:



EXEMPLO 1 – Cadeia de montagem

Os produtos finais de uma cadeia de montagem, após uma supervisão à que são submetidos, podem ser considerados defeituosos ou não. Se o n-ésimo produto não tiver defeito, fazemos $X_n = 1$, caso contrário $X_n = 0$. Suponha que um produto é defeituoso, independentemente dos outros produtos, e que a probabilidade que isto aconteça é p, então $X_1, X_2, ..., X_n, ...$ é uma sequência de variáveis aleatórias independentes de Bernoulli com parâmetros p de sucesso.

EXEMPLO 2 – Estoque

Uma pequena loja de equipamentos eletrodomésticos vende um certo tipo de máquina de lavar roupa. No entanto, ela somente pode ter em estoque no máximo cinco unidades. Então se no final do dia a loja tem no estoque somente uma unidade ou nenhuma, o gerente manda buscar tantas unidades quantas sejam necessárias para ater cinco na loja no dia seguinte antes de começar o expediente. Vamos chamar de X_n a quantidade de unidades na loja no final do n-ésimo dia. Elas podem ser consideradas variáveis aleatórias, pois é razoável supor que não temos como prever a quantidade de máquinas de lavar que serão compradas cada dia.

EXEMPLO 3 – Mobilidade Social

Consideremos a história de várias gerações de uma família que ao longo do tempo tem somente um filho. Neste modelo simples, a observação da classe social (alta, média ou baixa) da família para cada geração permitiria descrever sua evolução social ao longo do tempo.

Se tivermos uma sociedade composta por famílias deste tipo, podemos escolher ao acaso uma família e para cada geração n chamar de X_n à uma quantidade que valerá 1 se a família for de classe alta, 2 se ela for de classe média e 3 se ela for de classe baixa. Desta forma, cada X_n será uma variável aleatória e a sua evolução ao longo do tempo, permitirá tirar conclusões sobre as mudanças na estrutura da sociedade.

EXEMPLO 4 – Lucro de uma companhia de seguros

Suponha que uma seguradora recebe c unidades monetárias (u.m.) pelo total dos prêmios que ela cobra dos segurados dentro de uma determinada carteira por período de tempo (mês, semestre, por exemplo). Assuma também que a seguradora coleta os prêmios regularmente e que as indenizações são pagas quando os sinistros ocorrerem. Além disso, não vamos considerar aqui eventuais despesas administrativas, ganhos ou perdas por investimentos, etc. Desta forma, a reserva desta seguradora será afetada somente pela cobrança dos prêmios ou por pagamentos de indenizações na ocorrência de sinistros. Em particular, o lucro da companhia no n-ésimo período será $c - Z_n$ u.m., sendo Z_n o valor total de indenizações pago pela seguradora nesse período. Se chamarmos de L_n ao lucro da seguradora desde que essa carteira começa a operar até o final do n-ésimo período, teremos que

$$L_n = c\,n - \sum_{j=1}^{n} Z_j$$

O comportamento desta quantidade ao longo do tempo influenciará significativamente a saúde financeira da seguradora.

Em todas as situações acima, as magnitudes de interesse são famílias de variáveis aleatórias.

Passemos agora a um estudo mais detalhado do modelo, que, acreditamos, será muito facilitado se compreendermos os conceitos que fundamentam alguns processos estocásticos: o processo de Markov e o processo Wiener. No estudo destes processos, é de importância fundamental que se conheça o significado, ao menos em termos gerais, de *movimento browniano*. A maioria dos textos sobre determinação de preços teóricos de ativos e opções limita-se a fornecer a definição e as equações que regem os processos de Markov e de Wiener, os quais dependem da definição de movimento browniano, sem fornecer seu conceito.

Apresentaremos a seguir os dois processos. Depois, faremos uma exposição do movimento browniano, sem qualquer pretensão de formalidade e abandonando o rigor da matemática e da física.

PROCESSO DE MARKOV

O processo de Markov é um *processo estocástico*, isto é, as variáveis assumem valores imprevisíveis, em que apenas o estado presente do processo é relevante para predizer o futuro. Os acontecimentos passados não têm importância e não entram no estudo[105]. Admite-se que a maioria dos preços de ativos segue um processo de Markov.

O que queremos dizer com isso? Conforme definição acima, queremos dizer que, se hoje o ativo ouro, por exemplo, está sendo negociado a $ 2.000 o grama, este número (2.000) contém toda a informação relevante de que precisamos para estudar seu comportamento futuro. Como o ouro chegou a este preço, qual o caminho que o preço percorreu, não tem importância no processo em questão.

Um processo de Markov admite, ainda, que as previsões para o futuro são incertas e que deverão ser expressas em termos de distribuições de probabilidades.

[105] Nota do Bertolo: As variáveis não tem memória!!!

PROCESSO DE WIENER[106]

O processo de Wiener é um caso particular do processo de Markov, muito usado para explicar a evolução de preços de ativos. É um processo estocástico usado na física para descrever o comportamento de uma partícula sujeita a um grande número de choques moleculares – também conhecido como movimento browniano.

Suponhamos uma variável z que, por definição, segue um processo de Wiener. Poderemos estudar o processo e dele obter melhor compreensão se, em vez de considerarmos seu tempo total de duração, dividirmos esse intervalo de tempo em muitos subintervalos, tão pequenos quanto se queira, que convencionaremos representar por Δt. Assim, podemos definir Δz como sendo a variação em z relativa ao intervalo Δt. Um processo de Wiener é formalmente definido pelas duas seguintes propriedades de Δz:

a. $\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$

   onde ε é uma amostra aleatória retirada de uma normal reduzida (ou normal padrão ou normal standard), isto é, uma normal de média zero e desvio padrão 1, que se costuma indicar com a notação N(0,1). Mais adiante examinaremos detalhadamente o significado de aplicar uma amostra retirada de uma normal reduzida para obter um movimento aleatório de preços.

b. Os valores de Δz, para quaisquer intervalos Δt, são independentes.

Segue da primeira propriedade que: Δz também é distribuída normalmente com:

Média = 0

Desvio-Padrão = $\sqrt{\Delta t}$

Variância = Δt

Da segunda propriedade deriva que: z segue um processo de Markov. Na verdade, é a própria definição do processo. Dizer que o preço formado em um intervalo de tempo é completamente independente de todos os outros equivale a dizer que os acontecimentos passados não têm nenhuma influência sobre os acontecimentos futuros e que toda informação de que necessitamos para calcular preços futuros está contida no preço presente.

Vamos examinar o comportamento da variável z num período de tempo maior, que indicaremos por T. Podemos representar esta variação como z(T) – z(0) ou valor de z ao fim do período estudado menos valor de z no início do período estudado. Podemos considerar a variação de z neste período relativamente longo como a somatória das variações de z em α pequenos intervalos de tempo Δt e escrever:

$$\alpha = \frac{T}{\Delta t}$$

E ainda:

$$z(T) - z(0) = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i \sqrt{\Delta t}$$

Por uma das propriedades das distribuições normais, sabemos que se uma variável V for o resultado da soma de n variáveis independentes normalmente distribuídas, então V também será normalmente

[106] Ver Dixit & Pyndic cap 2 e 3 onde os assunto seguintes são tratados em profundidades e demonstradas várias fórmulas matemáticas (tradução Prof. Brandão PUC-Rio)

distribuída com média e variância iguais à somatória das médias das *n* variáveis que a compõem. Segue-se que podemos escrever:

$$Média\ de\ z(T) - z(0) = 0 \qquad (1)$$

$$Variância\ de\ z(T) - z(0) = \alpha\, \Delta t = T \qquad (2)$$

$$Desvio - padrão\ de\ z(T) - z(0) = \sqrt{T} \qquad (3)$$

Vamos examinar as três equações anteriores: a equação (1) afirma que a média de z(T) – z(0) = 0, o que é decorrência direta da propriedade das normais acima exposta. Lembremos que os ε_i são amostras aleatórias de uma normal reduzida, isto é, uma normal com média zero e desvio-padrão 1.

A equação (2) decorre da mesma propriedade e de termos definido:

$$\alpha = \frac{T}{\Delta t}$$

Portanto:

$$\alpha\, \Delta t = T$$

A equação (3) decorre de o desvio-padrão ser a raiz quadrada positiva da variância.

Antes de prosseguirmos, um exemplo esclarecerá o significado das equações apresentadas.

EXEMPLO

Suponhamos que o valor da variável z seja 100 no início do processo. O que as equações nos dizem é que, se z segue um processo de Wiener e o tempo for, por exemplo, medido em meses, esperamos que, ao fim de um mês, z seja normalmente distribuída, com média 100 e desvio-padrão = $\sqrt{1}$ = 1. Ao fim de 2 meses, esperamos que seja normalmente distribuída com média 100 e desvio-padrão = $\sqrt{2}$ = 1,4142. Ao fim de três meses, esperamos que z seja normalmente distribuída com média 100 e desvio-padrão = $\sqrt{3}$ = 1,7321. Notemos que, quanto mais longo o período escolhido para estudo, maior a incerteza para uma previsão. De fato, o desvio-padrão aumenta na razão da raiz do intervalo de tempo considerado, fazendo com que a normal "se espalhe" mais.

Em cálculo diferencial, estuda-se o comportamento de variáveis dependentes, dadas pequenas variações nas variáveis independentes. De particular interesse é o caso em que a variação estudada é tão pequena que tende a zero. Assim, sendo y a variável dependente e x a variável independente, escreve-se:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

Em cálculo estocástico, em alguns casos, podemos proceder da mesma forma. Assim, se tomarmos a equação que descreve a propriedade (1) dos processos de Wiener:

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

E aplicarmos o conceito acima para intervalos $\Delta t \to 0$, podemos escrever:

$$dz = \varepsilon \sqrt{dt}$$

O processo de Wiener até agora descrito supõe uma taxa de variação zero e uma variância de 1. Isto significa que o valor esperado de z em qualquer instante no futuro será igual a seu valor presente. A variância de 1 significa que a variância das variações de *z*, num intervalo de tempo **T**, será *1* . *T* = *T*. Para podermos desenvolver o conceito e aplica-lo mais adiante à variação de preço de um ativo, precisamos generalizar o processo de Wiener para uma variável *x*. Fazemos isso introduzindo duas constantes, *a* e *b*, como a seguir:

$$dx = a\,(dt) + b\,(dz) \qquad \text{(equação 1)}$$

Qual o significado da relação anterior? O termo *a (dt)* significa que *x* tem uma taxa de variação de *a* por unidade de tempo, desconsiderando (por enquanto) o segundo termo da equação, podemos escrever:

$$dx = a\,dt$$

Ou

$$\frac{dx}{dt} = a$$

Como a é uma constante e temos que ${dx}/{dt} = a$, podemos escrever:

$$x = x_0 + a\,t$$

Onde x_0 é o valor da variável *x* em t_0. Temos então que, em um intervalo de tempo T, a variável *x* deverá crescer aT.

Vamos agora considerar o segundo termo da equação, *b (dz)*. Este pode ser visto como algo que soma "variabilidade", "incerteza", ou , em linguagem estatística, "ruído" ao processo. A quantidade que exprime este "ruído" será b vezes um processo de Wiener. Se considerarmos a variação do valor de *x* em um pequeno intervalo de tempo Δt, teremos, pela primeira propriedade dos processos de Wierner e pela equação 1:

$$\Delta x = a\,\Delta t + b\,\varepsilon\,\sqrt{\Delta t}$$

Nestas condições, como vimos, temos que Δx estará distribuído normalmente, com:

Média de $\Delta x = a\,\Delta t$

Desvio-Padrão de $\Delta x = b\,\sqrt{\Delta t}$

Variância de $\Delta x = b^2 \Delta t$

Podemos agora estender o conceito para qualquer intervalo de tempo T e dizer que a variação no valor de *x*, decorrido o tempo T, estará normalmente distribuída com:

Média da variação de $x = a\,t$

Desvio-Padrão de $x = b\,\sqrt{t}$

Variância de $x = b^2 T$

Neste estágio, ainda não podemos, a rigor, aplicar o processo de Wiener a uma variação de preço de um ativo. Assim, vamos dar um exemplo que não se refira a preços.

EXEMPLO

Consideremos o consumo de energia elétrica de determinada região que siga um processo de Wiener generalizado. Suponhamos que o consumo no início do período considerado seja 100 e o tempo esteja sendo medido em meses. Suponhamos ainda uma taxa de variação de 30 ao mês e uma variância de 1.600. Ao fim de um mês, esperamos que o consumo de energia tenha uma distribuição normal com média de 130 e um desvio-padrão de $\sqrt{1.600} = 40$. Ao fim de 15 dias (meio mês), esperaríamos ter uma distribuição normal com média 115 e desvio-padrão de:

$$\sqrt{1.600\ x\ 0{,}5} = 28{,}28$$

Antes de "adaptarmos" o processo de Wiener ao comportamento dos preços no tempo, vamos considerar um último tipo de processo estocástico – o processo de Ito, que nos será útil para a compreensão dos métodos numéricos aplicados à determinação de preços de ativos.

PROCESSO DE ITO

Um processo de Ito é um processo de Wiener generalizado, em que os parâmetros *a* e *b* (que antes consideramos constantes) são substituídos por α e β que não mais são constantes e sim funções de *x* e do tempo *t*. Escrevemos então:

$$dx = \alpha(x,t)dt + \beta(x,t)dz$$

Assim, temos que tanto a taxa de variação quanto a taxa de variância podem mudar com o tempo. Agora, estamos mais aparelhados para aplicar esse tipo de processo estocástico à evolução de preços de um ativo.

Vamos expressar o retorno sobre um ativo em termos de uma porcentagem do valor do ativo e adotar a notação μ para porcentagem ou proporção. Indicando o valor do ativo como V, podemos dizer que a taxa esperada de variação do ativo é μ V.

Seguindo o mesmo raciocínio anterior, podemos dizer que a variação esperada no valor do ativo para um pequeno intervalo de tempo Δt será de μ V Δt. Considerando a taxa de variância zero, temos:

$$dV = \mu\, V\, dt$$

Ou

$$\frac{dV}{dt} = \mu\, V$$

Temos, então, que a taxa instantânea de variação de V em relação a t é igual a μ V. Em consequência, podemos dizer que, partindo de um valor inicial do ativo V_0 e considerando a taxa μ de variação – se o intervalo de tempo considerado for t, o valor do ativo ao fim do tempo t será o composto à taxa contínua μ, como abaixo:

$$V = V_0\, e^{\mu\, t}$$

A equação nos diz que, quando a taxa de variância é zero, o preço de um ativo cresce à taxa continuamente composta de μ por unidade de tempo.

Em termos práticos, no entanto, sabemos que os ativos apresentam maior ou menor volatilidade. Assim, será lógico admitir que a variância do retorno percentual em um pequeno intervalo de tempo Δt seja a mesma, qualquer que seja o preço do ativo. De fato, podemos admitir que a incerteza sobre o retorno percentual de um ativo é a mesma, seja o preço deste $ 80 ou $ 100.

Se definirmos σ^2 como a taxa de variância, podemos dizer que σ^2 Δt será a taxa de variância proporcional ao intervalo Δt. Assim, σ^2 V^2 Δt, será a variância da mudança do preço do ativo V durante o intervalo de tempo Δt. A taxa de variância instantânea (Δt é tão pequeno quanto se queira), será então σ^2 V^2.

Assim, V poderá ser estudado conforme um processo de Ito com taxa instantânea μV e taxa instantânea de variância σ^2 V^2, que será representado pela equação abaixo:

$$dV = \mu V\, dt + \sigma V\, dz$$

Ou,

$$\frac{dV}{V} = \mu\, dt + \sigma\, dz$$

Esta última equação é o modelo geral mais usado para descrever o comportamento dos preços de ativos. Matematicamente, representa o movimento browniano, que apresentaremos sucintamente a seguir.

MOVIMENTO BROWNIANO

O movimento browniano é, como expusemos anteriormente, um conceito matemático aplicado em física para descrever o comportamento de uma partícula de matéria sujeita a um número muito grande de choques moleculares. A história de sua descoberta facilitará o entendimento do conceito. Servirá também para compreendermos por que esta teoria foi aplicada ao movimento incerto dos preços de ativos.

Em 1827, o botânico inglês Robert Brown percebeu que um grão de pólen flutuando num recipiente cheio de água era sujeito a um movimento contínuo que parecia não seguir nenhum caminho lógico. A princípio, pensou tratar-se de uma propriedade específica do grão de pólen. Verificou, porém, que qualquer grão de poeira suficientemente pequeno, flutuando num recipiente com água, era sujeito ao mesmo tipo de movimento errático. Notou ainda que objetos um pouco maiores, como um pedaço de madeira, se postos igualmente a flutuar em um recipiente, não apresentavam nenhum movimento próprio.

Este fenômeno, aparentemente inexplicável, atraiu a atenção do físico inglês James Clerk Maxwell e do físico austríaco Ludwig Boltzmann que, em 1860, encontraram a explicação para o fato. Flutuando num líquido, o objeto recebe grande número de impactos das moléculas do líquido, que serão tanto mais fortes quanto maior for a temperatura do líquido (a vibração das moléculas aumenta com a temperatura, isto é, de fato, a definição de “calor”). Ora, um objeto relativamente grande como um pedaço de madeira recebe estatisticamente, digamos, um quatrilhão de impactos do lado direito, e um quatrilhão e cinquenta mil impactos do lado esquerdo. Ora, em números de tal magnitude isso não faz diferença, e o objeto não se move.

No entanto, se reduzirmos o tamanho do objeto flutuante o suficiente para que receba apenas, digamos, os impactos de 100 moléculas de um lado, existe a possibilidade – e, realmente, isto se verifica – de que possa estatisticamente sofrer o impacto de 120 moléculas do outro, o que faz uma diferença (20%). Assim, pequenos objetos, como grãos de pólen e partículas de poeira, movem-se na água, apresentando um movimento errático, randômico, ao acaso.

Maxwell e Boltzmann deram tratamento matemático rigoroso à teoria do movimento das moléculas dos gases, usando, entre outras ferramentas, princípios de estatística. Isso atraiu a atenção de profissionais de outras áreas, que se viam diante do problema de explicar comportamentos de fenômenos sem nenhuma lógica aparente: fenômenos psicológicos, sociais e fenômenos numéricos dependentes da ação do ser humano, como o movimento de preços no mercado.

Restava ainda um problema para resolver: as equações de Maxwell e Boltzmann previam acontecimentos-limites, movimentos quase impossíveis de predizer, como um plano econômico!

Maxwell deu a resposta, aplicando a lei da conservação do momento ao movimento das moléculas. O “momento” de um corpo é definido como sua massa multiplicada por sua velocidade, levando-se em conta a direção do movimento. Num recipiente cheio de um gás, as moléculas deste colidem entre si e contra as paredes do recipiente, como se fossem bolas de bilhar. A grande maioria dos choques se dará conforme o desenho seguinte:

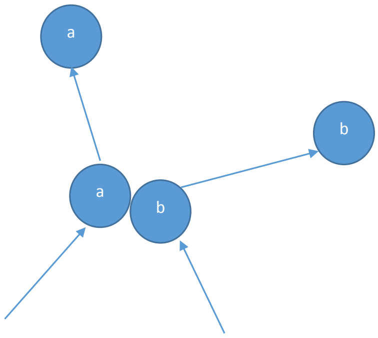


Figura xx.1

Isto é, a molécula **a**, que possui momento = mv_a, choca-se com a molécula **b**, cujo momento é mv_b. Como bolas de bilhar, após o choque, cada uma continua por uma trajetória diferente da anterior. A lei da conservação do momento afirma que o momento total do sistema é conservado. Assim, se o sistema fosse constituído apenas pelas duas moléculas, a velocidade e a direção de **a** antes do choque mais a velocidade e a direção de **b** antes do choque deverão ser iguais à velocidade e à direção de **a** depois do choque mais a velocidade e a direção de **b** depois do choque.

Vamos considerar o seguinte caso limite de choque entre duas moléculas, sempre lembrando ao leitor que não há nenhuma preocupação de exatidão física ou matemática, isto é, o de duas moléculas de mesma massa e mesma velocidade batendo "de frente", como na representação da Figura xx.2.

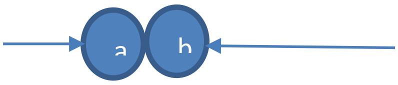


Figura xx.2

Convencionamos que o momento da molécula **b**, que vem da direita para a esquerda, seja negativo (portanto = $-mv$) e o da molécula **a**, que vem da esquerda para a direita, seja positivo (portanto = $+mv$). Antes do choque, o momento total de um sistema composto apenas pelas duas moléculas seria zero ($mv + (-mv)$). Após o choque, pela lei da conservação do momento, deverá continuar a ser zero. Como não podemos zerar a massa, concluímos que as velocidades foram zeradas. De igual modo, podemos visualizar intuitivamente que duas bolas de bilhar de mesma massa e mesma velocidade, batendo de frente, terão que ficar imóveis após o choque.

Esse desenvolvimento teórico de Maxwell leva a uma conclusão inesperada: se colocarmos um recipiente com água numa fonte de calor para leva-la ao ponto de ebulição (aumentar a velocidade das moléculas), estatisticamente pode acontecer, num caso entre muitos bilhões, que todas as moléculas batam "de frente" e parem. O líquido congelará no fogo, em vez de ferver.

Assim, realmente, o modelo estatístico de Maxwell e Boltzmann contempla casos-limite. Como podemos imaginar, ele se tornou de grande importância para todos os cientistas interessados em estudar fenômenos cujos resultados são determinados pela ação conjunta de forças que agem ao acaso.

Maxwell, Boltzmann e, mais tarde (1905), Einstein trabalharam para desenvolver a teoria do movimento browniano, com velocidades médias das moléculas, esperança estatística de posição das moléculas, desvio-padrão da velocidade e outras medidas estatísticas – oque, de forma simplificada, é o que os modelos brownianos de determinação de preços procuram fazer ao estudar a velocidade com que um preço se move, a volatilidade da mercadoria e a posição do preço após determinado período de tempo.

Apenas como curiosidade e para fixar o conceito sobre por que o movimento browniano das moléculas tem algo em comum com o movimento que descreve a oscilação de preços, vamos examinar a equação que fornece a velocidade média das moléculas de um gás:

$$v = k\sqrt{PV}$$

Isto é, a velocidade das moléculas de um gás é igual a uma constante que multiplica a raiz do produto da pressão pelo volume. Quando se quer estudar esta equação, admitindo uma variação aleatória de algum de seus componentes, ela se torna:

$$v = k\,\varepsilon\,\sqrt{PV}$$

Onde ε é uma amostra randômica retirada de uma distribuição normal reduzida.

Cumpridos os pré-requisitos para o entendimento dos métodos numéricos aplicados à variação de preços de ativos, podemos estudar a simulação de Montecarlo de maneira mais formal.

Antes de entrarmos propriamente na técnica do modelo, a simulação dos preços, é conveniente voltarmos a discutir o conceito de amostra aleatória retirada de uma normal reduzida, N(0,1).

A normal reduzida dá-nos os desvios-padrão associados a cada valor da variável x (probabilidade) gerada ao acaso, obtidos através da integração da normal reduzida. O desvio obtido será usado para corrigir a equação real que descreve o comportamento do preço do ativo.

Para obter um desvio-padrão aleatoriamente gerado, sortearemos ao acaso um número entre zero e 1 (que representa uma probabilidade). Com este número, achamos o número de desvios-padrão associados à probabilidade – ou seja, qual o desvio-padrão da normal reduzida, que representa a probabilidade de a variável assumir qualquer valor entre zero e o número randômico gerado.

Para obter o desvio-padrão, teremos que integrar a equação da N(0,1) de menos infinito até um ponto que resulte na probabilidade randomicamente gerada, obtendo assim a área da normal que representa o desvio-padrão associado à probabilidade randomicamente gerada.

A fórmula da normal reduzida é:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{x^2}{2}}$$

E sua integral será representada por:

$$\int_{-\infty}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Calculemos o desvio associado a um número gerado randomicamente. Suponhamos que o número sorteado tenha sido 0,674. Ao integrarmos a equação anterior, encontramos que a área de 0,674 corresponde a um desvio-padrão de 0,45. Ou seja:

$$\int_{-\infty}^{0,45} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{x^2}{2}} = 0,674$$

Na prática, para encontrarmos o número de 0,45, deveremos utilizar um processo iterativo de tentativa e erro na fórmula da integral, até que ela atinja o valor correspondente à probabilidade sorteada, 0,674 – no caso, 0,45.

O que significa o número 0,45 associado ao número randômico gerado 0,674? Significa que, integrando (calculando a área) a curva normal standard até 0,45 (pouco menos que meio desvio-padrão além da média, que é zero), encontramos a área (e, portanto, a probabilidade associada) de 0,674.

Existem métodos aproximados para calcular estes números, sem recorrer ao processo de integração. Na maioria dos casos práticos, podemos empregar a fórmula abaixo:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{n} a_i - 6$$

Onde n varia de 1 a 12, representa os números randômicos gerados ($0 < a < 1$) e ε é a amostra da normal standard que queremos calcular.

Esta fórmula representa apenas uma forma prática de retirar amostras ao acaso de uma distribuição normal reduzida – ou seja, representa uma aproximação, um método. Não há nenhum significado estritamente lógico em considerarmos n variando de 1 a 12: é apenas uma medida conveniente.

CAMINHO DE UM ATIVO

Depois de revista a mecânica da geração de um desvio randômico, iremos passar agora a estudar o comportamento do preço de uma mercadoria no tempo e a sua modelagem financeira, onde encontramos dois tipos principais:

1. Observações que parecem ser independentes e identicamente distribuídas (IID).

2. Observações que não parecem ser IID porque seguem uma tendência ou algum outro padrão com o passar do tempo.

A teoria financeira fornece um argumento convincente — as *hipóteses de mercados eficientes* — que os retornos sobre os investimentos devam ser independentes com o passar do tempo porque ninguém tem acesso à informação ainda não disponível. Se os retornos são independentes, porém, os preços serão dependentes com o passar do tempo e exigiremos uma maneira para modelar esta dependência. Aqui serão apresentados alguns modelos que podem ser usados para projetar retornos futuros, preços de ativos e, também, outras séries temporais financeiras em modelos de simulação para análise de risco.

WHITE NOISE[107]

Um *processo white noise* é definido como sendo aquele que gera dados que aparentam estar IID. Ele leva este nome pelo fato que nenhuma frequência, ou padrão, específico dominar na análise espectral das observações, semelhante à luz branca ou o ruído estático emitido de um rádio AM que não está sintonizado a uma estação.

O modelo para um processo *white noise* é

$$X_t = \mu + \varepsilon_t, \tag{A5.1}$$

onde μ é uma constante, e ε_t é uma sequência de variáveis randômicas (ou aleatórias) X_t não correlacionadas identicamente distribuídas com média zero e variância finita para $t = 1, ..., T$. A distribuição de probabilidade dos ε_t não é necessariamente normal, mas se ela for o processo é dito ser *white noise Gaussiano* assim chamado depois do matemático do século dezoito, Carl F. Gauss, que estudou as propriedades da distribuição normal.

Por exemplo, podemos simular observações de um *processo white noise Gaussiano* criando vários ε_t com os valores não correlacionados, obedecendo a uma distribuição Normal (0,10) na coluna B da planilha Processos Estocáticos. Cada um destes ε_t foi obtido por meio de um número aleatório gerado por meio da função do Excel ALEATÓRIO() e disponibilizado na coluna F da mesma planilha. Com isso somos capazes de gerar várias trajetórias para o processo *white noise*. Pressionando a tecla F9 geramos uma nova coleção de números aleatórios e, consequentemente, uma nova trajetória.

---

[107] Ruído Branco

Adicionando cada um dos ε_t a uma constante, digamos $\mu = 200$, e plotando os resultados, temos a Figura A5.1 mostrando o modelo. Nas células B6:B35 estão os ε_t com distrtibuições normal(0,10) que denotamos como ε_t para t = 1, ..., 30. Estes ε_t foram obtidos com a função do Excel =INV.NORM.N(F6;0;10), onde a probabilidade é o número aleatório gerado em F6

Um processo *white noise Gaussiano* foi gerado nas células C6:C35 usando a Expressão A5.1, e um traçado de série temporal de uma realização do processo aparece no centro da Figura A5.1. Note como a independência das observações no processo *white noise* é manifestada na ondulação do seu traçado. Para o processo *white noise*, não importa onde cada observação caia, a próxima observação é igualmente provável estar acima ou abaixo da média de 200. Esta característica causa a aparência agitada da ondulação.

	A	B	C	D	E
1	**Processos Estocásticos**				
2					
3					
4	**Tempo (t)**	**ε_t Normal(0,10)**	**White Noise**		
5	0		200		
6	1	-17,914	182,0865		
7	2	8,7499	208,7499		
8	3	-11,524	188,4756		
34	29	-7,755	192,245		
35	30	-4,1956	195,8044		

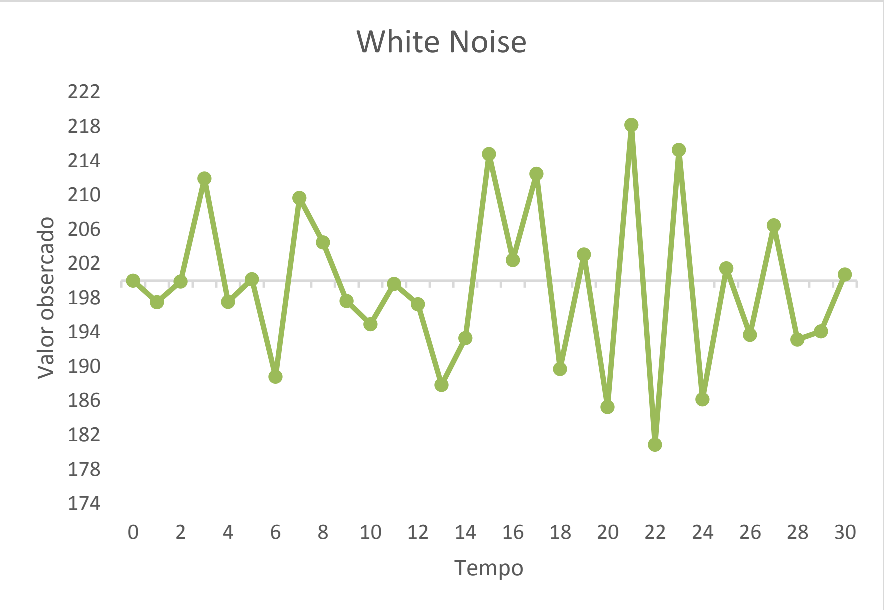


Figura A5.1 – Modelando o processo White noise Gaussiano

RANDOM WALK[108]

Em contraposição ao processo IID estudado, *white noise Gaussiano*, temos uma forma de um processo **não** IID que é o **processo passeio aleatório aditivo** (*additive random walk*) definido por:

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{A5.2}$$

para $t = 1, \ldots, T$. Por exemplo, na planilha Processos Estocásticos, configuramos $T = 30$ e $Y_0 = 200$, depois então geramos observações do processo na Expressão A5.2 nas células D6:D35, usando os valores em B6:B35 para ε_t, $t = 1, \ldots, 30$.

	A	B	C	D
1	**Processos Estocásticos**			
2				
3				
4	**Tempo (t)**	**ε_t Normal(0,10)**	**White Noise**	**Randon Walk**
5	0		200	200
6	1	-17,914	182,0865	182,0865
7	2	8,7499	208,7499	190,8363
8	3	-11,524	188,4756	179,3119
34	29	-7,755	192,245	227,6433
35	30	-4,1956	195,8044	223,4477

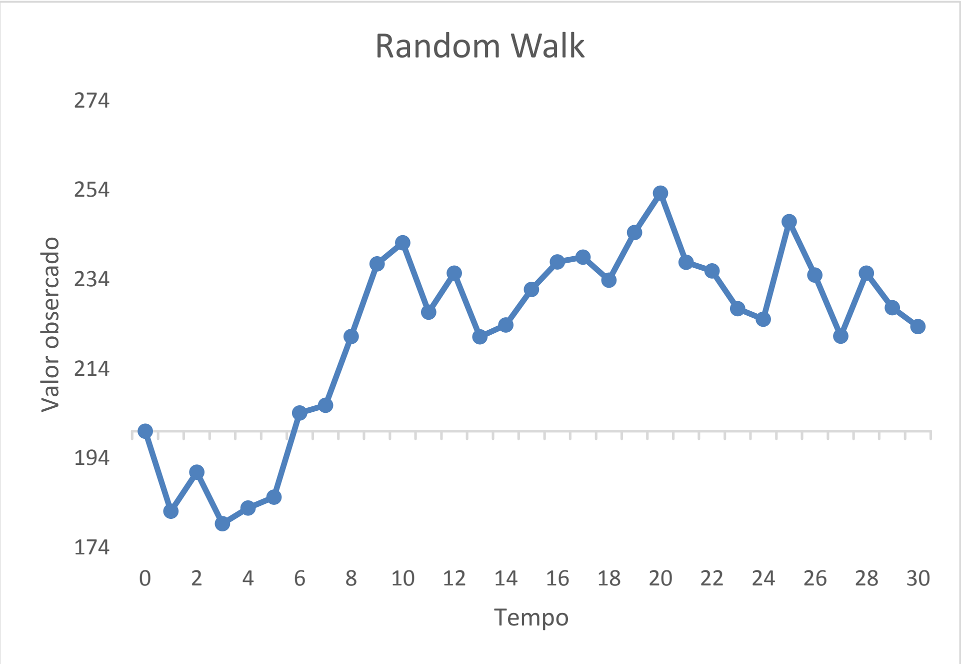


Figura A5.2 – Modelando o processo Random Walk

O traçado de uma realização do do processo *random walk* aparece no gráfico acima na Figura A5.2. Note como o processo *random walk* exibe um padrão sinuoso. Os primeiros pontos estão praticamente abaixo da média (200), depois então à medida que o traçado fica acima da média, ele tende permanecer acima

[108] Passeio aleatório

durante certo período, depois então encabeça para baixo, mas fica acima da média. Muito embora as variações no nível do *random walk* sejam independentes, os níveis por si só são dependentes no decorrer do tempo. Esta dependência causa mais variabilidade nos níveis do processo *random walk* do que é evidente nos níveis do processo *white noise*.

A comparação da dependência dos níveis do *random walk* aos do processo *white noise* pode ser visto na Figura A5.3.

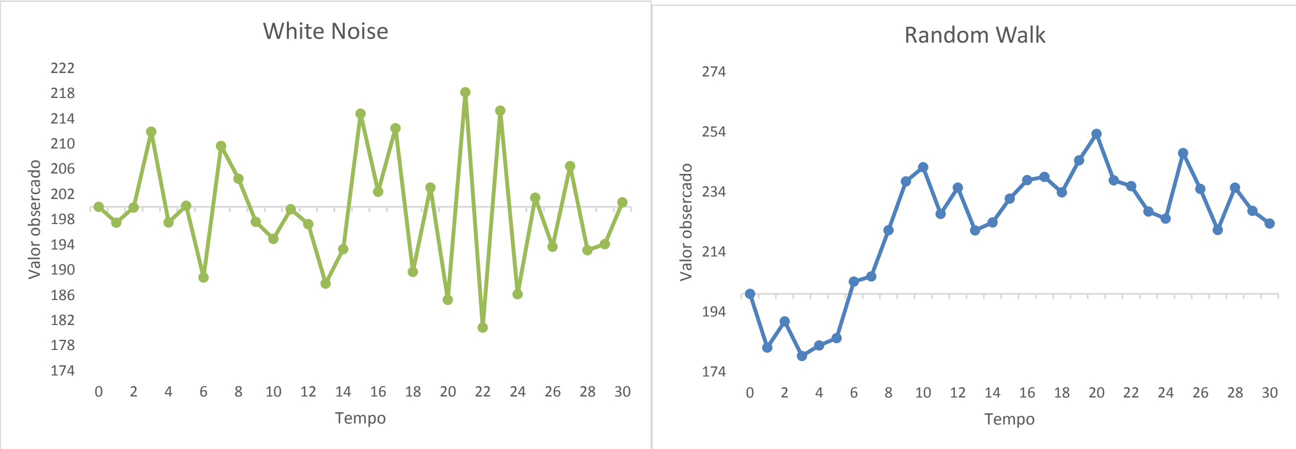


Figura A5.3 – Comparando os dois processos White noise Gaussiano e Random Walk

Como dissemos anteriormente, podemos traçar várias trajetórias como estas para os dois processos estudados apenas pressionando a tecla F9.

Fazendo, por exemplo 10.000 simulações apertando a tecla F9, poderemos obter o efeito agregado da dependência dos níveis dos dois processos que podem ser vistos nas Figuras A5.4 e A5.5.

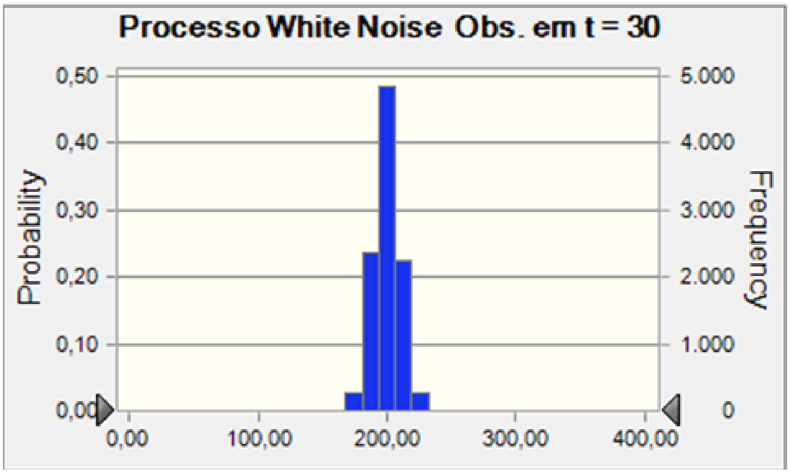


Figura A5.4 – Gráfico de Previsão (Forecast Chart) para o valor da observado no tempo t = 30[109].

Como as observações no processo *white noise* são IID, o *forecast chart* na Figura A5.4 tem uma média de $\mu = 200$ e desvio padrão $\sigma = 10$, quando feitas todas as observações X_t no processo *white noise* para $t \geq 1$.

[109] Este gráfico foi produzido com o auxílo do software Crystal Ball da Oracle.

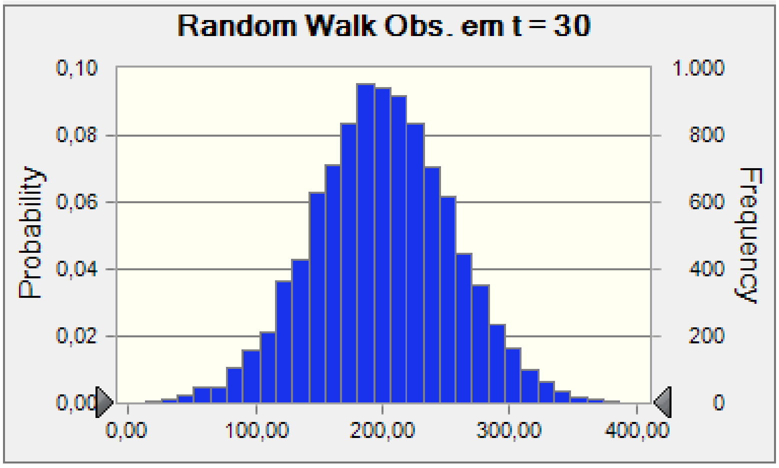
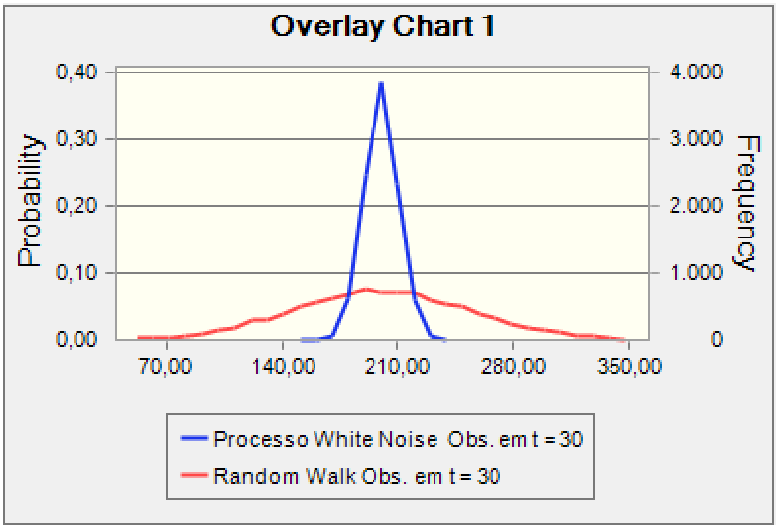


Figura A5.5 – Gráfico de Previsão (Forecast Chart) para o valor da observado no tempo t = 30.

A média do processo *additive random walk* é também 200 para cada observação, mas o desvio padrão cresce mais a cada período de tempo porque estamos adicionando outra variação randômica. Pode ser mostrado que cada valor Y_t do processo *random walk* tem uma média de μ = 200 e um desvio padrão $\sigma\sqrt{t}$. Na Figura A5.5 você pode ver que o desvio padrão ($10\sqrt{30}$ = 54,77) é muito maior que o desvio padrão (10) do *forecast* na Figura A5.4. As escalas dos eixos horizontais destes dois traçados foram especificadas serem iguais de modo que a diferença na variabilidade entre o processo *white noise* e *random walk* ficasse aparente. Entretanto, as escalas dos eixos verticais nas Figuras A5.1 e A5.2 são diferentes. A Figura A5.6[110] é outra ilustração da diferença destes *forecasts* com um *overlay chart* para as células C35 e D35.



Figurta A5.6 – O Overlay Chart para comparar as observações no tempo t = 30 de um processo White noise e um random walk.

[110] Este gráfico foi produzido com o auxílo do software Crystal Ball da Oracle.

ADDITIVE RANDOM WALK COM DRIFT[111]

O modelo para um *additive random walk* com *drift* é

$$Y_t = \mu + Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{A5.3}$$

para t = 1, ..., T, onde μ é a variação média por período de tempo e ε_t é uma sequência **IID** de variáveis randômicas que não é necessariamente normalmente distribuída.

Subtraindo Y_{t-1} de ambos os lados da Expressão A5.3, obtemos[112]:

$$Y_t - Y_{t-1} = \mu + \varepsilon_t,$$

Que significa que as variações nos níveis de um processo *random walk* com *drift* segue um processo *white noise*.

Gerando Valores de um Processo *Scalar Random Walk* com *Drift*

Para simular os valores futuros potenciais de uma série temporal que você pensa seguir um processo *additive random walk* com *drift*, tome primeiro as diferenças das séries temporais e ajuste uma distribuição de probabilidades a elas. Isto pode ser feito usando o software Crystal Ball e, está ilustrado na Figura A5.7.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**RandomWalkComDrift.xls**						
2							
3	**Tempo (t)**	**Y_t**	**Diff**				
4	1	138,19		**Autocorrelação**			
5	2	159,00	20,81	0,184	=CORREL(C5:C22;C6:C23)		
6	3	176,99	17,99	**Princípio Básico**			
7	4	238,27	61,28	0,821	=D5*RAIZ(CONT.NÚM(B4:B23))		
23	20	442,75	29,12				
24	**Forecasts**						
25	**21**	458,78	16,03				
26	**22**	474,81	16,03				
27	**23**	490,83	16,03				
28	**24**	506,86	16,03				
29	**25**	522,89	16,03				
30							
31							
32							
33							
34							
35							
36							
37							
38							
39							
40							
41							
42							
43							
44							
45							
46							

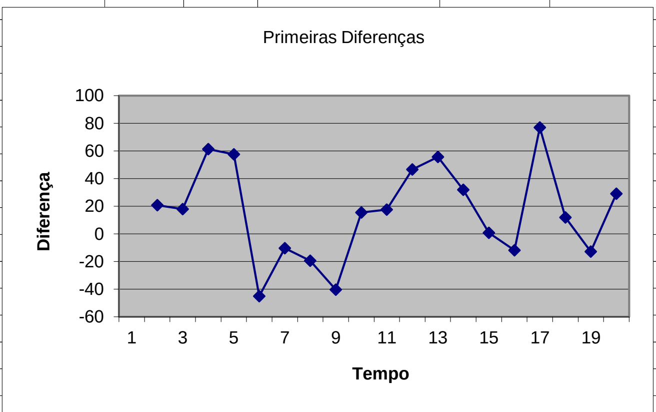


Figura A5.7 – Modelo para o Scalar Random Walk para prever uma série temporal. As células C25:C29 são as assumptions, e B25:B29 são os forecast, do Crystal Ball.

[111] Flutuação, levado pela corrente, desvio de rota, derrapante

[112] Lembre-se que sem o drift, a expressão era: $Y_t - Y_{t-1} = \varepsilon_t$

Os valores das séries temporais Y_t para t = 1, 2, ..., 20 nas células B4:B23 da Processos Estocásticos (2) são vendas trimestrais de um produto industrial. As primeiras diferenças são encontradas entrando com =B5-B4 na célula C5 e copiando esta fórmula para baixo até a célula C23. O coeficiente de autocorrelação das primeiras diferenças é calculado na célula D4 como 0,184, que é menor do que o valor de dois erros padrões de 0,447calculado na célula D7. Isto, combinado com a aparente estacionaridade estatística vemos no traçado da série temporal das diferenças na Figura A5.7 leva-nos a concluir que as diferenças podem ser modeladas com Crystal Ball apesar delas serem IID.

Para gerar valores futuros poternciais da série temporal das vendas, usamos, como dissemos, o procedimento de ajustamento de distribuição do Crystal Ball, chamado Batch Fit, que encontrou como melhor ajuste a distribuição triangular com mínimo -69,54 e o mais provável como 17,99, e o máximo 100,93, para os valores das células C5:C23. E esta distribuição foi então usada para especificar as *assumptions* (pressupostos do Crystal Ball). Os valores em B25:B29 são calculados usando a Expressão A5.3. A célula B25 tem a fórmula =B23+C25. A célula B26 tem a fórmula: =B25+C26, e essa fora copiada e colada para as células B27 e B28.

Você pode *forecast* tantos passos adiante quanto desejar usando o modelo *random walk*, mas perceba que fazendo assim você está assumindo implicitamente que a distribuição geradora das diferenças permanece estacionária no período futuro para o qual você gerará valores. A adequação desta *assumption* depende do contexto. Ele pode bem ser adequado para uns poucos passos adiante, mas a variância do modelo *random walk* aumenta linearmente com o tempo, assim para uso prolongado do modelo você irá querer atualizar o modelo ajustando distribuições às novas variações dos valores dados quando você observá-las.

MODEL MULTIPLICATIVE RANDOM WALK

Se as séries temporais de retornos sobre um ativo financeiro forem **IID**, então podemos usar um modelo multiplicativo para gerar potenciais preços futuros do ativo. Isto está ilustrado na Figura A5.8, que tem os dados obtidos do finance.yahoo.com. As células B8:B170 mantém os preços de fechamento ajustados mensalmente do *exchange traded fund* (ETF) baseado no *Standard & Poor's 500 Composite Stock Price Index* com símbolo de etiqueta **SPY**. Denote estes preços como S_t para t = 1, ..., 163. Note que os preços históricos estão listados na ordem cronológica inversa, com S_{163} na célula B8, para baixo até S_1 na célula B170. Nas células C8:C169, calculamos os retornos brutos $R_t = S_t/S_{t-1}$ para t = 2, ..., 163.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**SPY.xls**						
2							
3			**SPY**				
4		**Autocorr**	-0,025				
5		**Abs(Z)**	0,324				
6							
7	**Data**	**SPY Fech. Ajustado***	**Retorno Bruto SPY**		**Data**	**Retorno Bruto SPY**	**SPY Fech. Ajustado***
8	01/ago/06	127,22	0,9952		01/ago/06		127,22
9	03/jul/06	127,84	1,0044		01/set/06	1,0000	127,22
10	01/jun/06	127,28	1,0026		02/out/06	1,0000	127,22
11	01/mai/06	126,95	0,9699		01/nov/06	1,0000	127,22
12	03/abr/06	130,89	1,0126		01/dez/06	1,0000	127,22
13	01/mar/06	129,26	1,0165		02/jan/07	1,0000	127,22
14	01/fev/06	127,16	1,0057				
169	01/mar/93	36,23	1,0252				
170	01/fev/93	35,34					

FIGURA A5.8 Modelo Crystal Ball para *forecasting* com um modelo multiplicativo do valor de fechamento ajustado da **SPY** a 2 de Janeiro de 2007. Note que as linhas 15 até 168 estão ocultas.

O modelo multiplicativo usado aqui para gerar os potenciais preços futuros é

$$S_{t+1} = S_t \times R_{t+1}, \qquad \text{(A5.4)}$$

para t = 164, ..., 168. Estes preços são calculados cronologicamente nas células G9:G13. Os retornos brutos R_{164}, . . R_{168} são calculados como *assumptions* do Crystal Ball nas células F9:F13. Cada *assumption* é uma distribuição lognormal com média 1,0088 e desvio padrão 0,0409, como determinado pela função de ajustamento de distribuição (Batch Fit) do Crystal Ball. A distribuição lognormal foi escolhida por causa do seu ajuste adequado aos dados e sua propriedade interessante que ela é limitada abaixo por zero. Este limite representa bem as responsabilidades limitadas dos proprietários de ações SPY, da qual um proprietário não pode perder mais do que a quantia total investida. Os parâmetros da distribuição ajustada nos diz que em média durante o período de 1 de Fevereiro de 1993, até 1 de Agosto de 2006, a ETF teve uma taxa de retorno mensal de 0,88% com um desvio padrão mensal de 4,09%. Estes valores mensais se anualizam para uma taxa de retorno média de 12 × 0,88 = 10,56 % com um desvio padrão de $\sqrt{12} \times 4{,}09 = 14{,}17\%$.

A célula G13 é definida como um *forecast* do Crystal Ball, e seu gráfico (forecast chart) está mostrado na Figura A5.9. Usando nossa metodologia, um intervalo de 95% de certeza para o preço é de \$111,02 a \$158,17. Como usamos a distribuição lognormal para os retornos brutos, é possível propor este *forecast* analiticamente. Entretanto, como o modelo multiplicativo é usado juntamente com as retiradas anuais para propor um modelo de planejamento de aposentadoria para o qual um *forecast* não pode ser facilmente obtido analiticamente. Ibbotson Associates (2006) descreve a riqueza *forecasting* com simulação de Monte Carlo e fornece dados históricos pelos quais se estima os parâmetros necessários.

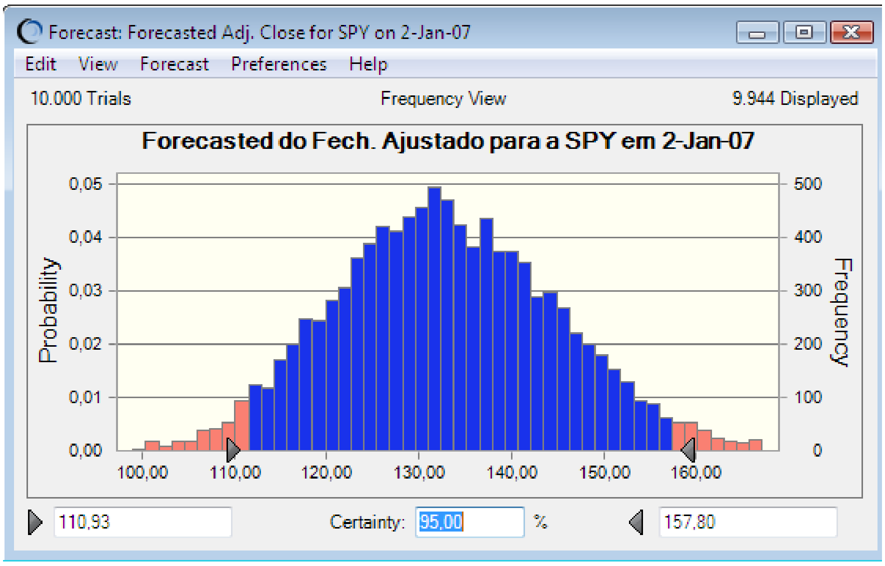


FIGURA A5.9 *Forecast* Crystal Ball para o valor de fechamento ajustado da SPY em 2-Jan-07, baseado no na planilha Processos Estocástico (3). O valor de fechamento da SPY em 3-Jan-07 foi 141,37. Note que a New York Stock Exchange fechou em 2-Jan-07 em observância de um dia nacional de luto pela morte do presidente anterior dos U.S.A., Gerald R. Ford.

O modelo multiplicativo pode também ser usado com ativos cujos retornos estão correlacionados dentro do mesmo período de tempo, mas são seriamente não correlacionados. A Figura A5.10 é um modelo para três **ETFs** baseado nos dados para o período de 1 de Novembro de 2002, até 1 de Agosto de 2006, obtidos do finance.yahoo.com. Os dados do preço de fechamento ajustado estão nas células B8:D53 (não mostrados na Figura 11.12), e foram usados para calcular os retornos brutos nas células E8:G52. Destes retornos brutos as distribuições *lognormal* com médias, desvios padrões e correlações indicadas nas células I15:L22 foram ajustadas usando a ferramenta Batch Fit do Cystal Ball.

	I	J	K	L	M	N	O
6	**ETFs.xls**						
7	**Data**	**Retorno Bruto SPY**	**Retorno Bruto ADRA**	**Retorno Bruto ADRU**	**SPY Fech. Ajustado***	**ADRA Fech. Ajustado***	**ADRU Fech. Ajustado***
8	01/ago/06				127,22	28,92	26,53
9	01/set/06	1,0000	1,0000	1,0000	127,22	28,92	26,53
10	02/out/06	1,0000	1,0000	1,0000	127,22	28,92	26,53
11	01/nov/06	1,0000	1,0000	1,0000	127,22	28,92	26,53
12	01/dez/06	1,0000	1,0000	1,0000	127,22	28,92	26,53
13	02/jan/07	1,0000	1,0000	1,0000	127,22	28,92	26,53
14							
15	**Parâmetros**	**SPY**	**ADRA**	**ADRU**			
16	**Média**	1,0086	1,0146	1,015			
17	**Desv. Pad**	0,0269	0,0450	0,0459			
18							
19	**Correlações**	Retorno Bruto SPY	Retorno Bruto ADRA	Retorno Bruto ADRU			
20	Retorno Bruto SPY	1,00	0,63	0,63			
21	Retorno Bruto ADRA	0,63	1,00	0,59			
22	Retorno Bruto ADRU	0,63	0,59	1,00			

Figura A5.10 – Modelo random walk multiplicativo com valores de fechamento ajustados a 2 de janeiro de 2007 da SPY, ADRA e ADRU.

MODELO GEOMETRIC BROWNIAN MOTION (GBM)

Um tipo especial de processo *multiplicative random walk* é o processo *geometric Brownian motion* (GBM), que é usado largamente para simulação de preços de ações. É também chamado *exponentiated Brownian motion*, e realmente de maneira similar ao processo GBM geramos valores de um processo *Brownian motion* e depois então fazemos a exponenciação deles.

Conforme vimos anteriormente o **movimento browniano**, deverá variar de acordo com a seguinte equação:

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu\,\Delta t + \sigma\,\varepsilon\,\Delta t$$

Onde:

S = Preço do ativo objeto

μ = Retorno esperado para o ativo objeto referente ao período de tempo estudado. Por exemplo μ, será igual a 0,35 se o retorno esperado para o ativo for de 35% ao ano e o período estudado for de um ano.

t = Período de tempo estudado

σ = Desvio-padrão da série (volatilidade do ativo objeto)

ε = Amostra aleatória retirada de uma distribuição normal reduzida, isto é, uma distribuição normal com média zero e desvio-padrão 1, N(0,1)

Vamos analisara cada termo da equação:

ΔS – é a variação de preço do ativo objeto no intervalo de tempo estudado; dividido por S, exprime um conceito proporcional, ou porcentual, se quisermos. Assim, um ativo de preço igual a $ 100, que em um intervalo de tempo t tenha apresentado uma variação de $ 10, terá variado 1/10 (10%) de seu preço original.

μ Δt – é o retorno esperado para o ativo objeto expresso em porcentagem multiplicado pelo intervalo de tempo estudado. Um ativo objeto que tenha retorno esperado de 12% ao ano, se considerada a variação de um mês, terá retorno esperado de 1%.

$\sigma\,\varepsilon\,\sqrt{\Delta t}$ – é o desvio-padrão da série de preços do ativo objeto (volatilidade), multiplicado pela amostra aleatória da N(0,1) e ainda multiplicado pela raiz quadrada do intervalo de tempo estudado (vimos que a volatilidade é relacionada ao tempo por um fator quadrático). Esta parte da equação é o componente incerto ou estocástico do modelo, que é geralmente obtido usando-se o gerador de números randômicos existente em computadores e até em muitas máquinas de calcular mais complexas. Tal conceito não apresenta nenhuma dificuldade para ser compreendido: um gerador de números randômicos é um programa (simples) que gera números ao acaso, sem nenhuma lógica entre números precedentes e subsequentes. Fique claro que, para efeito de melhor exemplificação, estamos abandonando o rigor matemático das definições.

Voltemos à equação inicial:

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu\,\Delta t + \sigma\,\varepsilon\,\Delta t$$

Nestas condições, podemos dizer que $\frac{\Delta S}{S}$ é distribuída normalmente com **média** μ Δt e **desvio-padrão** $\sigma\,\sqrt{\Delta t}$.

E podemos escrever:

$$\frac{\Delta S}{S} \approx N(\,\mu\,\Delta t + \,\sigma\,\varepsilon\,\Delta t)$$

Como a normal que representa a distribuição de probabilidades das variações de preço do ativo estudado.

Suponhamos agora que o retorno esperado de determinado ativo seja de 25% ao ano, que sua volatilidade anual seja de 20% e que estejamos interessados em observar a evolução do ativo para os próximos 30 pregões.

Para obter o preço do ativo na data desejada, deveremos definir sua distribuição para o período, que é de 30 pregões. Quanto menor o intervalo escolhido, mais perto estaremos de uma descrição de movimento browniano. Para efeitos práticos, no entanto, vamos dividir o período estudado em intervalos de um dia, portanto $\Delta t = 1$.

Calculemos o valor de Δt, que será o resultado da divisão do intervalo escolhido pelo número total de pregões no ano, ou:

$$\Delta t = \frac{1}{252} = 0{,}00397$$

Por que fazemos isso? Notemos que a volatilidade e o retorno esperado estão expressos em base anual. Assim, temos que expressar o tempo em frações de ano.

Vamos agora calcular a média para o período. Temos que:

$$\mu\,\Delta t = 0{,}25\;x\;0{,}00397 = 0{,}000992$$

E o desvio-padrão é:

$$\sigma\,\sqrt{\Delta t} = 0{,}2\,\sqrt{0{,}00397} = 0{,}0126$$

Temos então que $\frac{\Delta S}{S}$ é normal, com média 0,000992 e desvio-padrão de 0,0126, ou

$$\frac{\Delta S}{S} \approx N(0{,}000992, 0{,}0126)$$

O que temos que fazer agora para simular a evolução do preço deste ativo é retirar amostras ao acaso da normal acima. Uma forma conveniente de fazer isto, como foi dito antes, é retirar amostras aleatórias da normal reduzida (ou normal *standard*) *z* e ajustar os resultados obtidos para nossa equação, fazendo[113]:

$$X = 0{,}000992 + \,0{,}0126\,z$$

Onde *n* representa as amostras aleatórias retiradas da normal reduzida, como foi visto.

Como vimos, no exemplo apresentado, o número randômico gerado (0,674) será a nossa probabilidade . Entrando com esta probabilidade na função INV.NORMP.N(probabilidade), obtemos o z = 0,450985 ≈ 0,45.

Assim, associamos o número randômico achado (probabilidade) a um *z* e calculamos a normal de nossa equação “corrigida” pelo *z* achado ao acaso, como a seguir:

$$X = 0{,}000992 + 0{,}0126\;x\;0{,}45 = 0{,}006662$$

Como vimos[114]:

[113] A variável reduzida z é definida como:

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Temos $X = \,\mu + \,\sigma\,z$.

$$\frac{\Delta S}{S} \approx N(\mu\,\Delta t, \sigma\sqrt{\Delta t})$$

Então:

$$\Delta S \approx S\,.\,N(\mu\,\Delta t, \sigma\sqrt{\Delta t})$$

Portanto, o acréscimo no ativo objeto para este primeiro ponto da simulação será dado por:

$$\Delta S = 80\,.\,0{,}006662 = 0{,}533$$

E o novo valor do ativo objeto, a partir do qual prosseguiremos a simulação será:

$$80 + 0{,}533 = 80{,}533$$

Vamos agora repetir o processo 30 vezes e verificar para onde o "acaso" (movimento browniano) leva o preço do ativo. O quadro seguinte exemplifica o processo:

[114] A razão do ΔS pelo S é distribuída normalmente com média $\mu\ \Delta t$ = 0,000992 e desvio-padrão $\sigma\sqrt{\Delta t} = 0{,}0126$. Para a probabilidade sorteada aleatoriamente de 0,674, conduz a um z = 0,45 e um valor para X = 0,006662.

	A	B	C	D
1	**S**	**Variável Aleatória**	**Ajuste**	**Variação em S**
2	80,000	0,45	0,006662	0,532960
3	80,533	1,20	0,016112	1,297547
4	81,831	-0,80	-0,009088	-0,743676
5	81,087	1,50	0,019892	1,612979
6	82,700	-0,56	-0,006064	-0,501492
7	82,198	-0,65	-0,007198	-0,591664
8	81,607	0,30	0,004772	0,389427
9	81,996	-1,30	-0,015388	-1,261756
10	80,734	0,60	0,008552	0,690440
11	81,425	1,40	0,018632	1,517106
12	82,942	2,10	0,027452	2,276920
13	85,219	0,50	0,007292	0,621415
14	85,840	-1,70	-0,020428	-1,753544
15	84,087	-0,90	-0,010348	-0,870129
16	83,217	-1,80	-0,021688	-1,804800
17	81,412	-0,90	-0,010348	-0,842449
18	80,569	0,60	0,008552	0,689029
19	81,258	1,40	0,018632	1,514005
20	82,772	1,60	0,021152	1,750800
21	84,523	0,50	0,007292	0,616343
22	85,139	-1,70	-0,020428	-1,739229
23	83,400	1,20	0,016112	1,343745
24	84,744	-0,80	-0,009088	-0,770153
25	83,974	-0,30	-0,002788	-0,234119
26	83,740	-0,56	-0,006064	-0,507798
27	83,232	-0,65	-0,007198	-0,599103
28	82,633	0,30	0,004772	0,394324
29	83,027	0,67	0,009434	0,783278
30	83,810	0,40	0,006032	0,505544
31	84,316	-0,01	0,000866	0,073018
32	84,389	-1,50	-0,017908	-1,511238

Vemos que, após um número de ajustes à normal reduzida considerada suficiente – em nosso caso, 30, um para cada pregão -, o modelo indica um preço final de $ 84,39.

Cabe aqui um esclarecimento, tanto mais importante para o leitos brasileiro, que está acostumado a ver os preços subirem: o preço do ativo não tem necessariamente que subir; isto aconteceu devido à amostra gerada randomicamente do caso particular. Consideremos o quadro seguinte, em que os números randômicos gerados foram diferentes:

	A	B	C	D
1	**S**	**Variável Aleatória**	**Ajuste**	**Variação em S**
2	80,000	0,45	0,006662	0,532960
3	80,533	0,70	0,009812	0,790189
4	81,323	-0,98	-0,011356	-0,923506
5	80,400	0,40	0,006032	0,484971
6	80,885	-0,56	-0,006064	-0,490484
7	80,394	-0,65	-0,007198	-0,578677
8	79,815	0,30	0,004772	0,380879
9	80,196	-1,30	-0,015388	-1,234061
10	78,962	-0,54	-0,005812	-0,458929
11	78,503	1,40	0,018632	1,462674
12	79,966	0,90	0,012332	0,986141
13	80,952	0,50	0,007292	0,590303
14	81,542	-1,70	-0,020428	-1,665749
15	79,877	-0,90	-0,010348	-0,826564
16	79,050	-1,80	-0,021688	-1,714440
17	77,336	-1,50	-0,017908	-1,384928
18	75,951	0,60	0,008552	0,649531
19	76,600	1,40	0,018632	1,427217
20	78,028	-1,30	-0,015388	-1,200688
21	76,827	0,50	0,007292	0,560221
22	77,387	-1,70	-0,020428	-1,580863
23	75,806	1,20	0,016112	1,221389
24	77,028	-0,80	-0,009088	-0,700027
25	76,328	-0,30	-0,002788	-0,212801
26	76,115	0,40	0,006032	0,459124
27	76,574	-0,65	-0,007198	-0,551179
28	76,023	1,50	0,019892	1,512244
29	77,535	0,67	0,009434	0,731465
30	78,266	0,40	0,006032	0,472103
31	78,739	-0,01	0,000866	0,068188
32	78,807	-1,50	-0,017908	-1,411270

Partimos do ativo = $ 80, e o resultado final foi de $ 78,807. Como uma simulação do tipo Montecarlo é constituída de um grande número destas subsimulações, a média final refletirá as simulações em que o preço subiu e também as simulações em que o preço caiu.

O final de cada uma das simulações exemplificadas pode ser considerado amostra aleatória de todos os valores possíveis para o ativo. Na simulação de Montecarlo, este processo é repetido um grande número de vezes, digamos 5.000. Isto feito, o preço final esperado do ativo é obtido calculando simplesmente a média aritmética de todas as simulações (das quais duas estão exemplificadas acima), por exemplo:

$$E(S) = \frac{84{,}39 + 78{,}807 + \cdots + preço\ na\ 5.000^{a}\ simulação}{5.000}$$

Podemos agora sintetizar o processo para a simulação de Montecarlo para o caso de uma só variável V. Para fazer a simulação, em primeiro lugar, devemos dividir o tempo estudado em n subintervalos de tempo iguais a Δt. Vamos ainda supor que seja a volatilidade de V e c sua taxa de variação esperada. Temos que:

$$\Delta V = c\, V\, \Delta t + \sigma\, V\, \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

Como vimos, é uma amostra aleatória da normal reduzida. Para completar uma simulação, temos que retirar n amostras da normal reduzida (os n intervalos de tempo que definimos como Δt).

O exposto tem apenas a finalidade de esclarecer a ideia básica da simulação de Montecarlo; o intuito não é o de apresentar um modelo operacional. A aplicação prática é bastante mais complexa e, como já dissemos, o cálculo requer o uso de computadores.

Sabe-se que os preços, mesmo em economias não inflacionárias, sofrem pressão altista (ver capítulo sobre volatilidade e capítulo sobre o modelo Black & Scholes). Também na simulação de Montecarlo, é possível levar em conta este efeito, bastando fazer o ajuste à log normal em vez de à normal.

Modelos podem ser montados com múltiplas variáveis. Quando for o caso, a evolução de cada uma deve ser estudada para cada simulação. Vemos, mais uma vez, que esta técnica, embora usada largamente e com sucesso, requer, além de hardware e software apropriados, sofisticado trabalho de análise técnica.

Gerando Preços de Ações com o GBM

Para simular preços de ações usando o modelo GBM, geramos réplicas independentes dos preços das ações no instante $t + \delta$, da fórmula

$$S_{t+\delta} = S_t e^{\left(\frac{\mu - \sigma^2}{2}\right)\delta + \sigma\sqrt{\delta}Z} \qquad \text{(A5.5)}$$

onde S_t é o preço da ação no instante t, μ é o parâmetro a taxa de retorno estabelecido com base anual, σ é o parâmetro volatilidade estabelecido com base anual, δ é o passo de tempo (em anos), e Z é uma variável randômica normal padrão. O parâmetro σ é também conhecido simplesmente como a *volatilidade* do preço da ação, e é uma quantidade importante na modelagem de séries temporais financeiras. Alguns autores se referem a μ simplesmente como a taxa de retorno, mas sua interpretação emprega alguns cuidados como explicados abaixo.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**SPYcomGBM.xls**							
2								
3			**SPY**					
4		**Autocorr**	-0,025					
5		**Abs(Z)**	0,324					
6								
7	**Data**	**SPY Fech. Ajustado***	**Retorno Bruto SPY**	**Log do Retorno**		**Mensal**		
8	01/ago/06	127,22	0,9952	-0,00486		**Média**	0,007907	
9	03/jul/06	127,84	1,0044	0,00439		**Desv. Pad**	0,040524	
10	01/jun/06	127,28	1,0026	0,0026				
11	01/mai/06	126,95	0,9699	-0,03056		**Anualizado**		
12	03/abr/06	130,89	1,0126	0,01253		**Média**	0,134294	
13	01/mar/06	129,26	1,0165	0,01638		**Desv. Pad**	0,140379	
14	01/fev/06	127,16	1,0057	0,00568				
169	01/mar/93	36,23	1,0252	0,02487				
170	01/fev/93	35,34						
171								
172	**Data**	**N(0,1)**	**SPY Fech. Ajustado***					
173	01/ago/06		127,22					
174	01/set/06	0,0000	128,54614					
175	02/out/06	0,0000	129,88611					
176	01/nov/06	0,0000	131,24005					
177	01/dez/06	0,0000	132,6081					
178	02/jan/07	0,0000	133,99041	< Resultado do quinto passo de um mês				
179			133,99041	< Resultado do quinto passo de um mês				

FIGURA A5.11 Modelo Crystal Ball para *forecasting* preços da SPY com GBM.

Como $\ln(S_{t+\delta})$ é normalmente distribuído, os preços das ações gerados com GBM seguem uma distribuição lognormal. A Figura 11.13 mostra um modelo usado para gerar preços **SPY** com GBM tendo μ = 9,49% e σ = 14,04%, nas células G12 e G13, respectivamente. Um *forecast chart* para o preço da **SPY** em 2-JAN-07, está mostrado na Figura 11.14. Chegamos a este preço gerando preços em cinco passos de um mês ($\delta = 1/12$), mas poderia ter sido obtido resultados similares com apenas um passo de cinco meses ($\delta = 5/12$) na Expressão 11.5. A próxima seção explica como os valores dos parâmetros μ e σ foram selecionados.

Estimando Parâmetros GBM

Dada uma série temporal de preços de ações, $S_0, S_1, S_2, \ldots, S_n$ observados em períodos iguais de tempo com intervalo δ (estabelecido em anos), podemos estimar os valores de μ e σ como foi feito em SPYcomGBM.xls. Defina R_i como o retorno por período e r_i como a taxa de retorno por período composta continuamente sobre a ação. Para estimar μ e σ, encontre primeiro:

$$R_i = S_i/S_{i-1} \text{ e } r_i = \ln(R_i) \text{ para } i = 1, 2, \ldots, n.$$

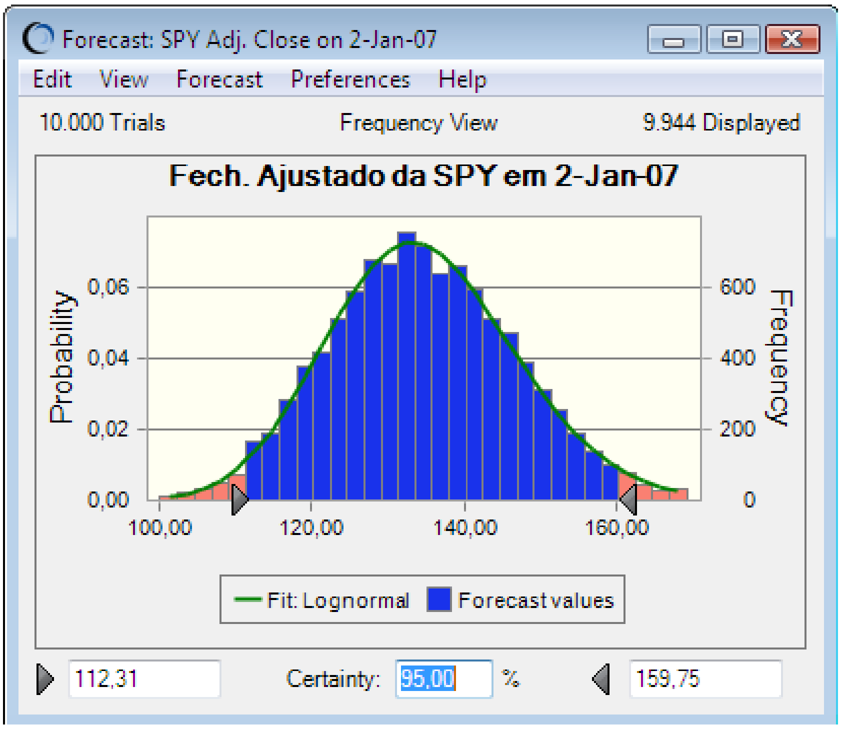


FIGURA A5.12*Forecast chart* para o preço da **SPY** em 2 de Janeiro de 2007. Uma função densidade lognormal está sobreposta ao histograma.

	A	B	C	D	E	F	G
1	GBMCorrelacionado.xls						
2							
3	Tempo	Mercad	Ação	Epsilon Mercado	Epsilon Ação	Parâmetros	
4	01/01/2000	100,00	100,00	0,0000	0,0000	Merc_Mu	8%
5	03/01/2000	100,03	100,03	0,0000	0,0000	Merc_Sigma	12%
6	04/01/2000	100,06	100,06	0,0000	0,0000	Ação_Mu	10%
7	05/01/2000	100,09	100,08	0,0000	0,0000	Ação_Sigma	25%
8	06/01/2000	100,12	100,11	0,0000	0,0000	Correlação	0,96
9	07/01/2000	100,15	100,14	0,0000	0,0000	Beta	2
10	10/01/2000	100,17	100,17	0,0000	0,0000		
102	17/05/2000	102,89	102,73	0,0000	0,0000		
103	18/05/2000	102,92	102,76	0,0000	0,0000		

FIGURA A5.13 GBM Correlacionado. As células D4:E103 são *assumptions*. As células B103 e C103 são *forecasts*.

Usando as fórmulas padrões para media e desvio padrão de amostras, compute

$$\bar{r} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i \quad \text{e} \quad s_r = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})}$$

Daí então os parâmetros GBM são estimados como

$$\hat{\mu} = \frac{\bar{r}}{\delta} + \frac{s_r^2}{2\delta} \ \text{e} \ \hat{\sigma} = \frac{s_r}{\sqrt{\delta}}$$

Note a diferença entre o parâmetro μ da taxa de retorno GBM e o retorno anual esperado sobre a ação. Suponha que o preço da ação ST é gerado por um processo GBM com parâmetros μ e σ, iniciando no preço *St*, onde $T > t$ e ambos são estabelecidos em anos. Então *ST* é distribuído lognormalmente com média e variância

$$E(S_T) = S_t e^{\mu(T-t)}$$
$$Var(S_T) = S_t^2 e^{2\mu(T-t)}(e^{\sigma^2(T-t)} - 1)$$

Para o exemplo SPY, a média e a variância esperadas são 132,35 e 144,42, respectivamente. A média e a variância da amostra dos *forecast* na célula C178 são 134,54 e 149,49, respectivamente. Ainda mais, seja r a taxa de retorno composta continuamente estabelecida sobre uma base anual do tempo t a T, isto é, $S_T = S_t e^{\sigma(T-t)}$. Daí então r é normalmente distribuído com média e variância

$$E(r) = \mu - \frac{\sigma^2}{2}$$
$$Var(r) = \frac{\sigma^2}{(T-t)}$$

Isto é verificado pelos resultados de simulação no SPYcomGBM.xls.

Existem outros métodos para estimar a volatilidade que usam mais informações, tais como os preços de alta e baixa, diários, como também os preços de fechamento. Ver Wilmott (2000) e as referências nele para mais informações.

Gerando Preços de Ações Correlacionados

A Figura A5.13 mostra parte de um modelo Crystal Ball para gerar *geometric Brownian motion* correlacionados no CorrelatedGBM.xls. Este modelo permite-nos especificar os parâmetros para médias, desvios padrões, e correlação para um retorno de mercado e uma ação. Ele também calcula as estatísticas de amostras para médias, desvios padrões, e correlação para um retorno de mercado e uma ação, como também mostra os traçados de séries temporais de ações e preços de mercado e um *scatterplot*[115] dos retornos.

[115] Gráfico de dispersão